智能系统学报
CAAI TRANSACTIONS ON INTELLIGENT SYSTEMS

**泛逻辑学——逻辑学的大一统理论**

何华灿, 何智涛

引用本文:
何华灿, 何智涛. 泛逻辑学——逻辑学的大一统理论[J]. 智能系统学报, 2025, 20(1): 185-197.
HE Huacan, HE Zhitao. Universal logic theory: the comprehensive theory of logic[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2025, 20(1): 185-197.

在线阅读 View online: https://dx.doi.org/10.11992/tis.202311040

DOI: 10.11992/tis.202311040

# 泛逻辑学——逻辑学的大一统理论

何华灿[1], 何智涛[2]

(1. 西北工业大学 计算机学院, 陕西 西安 710072; 2. 北京航空航天大学 计算机学院, 北京 100191)

**摘　要:** 人工智能 80 年研究实践证明, 不能用传统物质学科范式做指导, 需要进行学科范式变革, 接受信息学科范式的指导。相应的, 作为智能学科基础理论之一的逻辑学, 也需要进行逻辑范式变革, 由数理形式逻辑主导变革为由数理辩证逻辑主导。本文阐述了数理形式逻辑和数理辩证逻辑的区别和关系, 确认两者是对立不充分的统一体, 具有相互补充、各司其职的关系, 本文提出的泛逻辑学, 可以在数理形式逻辑的基础上, 逐步把它拓展成为数理辩证逻辑。因为数理形式逻辑(标准逻辑、刚性逻辑)是全面受到“非此即彼性”约束的理想化的基本逻辑, 而数理辩证逻辑是面向现实世界的具有“亦此亦彼性”、甚至“非此非彼性”的高级逻辑, 基本逻辑是高级逻辑的一个特例, 如同代数是微积分的特例一样。泛逻辑的使命就是在基本逻辑基础上, 逐步放开某些逻辑因素的“非此非彼性”, 引入“亦此亦彼性”、甚至“非此非彼性”, 形成各种不同的非标准逻辑或超协调逻辑, 这些逻辑都是整个数理辩证逻辑的组成部分。而且研究证明, 柔性命题逻辑算子与柔性神经元可以存在一体两面的等价关系, 神经网络可以不是黑箱, 而具有明确的逻辑含义。最后指出, 数理辩证逻辑是一个开放的逻辑体系, 其边界可以不断扩张, 没有上限。泛逻辑可以全面无死角地支撑智能学科范式变革的需要。

**关键词:** 形式逻辑; 辩证逻辑; 博弈逻辑; 数理逻辑; 人工智能; 泛逻辑学; 统一理论; 柔性逻辑

**中图分类号:** TP183　　**文献标志码:** A　　**文章编号:** 1673−4785(2025)01−0185−13

**中文引用格式:** 何华灿, 何智涛. 泛逻辑学——逻辑学的大一统理论 [J]. 智能系统学报, 2025, 20(1): 185–197.

**英文引用格式:** HE Huacan, HE Zhitao. Universal logic theory: the comprehensive theory of logic[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2025, 20(1): 185–197.

# Universal logic theory: the comprehensive theory of logic

HE Huacan[1], HE Zhitao[2]

(1. School of Computer Science, Northwestern Polytechnical University, Xi’an 710072, China; 2. School of Computer Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract**: The research practice of artificial intelligence in the past 80 years has proved that it cannot be guided by the traditional material discipline paradigm, but needs to change the discipline paradigm and accept the guidance of the information discipline paradigm. Accordingly, logic, as one of the basic theories of the intelligence discipline, also needs to change its logic paradigm, from mathematical formal logic to mathematical dialectical logic. This paper expounds the difference and relationship between mathematical formal logic and mathematical dialectical logic, affirming that the two are the unity of opposites and insufficiencies, and have the relationship of complementing each other and fulfilling their respective functions. The universal logic proposed in this paper can be gradually expanded into mathematical dialectical logic on the basis of mathematical formal logic. Because mathematical formal logic (standard logic, rigid logic) is an idealized basic logic that is fully constrained by "either-or", and mathematical dialectical logic is a higher-level logic that faces the real world with "this and that" or even "this and that", and basic logic is a special case of higher-level logic, just as algebra is a special case of calculus. The mission of universal logic is to gradually release the "non-this and non-that" of some logical factors on the basis of basic logic, introduce "this and that", or even "non-this and non-that", and form a variety of different non-standard logic or super-coordinated logic, which are part of the whole mathematical dialectical logic. Moreover, it is proved that flexible propositional logic operators and flexible neurons can be equivalent in one body and two sides, and neural networks can not be black boxes, but have clear logical meanings. Finally, it is pointed out that mathematical dialectical logic is an open logic system, its boundary can be expanded continuously, there is no upper limit. The universal logic can support the need of the paradigm change of intelligence discipline comprehensively and without dead Angle.

**Keywords**: formal logic; dialectical logic; game logic; mathematical logic; artificial intelligence; universal logic; unified theories; flexible logic

逻辑学是从哲学中逐步分离出来的一门古老而又年轻的基础性学科, “古老”是因为它诞生于

**收稿日期:** 2023−11−27.
**通信作者:** 何智涛. E-mail: zhitaohe@vip.sina.com.

2 800 多年前，其发源地主要有 3 个：东方的古中国和古印度、西方的古希腊。“年轻”是因为它现在正在蓬勃发展。逻辑学具有工具性、基础性、与时俱进性和全人类性，人类的文明进步始终离不开逻辑学。本文说的逻辑学自古以来都是广义逻辑，它包含形式逻辑、辩证逻辑、博弈逻辑（诡辩术），单纯的形式逻辑是狭义逻辑。

人工智能学科的出现和不断发展[1-3]，充分揭露了数理形式逻辑（标准逻辑、刚性逻辑）的应用局限性，它只适用于对立充分的理想世界。为了适用于对立不充分的辩证统一的现实世界，大量的非标准逻辑快速涌现（达到数十种之多，被收录在“哲学逻辑”旗下，它们都具有辩证逻辑的某些属性）。形式逻辑和辩证逻辑都是纯客观的推理模式，而在博弈场景中（如战争、商业竞争、大专辩论等），由于博弈双方的目标是几乎完全相反的，主观能动性的介入会人为地改变形式逻辑和辩证逻辑的推理走向，力图使己方的利益最大化，成为主−客互利双赢（非零和博弈）的推理模式（诡辩术）。

笔者创立的泛逻辑学理论[4]，就是在承认各种能有效使用的逻辑推理（形式的、辩证的和博弈的，已有的和可能存在的）合法存在的基础上，通过数学手段建立一个逻辑生成器，它能够按照应用场景的需求，自动生成相应的具体逻辑进行推理。也就是建立一个连续的逻辑谱（泛逻辑框架，如同门捷列夫元素周期表），把各种具体逻辑都安放在逻辑谱的特定位置上，这个位置的坐标参数就是这个具体逻辑的健全性使用条件（具体适用的场景）。目前笔者已经建立了命题级泛逻辑和柔性神经元理论体系，数理形式逻辑中的命题逻辑是命题级泛逻辑理论体系的中心点，逐步放开中心点的各个逻辑要素的“非此即彼性”约束，就可从中心点出发，逐步扩张：→连续值命题逻辑（允许二值命题的真值具有“亦此亦彼性”，连续值命题的真度 $x\in[0, 1]$）→零级命题泛逻辑（允许两个连续值命题之间的广义相关系数具有“亦此亦彼性”，$h\in[0, 1]$）→一级命题泛逻辑（允许命题真度的测度误差系数具有“亦此亦彼性”，$k\in[0, 1]$）→不可交换的命题泛逻辑（允许两个命题之间的相对权重系数具有“亦此亦彼性”，$\beta\in[0, 1]$）→柔性神经元（在神经元的柔性扩张过程中保持刚性神经元的阈值函数 $z=\Gamma[ax+by-e]$ 始终不变，从而确保柔性神经元的逻辑含义不被破坏，恢复神经网络的可解释性）→博弈逻辑（允许各种似是而非的、假设存在的概念和知识进入推理过程，以实现博弈双方的利益都最大化）→超协调逻辑（允许非此非彼的元素的存在）。成果主要围绕泛逻辑学理论展开，涉及信息空间表示、广义概率逻辑、机制主义人工智能的逻辑基础、泛容差关系、量化容差关系的改进、谓词形式系统的完备性与可靠性、柔性逻辑运算模型的健全性、泛组合运算模型及其在控制方法中的应用等多个方面。研究不仅深化了泛逻辑学的理论基础，还探索了其在智能系统、控制论等领域的应用潜力，为人工智能及相关领域提供了新的理论工具和方法。相关成果见文献 [5-20]。

## 1 泛逻辑的研究规划

### 1.1 泛逻辑观念的正式确立

逻辑多样性激发了人们对逻辑本质及规律的探索，催生了泛逻辑学。20 世纪 90 年代中期，至少两位学者提出了泛逻辑作为统一逻辑多样性的途径，但理论体系和方法各异。笔者基于人工智能研究，提出逻辑要素柔性化统一法，从底层逐步引入柔性参数，建立了命题泛逻辑学，为数理辩证逻辑奠定基础[4,21-23]。而瑞士学者 Jean-Yves 则从顶层入手，受泛代数启发提出逻辑的通用结构统一法，认为泛逻辑是逻辑研究的普适性工具[24-25]。两者理论相辅相成，一个自底向上，一个自顶向下，相互补充，不可取代。

### 1.2 泛逻辑学研究纲要

笔者和团队成员系统研究了现有各种逻辑与不确定性理论和不精确性理论的结构和推理规律，归纳整理出逻辑学的一般规律，据此制定了泛逻辑学研究纲要。

#### 1.2.1 泛逻辑学的研究目标

1）研究旨在建立数理辩证逻辑体系，包容辩证矛盾，探索逻辑规律，建立逻辑生成器。

2）近期目标：研究柔性逻辑命题真值域，统一连接词定义，建立命题泛逻辑学，探索应用。

3）中期目标：研究谓词及论域，统一量词定义，建立标准谓词泛逻辑学。

4）远期目标：建立混沌泛逻辑学，描述混沌世界逻辑规律，形成数理辩证逻辑体系。

#### 1.2.2 泛逻辑学研究的主要内容

像种类繁多、五花八门的生物学界被一个共同的 DNA 双螺旋结构所统一那样：一是 DNA 信息的表达，即描述生命现象的语法规则；二是 DNA 信息在生命体中的实现，即遗传密码的语义解释。在泛逻辑学研究中同样需要探索逻辑学的语法规则和语义解释，建立逻辑学的通用理论框架。

1)泛逻辑学的语法规则。

任何一个逻辑学的语法规则都至少由以下四要素组成:

① 泛逻辑学的论域。泛逻辑学的论域包括命题的真值域 $W$ 和谓词的个体变域 $U$ 两部分, 在它们的基础上定义了命题、真值、谓词、个体变元和个体变元函数等概念。逻辑学是研究判断真伪程度的科学, 一个直接的判断是一个命题, 它的真伪程度叫命题的真度。任何逻辑学都首先要涉及到命题真度的度量空间, $W$ 的一般形式是任意的多维超序空间

$$W = \{\perp\} \cup [0,1]^n < \alpha >,\ n > 0$$

式中: [0, 1] 是 $W$ 的基空间; $n$ 是 $W$ 的空间维数; $\perp$ 表示无定义或超出讨论范围; $\alpha$ 是有限符号串, 可以是空串 $\varepsilon$, 它代表命题或谓词的附加特性。这种分维超序空间真值域为研究描述认识全过程思维规律提供了更多的可能性。目前讨论的仅是 $n$=1, 2, …。如果判断是一个定义在个体变域 $U$ 上的有限 $m$ 元命题函数, 则称为 $m$ 元谓词, 谓词的个体变域 $U$ 可以是任意集合。在 $U$ 上还可以定义 $U^m \to U$ 的个体变元函数。

② 泛逻辑学的命题连接词。任何逻辑学都需要解决如何用原子命题构造分子命题, 用简单命题构造复杂命题的问题, 这涉及到命题连接词, 命题连接词的功能是由逻辑运算模型实现的。泛逻辑学的命题连接词包含在 $W=\{\perp\}\cup[0, 1]^n <\alpha>$, $n$=1, 2, …中。

③ 泛逻辑学的量词。在泛逻辑学中, 将系统研究定义在多维超序空间 $W=\{\perp\}\cup[0, 1]^n <\alpha>$, $n$=1, 2, …上的标志命题真值阈元的阈元量词$♂^k$、标志假设命题的假设量词$\$^k$、约束个体变元范围的范围量词$\oint^\alpha$、指示个体变元与特定点的相对位置的位置量词$♀^\alpha$ 和改变谓词真值分布过渡特性的过渡量词$\int^\alpha$ 等。$k$、$\alpha$ 表示量词的约束条件, $\alpha$ 的一般形式是 $x*c$: 其中 $x$ 表示被约束变元, *表示约束关系, $c$ 表示约束程度值, 它刻画了量词的柔性。例如:

阈元量词$♂^k$ 指出后面命题真值的误差状况, $k\in[0, 1]$ 的值表示阈元的大小。

假设量词$\$^k$标志后面的判断是根据假设做出的, $k\in[0, 1]$ 表示假设的可信程度。

范围量词$\oint^{x:c}$ 把其后面谓词的个体变元 $x$ 约束在一定的范围内, $c\in[0, 1]\cup\{+, !\}$表示 $x$ 个体变域 $U$ 的全部或部分: $c$=1 表示 $x$ 个体变域 $U$ 的全部, 与传统的全称量词 $\forall x$ 相当; $1 > c \geqslant 0.5$ 表示 $x$ 个体变域 $U$ 的大部分, 与传统的必然量词 $\Box x$ 相当; $0 < c < 0.5$ 表示 $x$ 个体变域 $U$ 的小部分, 与传统的可能量词 $\Diamond x$ 相当; $c$=0 表示在 $x$ 个体变域 $U$ 中存在, 与传统的存在量词 $\exists x$ 相当, 用特殊符号 $\oint^{x:+}$ 表示; 传统的唯一存在量词 $\exists !x$ 用特殊符号 $\oint^{x:!}$ 表示。

位置量词$♀^{x*d}$ 把 $x$ 的个体变域 $U$ 按相对于指定点 $u\in U$ 的位置不同, 划分为 3 部分: $x<u$, $x=u$, $x>u$, 即 $*\in\{<,=,>\}$。例如时序逻辑中的"过去、现在和将来"; 空间逻辑中的"左、中、右"。

过渡量词$\int^{x:c}$ 将改变后面谓词真值在 $x$ 轴上分布的过渡特性, $c\in \mathrm{R}_+$: $c>1$ 表示柔性集合的边缘将被锐化; $c<1$ 表示柔性集合的边缘将被钝化; $c$=1 表示柔性集合的边缘不变。

在泛逻辑学中笔者将详细研究命题真度柔性, 关系柔性和程度柔性对量词定义的影响。

④ 泛逻辑学的常用公式集和推理模式。泛逻辑学的常用公式集和推理模式内容十分丰富, 包括在上述三要素基础上定义的演绎推理、归纳推理、类比推理、假设推理、发现推理、进化推理等推理模式。它们可以在一定条件下相互转化, 笔者称这种柔性为模式柔性。演绎推理的推理模式是最基本的, 仅包含演绎推理推理模式的逻辑学是标准逻辑学。

四要素中每一个要素都有许多不同的形态, 有的已经发现, 有的尚待研究。诸要素不同形态的组合就形成了不同形态的逻辑学。不排除存在更多逻辑学要素的可能性, 所以本理论框架是一个开放的结构。

在柔性世界中还有其他柔性, 例如在分维空间 $[0, 1]^n$, $n > 0$ 中, 空间的维数 $n$ 是连续可变的, 笔者称为空间维数柔性。所以, 笔者在 2001 年提出泛逻辑研究纲要时大胆预言: 在柔性逻辑学中还存在其他的柔性, 例如, 将泛逻辑学的真值域拓展到 $W=\{\perp\}\cup[0, 1]^n <\alpha>$, $n > 0$ 后, 就会出现定义在分维超序空间上的混沌逻辑学。后来陈志成在其论文中已经成功地建立了一种简单的混沌逻辑[20], 笔者相信顿悟与混沌, 类比推理与分维现象, 认识的发生与发展过程都是混沌逻辑学可以大显身手的典型问题。如果混沌逻辑有一天大行其道, 泛逻辑学会把它视为自己的更高发展阶段。辩证逻辑学将借助这种柔性逻辑学得到充分的发展, 笔者衷心期待这一天的早日到来。

2)泛逻辑学的语义解释

泛逻辑学的语义解释是给各种抽象的逻辑符号赋予具体应用领域的语义。如:

① 0、1 的语义解释。0、1 的基本语义解释是假、真，也可是其他语义，如表 1 所示。

**表 1　0、1 的语义解释**
**Table 1　Semantic interpretation of 0, 1**

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 假 | 低 | 断 | 灭 | 小 | 否 | 负 | 无 | 无病 | 反对 | 失败 | 不信 |
| 1 | 真 | 高 | 通 | 亮 | 大 | 是 | 正 | 有 | 有病 | 赞成 | 成功 | 可信 |

② $W$ 的基空间 $[0, 1]$ 有各种变种。如 $[0, 100]$、$[0, b]$、$[0, \infty)$、$[-1, 1]$、$[-5, 5]$、$[-b, b]$、$(-\infty, \infty)$、$[a, b]$ $(b > a \geqslant 0)$ 等，可以通过坐标变换把 $[0, 1]^n$ 中的规律变换到它的各种变种中去。如：

单向有限扩展 $[0,1]\to[0, b]$: $x'=bx$，中元 $e'=b/2$；

单向无限扩展 $[0, 1]\to[0, \infty)$: $x'=x/(1-x)$，中元 $e'=1$；

任意有限扩展 $[0, 1]\to[a, b]$: $x'=(b-a)x+a$，中元 $e'=(b+a)/2$；

双向有限扩展 $[0, 1]\to[-b, b]$: $x'=2bx-b$，中元 $e'=0$；

双向无限扩展 $[0, 1]\to(-\infty, \infty)$: $x'=(x-0.5)/x(1-x)$，中元 $e'=0$。

③ 关系柔性的不同，命题连接词的运算公式将不同。

④ 程度柔性的不同，量词的意义将不同。

⑤ 模式柔性不同将实现不同的推理模式，同一种推理模式将有多种语义解释。

通过语义解释后的泛逻辑学就特化为一个有很强应用针对性的某某逻辑。这就是整个泛逻辑学要探索解决的基本问题，也是笔者的研究总纲领。

#### 1.2.3　泛逻辑学的分类

1）按逻辑学要素分类。如果在逻辑中只考虑命题演算问题，则是命题泛逻辑学；如果还需要考虑谓词演算问题，则是谓词泛逻辑学。

2）按真值域的基空间分类。如果逻辑真值域的基空间与 $[0, 1]$ 同构，是连续值泛逻辑学；如果逻辑真值域的基空间与 $\{0, 1\}$ 同构，是二值泛逻辑学；如果逻辑真值域的基空间与 $\{0, u, 1\}$ 同构，是三值泛逻辑学；余者类推。

3）按真值域的有序性分类。

当 $W=[0, 1]$ 时是线序（linear order）泛逻辑学，如模糊逻辑和概率逻辑，$W=\{0,1\}$ 和 $W=\{0, u, 1\}$ 分别是它的特例二值逻辑和三值逻辑；

当 $W=[0, 1]^n$，$n=2, 3, \cdots$ 时是 $n$ 维偏序泛逻辑学（partial order），例如 $W=[0, 1]^2$ 是二维偏序泛逻辑学，如区间逻辑和灰色逻辑，$W=\{0, 1\}^2$ 是它的特例四值逻辑；$W=[0, 1]^3$ 是三维偏序泛逻辑学，如未确知逻辑，$W=\{0, 1\}^3$ 是它的特例八值逻辑。在偏序泛逻辑学中，按照非运算规则的不同，又分为偏序和伪偏序 (pseudo partial order) 两种：

当 $W=[0, 1]^n\langle\alpha\rangle$，$n=1, 2, \cdots$ 时，表示命题真值有附加特性，是 $n$ 维超序（hyper order）泛逻辑学，如 $W=[0, 1]\langle a, b, c\rangle$ 是云逻辑，其中 $\alpha=a, b, c$ 代表云谓词的真值在个体变域 $U$ 和真值域 $W$ 上的分布特性[26]；

当 $W=\{\perp\}\cup[0, 1]^n$，$n=1, 2, \cdots$ 时，表示命题真值中有无定义状态 $\perp$，也是 $n$ 维超序泛逻辑学，如 $W=\{\perp\}\cup\{0, 1\}$ 是超序二值逻辑，即 Bochvar 三值逻辑；

在混沌逻辑（chaos logic）中命题真值域是分维超序空间 $W=\{\perp\}\cup\{0, 1\}^n\langle\alpha\rangle$，$n > 0$。

4）按推理模式分类。如果逻辑中只有演绎推理模式，则是演绎逻辑学即标准泛逻辑；如果包含了归纳推理、类比推理、假设推理、发现推理、进化推理等模式，就是非标准泛逻辑。

5）按语义解释分类。对各种逻辑学成分的语义解释不同，会形成不同的逻辑。如开关逻辑、动态逻辑、时态逻辑、空间逻辑、程度逻辑等。

## 2　命题泛逻辑的生成

### 2.1　从命题逻辑到命题泛逻辑的突破

#### 2.1.1　概率论相关准则的启示

1995 年初一次偶然的机会，当笔者把概率论中常用的 3 个相关准则（最大相吸、独立相关、最大相斥）和突变逻辑放在一起，与柔性命题连接词运算模型的变化规律联系起来思考时，突然间有了顿悟：原来柔性命题连接词运算模型的基本属性应该是连续可变的，只是在二值逻辑中它们才退化为一个固定不变的算子。于是一个逻辑的算子应该是固定不变的传统逻辑观念被突破了，泛逻辑的一片新天地在眼前显现，各种柔性逻辑的规律不断涌现。早年在学习二值逻辑时，笔者曾经穷其可能证明过布尔算子组有 4 种等价的表示形式：

$$x\wedge y=\min(x,y)=xy=\Gamma[x+y-1]=\\ \mathrm{ite}\{\min(x,y)\mid\max(x,y)=1;0\}$$

$$x\vee y=\max(x,y)=x+y-xy=\Gamma[x+y]=\\ \mathrm{ite}\{\max(x,y)\mid\min(x,y)=0;1\}$$

$$x\to y=\mathrm{ite}\{1\mid x\leqslant y;y\}=\min(1,x/y)=\\ \Gamma[1-x+y]=\mathrm{ite}\{y\mid x=1;1\}$$

式中: $\Gamma[v]=\{1|v\geqslant 1; 0|v\leqslant 0; v\}$是阈值函数, ite 是一个选择函数, 如果是 $a$ 则 $b$, 否则是 $c$, 即$\{b|a;c\}$。

当笔者把命题的真度从 $x, y, z\in\{0, 1\}$扩张为 $x, y, z\in[0, 1]$ 后, 它们居然不再等价, 分别扩张为完全不等价的 4 种柔性逻辑:

模糊逻辑: $x\wedge y=\min(x, y)$, $x\vee y=\max(x, y)$, $x\to y=\mathrm{ite}\{1|x\leqslant y; y\}$。(满足最大相吸准则)

概率逻辑: $x\wedge y=xy$, $x\vee y=x+y-xy$, $x\to y=\min(1, x/y)$。(满足独立相关准则)

有界逻辑: $x\wedge y=\Gamma[x+y-1]$, $x\vee y=\Gamma[x+y]$, $x\to y=\Gamma[1-x+y]$。(满足最大相斥准则)

突变逻辑: $x\wedge y=\mathrm{ite}\{\min(x, y)|\max(x, y)=1; 0\}$, $x\vee y=\mathrm{ite}\{\max(x, y)|\min(x, y)=0; 1\}$, $x\to y=\mathrm{ite}\{y|x=1; 1\}$。(满足最大相克准则)

#### 2.1.2　三角范数理论的全程支持

2.1.1 节的事实已透露出柔性逻辑的一些结构秘密, 即模糊逻辑、概率逻辑、有界逻辑、突变逻辑应该是柔性逻辑中的特殊点, 在特殊点之间一定还存在无限多个柔性逻辑, 是一个连续的逻辑谱。是什么客观因素或数学函数在驱使柔性逻辑算子的连续变化? 笔者在 1996 年提出泛逻辑概念[23]时使用的方法是待定系数法, 它拟合 4 种逻辑算子(模糊逻辑、概率逻辑、有界逻辑、突变逻辑)的效果并不理想, 个别地方会出现毛刺。用什么数学方法能够实现 4 种逻辑算子的平滑过渡? 经过反复研究探索, 笔者终于在 1943 年问世的三角范数(triangle norms)理论中找到了数学根据。并且依据 Schweizer 算子完整簇[27]等, 生成了各种逻辑运算完整簇, 从此一直在三角范数理论基础上步步深入下去, 定义了另外 3 种命题柔性($h$、$k$、$\beta$)。

### 2.2　命题泛逻辑理论的生成

#### 2.2.1　命题泛逻辑理论框架的确立

命题泛逻辑的具体研究目标是建立一个命题泛逻辑理论框架, 它是一个由无穷多个逻辑算子组成的连续分布的立方体结构, 其功能如下:

1)立方体的坐标原点

O 代表刚性逻辑及其直接扩张出来的有界逻辑。标准逻辑满足: 论域 $x, y, z\in\{0, 1\}$, 逻辑算子为非、与、或、蕴含、等价等, 它是不断扩张形成泛逻辑理论体系的核心。首先将论域扩张为 $x, y, z\in[0, 1]$ 后, 成为卢卡西维茨有界逻辑, 逻辑算子为非、与、或、蕴含、等价、平均、组合等, 这些算子共同组成了泛逻辑运算的基模型, 不同基模型用不同的模式参数$<a, b, e>$区分(与标准逻辑相同)。

2)3 个坐标轴

命题 $x, y, z\in[0, 1]$ 的扩张, 就有了无穷多的中间过渡值可以参与逻辑运算, 这为研究各种命题级的不确定性参数提供了广阔的舞台。研究表明在命题逻辑级只有 3 个不确定性存在, 所以, 3 个坐标轴分别代表这 3 个不确定性参数$<h, k, \beta>$, 每一个不确定性参数都会以自己特殊的方式影响基模型的中间过渡值发生改变, 把单个的基模型算子展开成由无穷多个算子组成的完整簇。仅仅是由于在每一个模式$<a, b, e>$中, 在 8 个 0、1 端点处的值, 仍然和基模型(及标准逻辑)完全保持一致, 所以信息处理的模式参数并没有发生改变, 这是泛逻辑不断扩张而保持上下兼容性不变的关键, 可惜研究深度神经网络的人根本忽略了这一点。

#### 2.2.2　生成命题泛逻辑的路线图

笔者根据中国的辩证思维传统, 在刚性逻辑基础上进行不断扩张, 建立一个像门捷列夫周期表一样的命题泛逻辑理论框架, 可包容所有的命题逻辑(已有的和可能存在的), 在智能信息处理中实现辨证论治、对症下药、一把钥匙开一把锁的效果。且实现了命题泛逻辑算子和柔性神经元的一体两面性, 故称为命题泛逻辑, 它其实就是数理辩证逻辑的命题部分。

1)总路线。总结研究的实际过程, 可有 4 步:

① 在刚性逻辑基础上引入真值柔性, 扩张为有界逻辑。

② 在有界逻辑基础上引入相关关系柔性, 扩张为零级命题泛逻辑。

③ 在零级命题泛逻辑基础上引入命题测度误差柔性, 扩张为一级命题泛逻辑。上述三者都是可交换的泛逻辑。

④ 在可交换的泛逻辑基础上引入相对权重柔性, 扩张为不可交换的泛逻辑。

作为数理辩证逻辑的命题部分, 命题泛逻辑已经能够在命题层面描述辩证法的各种规律, 如对立统一律、量变质变律、否定之否定律和相生相克律等。笔者把命题的真值域从 $x, y, z\in\{0, 1\}$ 扩张到 $x, y, z\in[0, 1]$, 就是把命题从对立充分的真假分离的理想状态, 转变为对立不充分的真假对立统一的现实状态, 连续的实数空间 $[0, 1]$ 为真假的矛盾对立和矛盾转化, 此消彼长、主次更迭提供了合适的场所。进而让不确定性参数 $h, k, \beta\in[0, 1]$, 也是在更高层次上刻画对立统一律。从而衍生出更多的辩证法规律来。在命题级泛逻辑中, 取得的实际效果由图 1 所示。

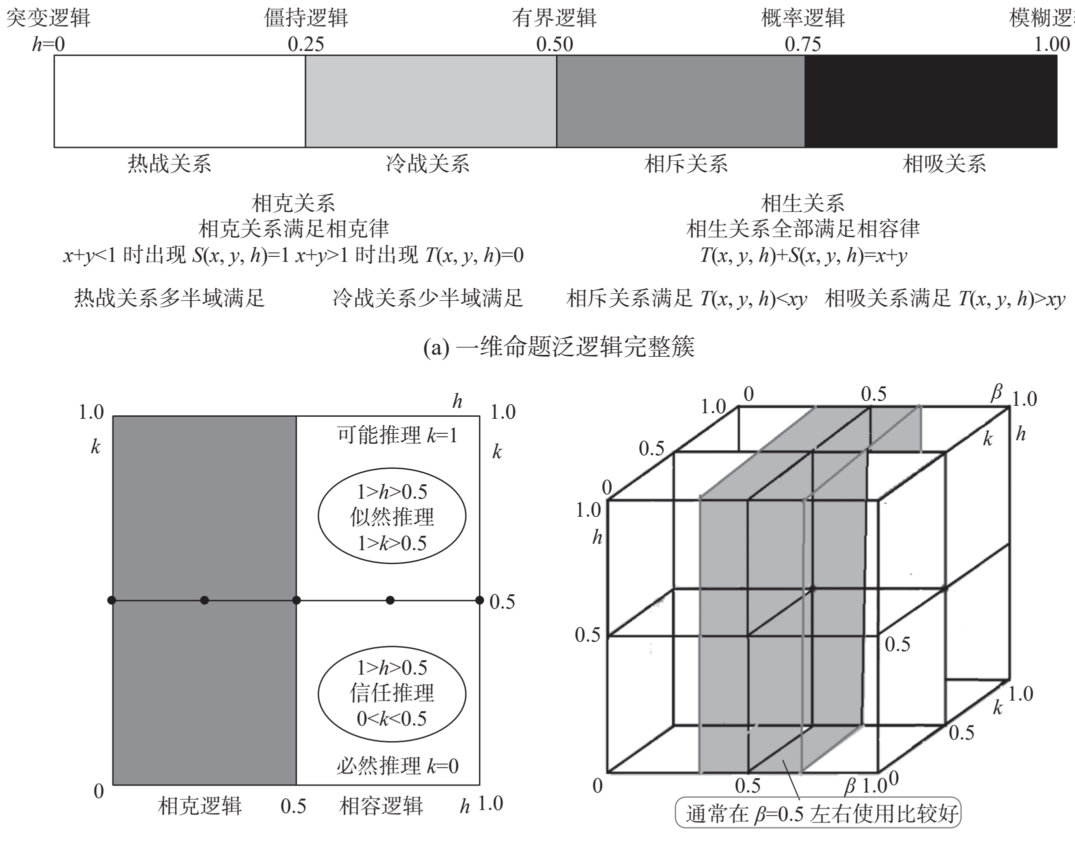


**图 1　命题泛逻辑的包容性**

**Fig. 1　Inclusion of propositional universal logic**

2)广义相关系数的引入

广义相关系数是对立不充分世界中的最重要的不确定性参数，它把两个具有不确定性真度命题之间的关系描述得淋漓尽致。在图 2 中，由于广义相关系数 $h\in[0,1]$ 的引入，连续值命题逻辑被展开成为一维命题泛逻辑完整簇(谱)，其中不仅包含了对立统一律、量变质变律、否定之否定律，特别是展现了完整的相生相克律。在这里，相吸关系、相斥关系、冷战关系、热战关系、相容律、相克律都有严格是数学描述和判定标准。更让人兴奋的是，整个相克逻辑群还是一块未开垦的处女地(除了中医药理论在自然语言层面上有所涉足外)，它是从事数理辩证逻辑、国防战略、经济战略、博弈理论和中医药理论等研究人员大有可为的地方。

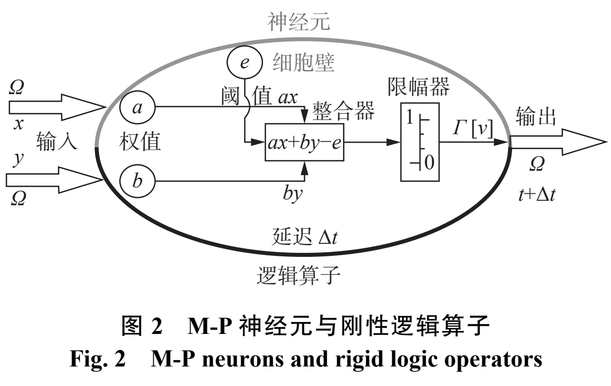


**图 2　M-P 神经元与刚性逻辑算子**

**Fig. 2　M-P neurons and rigid logic operators**

3)误差系数的引入

误差系数是具有不确定性真度的命题特殊需要的不确定性参数，现实世界中的任何测度方法，都无法确保没有任何误差，一定满足可加性，中国的阴阳鱼说的就是这个道理。在图 3 中，由于误差系数 $k\in[0,1]$ 的引入，$h$、$k$ 共同把一维命题泛逻辑完整簇展开成为二维命泛题逻辑完整簇，在相容逻辑群内，包含了可能推理理论($k$=1)、似然推理理论($1>k>0.5$)、信任推理理论($0.5>k>0$)和必然推理理论($k$=0)。这些都是数理辩证逻辑需要解决的重大问题，在不精确推理理论中也占有举足轻重的地位。二维相克逻辑群仍是未开垦的处女地。

4)偏袒系数的引入

偏袒系数是人为干预柔性命题运算走向的重要手段，在实际决策中非常有用。在图 4 中，由于偏袒系数 $\beta\in[0,1]$ 的引入，$h$、$k$、$\beta$ 的共同作用，形成了三维命题泛逻辑完整簇，理论上已掌握 $\beta\in[0,1]$ 全域的性质：当 $\beta$=1 时是绝对的信任 $x$，$y$ 退出了逻辑运算；当 $\beta$=0 时是绝对的信任 $y$，$x$ 退出了逻辑运算。应用上一般不建议使用这两个极端状态(除有意想淘汰某个命题外)，因为越接近这两个极端，逻辑性质越差，越接近 $\beta$=0.5，逻辑性质越好，所以一般都是在中心地带左右实施偏袒，不会大幅度地调整权重。

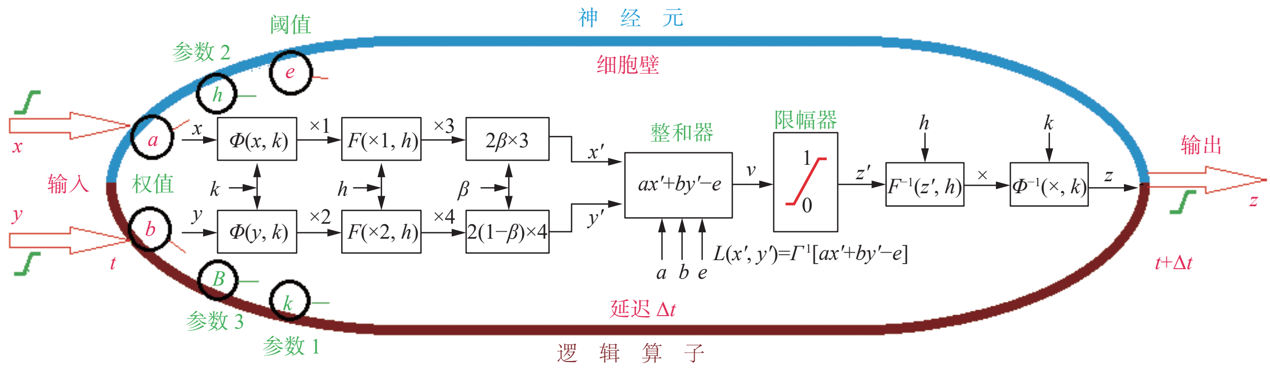


图 3　逻辑算子与神经元的一体两面性

**Fig. 3　One and two sides of logic operator and neuron**

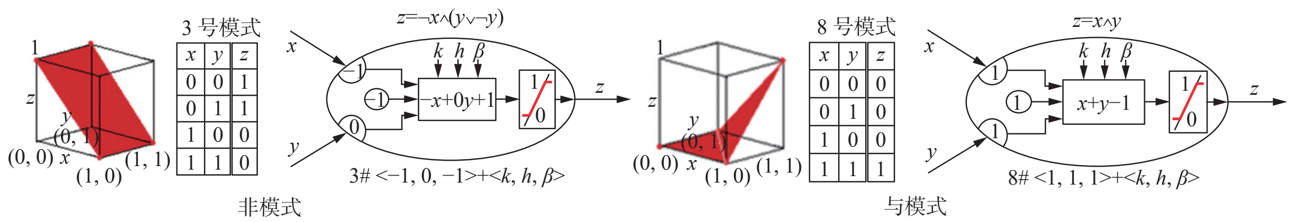


图 4　部分逻辑算子与神经元的同步扩张效果

**Fig. 4　Part of the simultaneous expansion effect of logical operators and neurons**

5)命题泛逻辑与数理辩证逻辑的关系

当初大多数逻辑学家认为黑格尔的《小逻辑》[28]不是逻辑著作,而是哲学著作,其根据是:①逻辑需要使用符号语言,不能全部是自然语言描述;②逻辑应该能必然地推出结论;③对于数理逻辑来说,还必须实现数学化推理。当时黑格尔的《小逻辑》确实一条都没有达到(原始形态的形式逻辑也未全部达到)。笔者根据业已生成的命题泛逻辑理论体系认为,命题泛逻辑理论已经达到了上述 3 条标准,而且把辩证逻辑的各种辩证规律描述得十分精准,应该就是数理辩证逻辑的命题部分。

### 2.2.3　命题泛逻辑的完备性分析

1)对二元信息处理模式和性质的全面剖析

为摸清楚泛逻辑生长发育的基础平台,笔者对二值信息处理模式和性质(标准逻辑和 M-P 神经元)进行了全面的剖析。这个剖析工作十分重要,它是命题泛逻辑和柔性神经元取得成功的关键因素之一。

① 二值信息处理算子的完备集。布尔代数为数理形式逻辑的建立和二值信息处理奠定了重要的理论基础。在二值信息处理中,任何信息都满足 $x, y, z\in\{0, 1\}$的约束,其一元信息处理 $z=f_n(x)$ 只有 4 种模式:恒 0($f_0(x)\equiv 0$)、指 $x$($f_1(x)=x$)、非 $x$($f_2(x)=1-x$)、恒 1($f_3(x)\equiv 1$)。其二元信息处理 $z=f_n(x, y)$ 只有 16 种不同的模式,如表 2 所示。

表 2　二值二元信息处理的 16 种模式

**Table 2　Sixteen modes of binary information processing**

| 输入 | | 输出 $z=f_n(x, y)$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $y$ | $f_0(x, y)$ | $f_1(x, y)$ | $f_2(x, y)$ | $f_3(x, y)$ | $f_4(x, y)$ | $f_5(x, y)$ | $f_6(x, y)$ | $f_7(x, y)$ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 意义 | | 恒0 | $\neg(x\vee y)$ | $\neg(x\to y)$ | $\neg x$ | $\neg(y\to x)$ | $\neg y$ | $x\neq y$ | $\neg(x\wedge y)$ |
| $\Gamma[ax+by-e]$的参数$<a, b, e>$ | | <0,0,0> | <−1,−1,−1> | <−1,1,0> | <−1,0,−1> | <1,−1,0> | <0,−1,−1> | 组合实现 | <−1,−1,−2> |
| 输入 | | 输出 $z=f_n(x, y)$ | | | | | | | |
| $x$ | $y$ | $f_8(x, y)$ | $f_9(x, y)$ | $f_{10}(x, y)$ | $f_{11}(x, y)$ | $f_{12}(x, y)$ | $f_{13}(x, y)$ | $f_{14}(x, y)$ | $f_{15}(x, y)$ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

续表 2

| 输入 | | 输出$z=f_n(x, y)$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $y$ | $f_8(x, y)$ | $f_9(x, y)$ | $f_{10}(x, y)$ | $f_{11}(x, y)$ | $f_{12}(x, y)$ | $f_{13}(x, y)$ | $f_{14}(x, y)$ | $f_{15}(x, y)$ |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 意义 | | $x\wedge y$ | $x=y$ | 指$y$ | $y\to x$ | 指$x$ | $(x\to y)$ | $x\vee y$ | 恒1 |
| $\Gamma[ax+by-e]$的参数<$a, b, e$> | | <1,1,1> | 组合实现 | <0,1,0> | <−1,1,−1> | <1,0,0> | <1,−1,−1> | <1,1,0> | <1,−1,−1> |

这些模式有不同的意义和作用，它们都满足阈值公式 $z=\Gamma[ax+by-e]$，简写为 $T_F=\Gamma[ax+by-e]$，但每一个模式的参数 $a$、$b$、$e$ 各不相同，所以，<$a$, $b$, $e$>可作为二值二元信息处理的模式参数使用。由于二值二元信息处理的 16 种模式包含了二值一元信息处理的 4 种模式，而二值三元以上的信息处理模式都可以通过这 16 种模式的复合运算获得，如二值三元信息处理的模式为

$$z=f(x_1,x_2,x_3)=f_j(f_i(x_1,x_2),x_3),i,j\in\{0,1,\cdots,15\}$$

当 $i=j$ 时，$f_i(f_i(x_1, x_2), x_3)=f_i(x_1, x_2, x_3)$, $i\in\{0, 1, \cdots, 15\}$

二值四元信息处理的模式为

$$z=f(x_1,x_2,x_3,x_4)=f_k(f_i(x_1,x_2),f_j(x_3,x_4)),\quad i,j,k\in\{0,1,\cdots,15\}$$

当 $i=j=k$ 时，$f_i(f_i(x_1, x_2), f_i(x_3, x_4))=f_i(x_1, x_2, x_3, x_4)$, $i\in\{0, 1, \cdots, 15\}$

其他信息处理模式以此类推。所以，有了二值二元信息处理的 16 种模式就可把握全局，获得二值信息处理的全貌。

② 阈值公式 $T_F$ 的作用非常奇妙，它具有一体两面性：人们开始引入它是因为神经元模型 M-P，后来很快发现阈值公式其实也是逻辑算子真值表的函数表达式，两者完全是等价的（详细见表 3）。这个性质是泛逻辑扩张中必须遵循的，也是人工神经网络的可解释性的关键。

表 3　二元二值信息处理的全部 16 种模式

Table 3　All sixteen modes of binary binary information processing

| 模式编号 | 模式内容 | 模式参数 | | | 模式编号 | 模式内容 | 模式参数 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $a$ | $b$ | $e$ | | | $a$ | $b$ | $e$ |
| 0号 | $\equiv 0$ | 0 | 0 | 0 | 15号 | $\equiv 1$ | 1 | 1 | −1 |
| 1号 | $\neg(x\vee y)$ | −1 | −1 | −1 | 14号 | $x\vee y$ | 1 | 1 | 0 |
| 2号 | $\neg(y\to x)$ | −1 | 1 | 0 | 13号 | $y\to x$ | 1 | −1 | −1 |
| 3号 | $\neg x$ | −1 | 0 | −1 | 12号 | $x$ | 1 | 0 | 0 |
| 4号 | $\neg(x\to y)$ | 1 | −1 | 0 | 11号 | $x\to y$ | −1 | 1 | −1 |
| 5号 | $\neg y$ | 0 | −1 | −1 | 10号 | $y$ | 0 | 1 | 0 |
| 6号 | $x\neq y$ | 组合实现 | | | 9号 | $x=y$ | 组合实现 | | |
| 7号 | $\neg(x\wedge y)$ | −1 | −1 | 2 | 8号 | $x\wedge y$ | 1 | 1 | 1 |

③ 二值信息处理有两种不同的描述方式。最早出现的是标准逻辑的真值表描述方式，后来出现了二值神经元的结构描述方式，其理想模型是 M-P（阈元、感知机），M-P 神经元与刚性逻辑算子如图 2 所示。其中 $x, y, z\in\{0, 1\}$，$a$、$b$ 是输入 $x$、$y$ 的权系数，$e$ 是阈值，$v=ax+by-e$ 是整合计算，经 0、1 限幅函数 $\Gamma[v]=\{1|v\geqslant 1;\ 0|v\leqslant 0;|v\}$处理后输出，有 $\Delta t$ 的固定延迟。

这是二值信息处理和刚性推理范式的基本概貌，它是一个完备的体系。基于泛逻辑的柔性推理范式和智能信息处理，将在其基础上放开某些约束条件，引入相应的不确定性来实现。

2）连续值二元信息处理的 20 种基模型。由于 $x, y, z\in\{0, 1\}$扩张为 $x, y, z\in[0, 1]$，中间过渡值参与到逻辑运算之中，二元信息处理模式从 16 种扩大到 20 种（见表 4），其中增加了+8 号模式（组合）和+7 号模式（非组合），+14 号模式（平均）和+1 号模式（非平均）。

表 4　二元连续值信息处理的全部 20 种模式

Table 4　All twenty modes of binary continuous value information processing

| 模式编号 | 模式内容 | 模式参数 | | | 模式编号 | 模式内容 | 模式参数 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $a$ | $b$ | $e$ | | | $a$ | $b$ | $e$ |
| 0号 | $\equiv 0$ | 0 | 0 | 0 | 15号 | $\equiv 1$ | 1 | 1 | −1 |
| 1号 | $\neg(x\vee y)$ | −1 | −1 | −1 | 14号 | $x\vee y$ | 1 | 1 | 0 |

续表 4

| 模式编号 | 模式内容 | 模式参数 | | | 模式编号 | 模式内容 | 模式参数 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $a$ | $b$ | $e$ | | | $a$ | $b$ | $e$ |
| +1号 | $\neg(x Ⓟ y)$ | −1/2 | −1/2 | −1 | +14号 | $x Ⓟ y$ | 1/2 | 1/2 | 0 |
| 2号 | $\neg(y\to x)$ | −1 | 1 | 0 | 13号 | $y\to x$ | 1 | −1 | −1 |
| 3号 | $\neg x$ | −1 | 0 | −1 | 12号 | $x$ | 1 | 0 | 0 |
| 4号 | $\neg(x\to y)$ | 1 | −1 | 0 | 11号 | $x\to y$ | −1 | 1 | −1 |
| 5号 | $\neg y$ | 0 | −1 | −1 | 10号 | $y$ | 0 | 1 | 0 |
| 6号 | $x\neq y$ | 组合实现 | | | 9号 | $x=y$ | 组合实现 | | |
| 7号 | $\neg(x\wedge y)$ | −1 | −1 | 2 | 8号 | $x\wedge y$ | 1 | 1 | 1 |
| +7号 | $\neg(x©^{e}y)$ | −1 | −1 | $1+e$ | +8号 | $x©^{e}y$ | 1 | 1 | $e$ |

3)不确定性参数对逻辑运算的影响。

调整函数和作用次序的确定。在三角范数理论的支撑下研究确定了不确定性参数 $k$、$h$、$\beta$ 对每种基模型的调整函数和作用次序。其中, 对于命题真度的误差系数 $k\in[0, 1]$, $k$=1 表示最大正误差, $k$=0.5 表示无误差, $k$=0 表示最大负误差。$k$ 对基模型的影响完全反映在 N 性生成元完整簇 $\Phi(x, k)=x^n$, $n\in(0, \infty)$ 上, 其中 $n=-1/\log_2 k$。对于广义相关系数 $h\in[0, 1]$, $h$=1 是最大的相吸关系, $h$=0.75 是独立相关关系, $h$=0.5 是最大的相斥关系, 也就是最弱的敌我关系, $h$=0.25 是敌我僵持关系, $h$=0 是最强的敌我关系。广义相关系数 $h$ 对基模型的影响全部反映在 T 性生成元完整簇 $F(x, h)=x^m$, $m\in(-\infty, \infty)$ 上, 其中 $m=(3-4h)/(4h(1-h))$。$F(x, h)$ 对各种二元运算基模型 $L(x, y)$ 的影响是 $L(x, y, h)=F^{-1}(L(F(x, h), F(y, h)), h)$。$h$、$k$ 对二元运算模型 $L(x, y)$ 共同的影响方式是 $L(x, y, h, k)=\Phi^{-1}(F^{-1}(L(F(\Phi(x, k), h), F(\Phi(y, k), h), h), k)$。对于偏袒系数 $\beta\in[0, 1]$, $\beta$=1 表示最大偏左, $\beta$=0.5 表示等权, $\beta$=0 表示最小偏左。权系数 $\beta$ 对基模型的影响完全反映在二元运算模型上, 其对基模型 $L(x, y)$ 的作用方式是 $L(x, y, \beta)=L(2\beta x, 2(1-\beta)y)$。$h$、$k$、$\beta$ 三者对二元运算模型 $L(x, y)$ 共同的影响方式是

$$L(x,y,h,k,\beta)=\Phi^{-1}(F^{-1}(L(2\beta F(\Phi(x,k),h),\ 2(1-\beta)F(\Phi(y,k),h),h),k)$$

4)柔性神经元与柔性命题算子可同步扩张

基于同样的基模型和同样的不确定性参数, 泛逻辑对神经元 M-P 模型的扩张是与对刚性逻辑算子的扩张同步进行的, 逻辑算子与神经元的一体两面性如图 3 所示。

由此, 获得了 20 种柔性信息处理算子的完整簇 (可以是柔性逻辑算子, 也可以是柔性神经元), 其中包含了柔性信息处理所需的全部算子, 可根据应用需要 (反映在模式参数$<a, b, e>$和模式内的调整参数$<h, k, \beta>$) 有针对性地选用。即每一个算子都有一个出生证编号$<a, b, e>+<h, k, \beta>$, 其中$<a, b, e>$是算子所属的信息处理模式, $<h, k, \beta>$是算子所包含的不确定性, 哪一项等于 0.5, 哪一项就没有出现。柔性命题的真度的确定需要借助汪培庄的因素空间理论[29-30]。神经生物学研究证实, 生物神经元内部的信息处理机制十分复杂, 如同一个大型化工企业群。所以, 柔性神经元的上述扩张并不过分, 也许只是刚刚开始。扩张过程可以在逻辑算子和神经元共同的 0、1 限幅函数 $T_F=\Gamma[ax+by-e]$ 基础上完成, 它不仅是对刚性逻辑算子的柔性扩张, 而且是对二值神经元的柔性扩张, 两者仍然保持一体两面关系。逻辑算子与神经元的同步、同基模型、同机理的扩张过程, 最后实现了命题泛逻辑算子与柔性神经元的和谐统一, 成为全面支撑智能科学研究的统一的逻辑基础。

### 2.2.4　命题泛逻辑的理论体系

命题泛逻辑的运算模式有 20 种, 其逻辑运算模型完整簇生成方法都是在各自的基模型上, 代入生成元函数来完成。有了运算模型完整簇后就可以证明它的各种性质, 制定有关的推理规则。下面举两个实例说明如何获得逻辑运算模型完整簇, 至于如何根据它们的各种性质, 制定有关的推理规则, 请参考笔者的早期著作[4], 这里只以常用的非运算和与运算说明, 部分逻辑算子与神经元的同步扩张效果如图 4 所示。

1)非运算公理及模型

非运算模型 $N(x)$ 是 $[0, 1]\to[0, 1]$ 的一元运算, 满足以下 N 性非运算公理:

$x\in[0, 1]$;

边界条件: $N(0)=1$, $N(1)=0$;

单调性: $N(x)$ 单调减, iff $\forall x, y\in[0, 1]$, 若 $x<y$, 则 $N(x)\geqslant N(y)$;

逆等性: $N(x)$ 有逆等性, iff $\forall x\in[0, 1]$, $N(x)=N^{-1}(x)$ 是逆函数。

非运算模型有 3 个特殊算子，$N_3$=ite{0|$x$=1; 1}是最大非算子，$N_1$=1−$x$ 是中心非算子，$N_0$=ite{1|$x$=0; 0}是最小非算子。

非运算基模型只受 $k$ 的影响，是一个非运算完整簇 $N(x, k)$，它由生成基 $N(x)=1-x$ 和 N 性生成元完整簇 $\Phi(x, k)=x^n$，$k=2^{-1/n}$，$n=-1/\log_2 k$ 相互作用而生成。非运算模型完整簇是 $N(x, k)=\Phi^{-1}(1-\Phi(x, k), k)=(1-x^n)^{1/n}$ 。

2）与运算公理及模型

与运算是常用的逻辑运算之一，$T(x, y)$ 是 $[0, 1]^2\to[0, 1]$ 的二元运算，满足以下 T 性与运算公理：

$x, y, z\in[0, 1]$;

边界条件：$T(0, y)=0$, $T(1, y)=y$;

单调性：$T(x, y)$ 关于 $x, y$ 单调增；

结合律：$T(T(x, y), z)=T(x, T(y, z))$;

上界性：$T(x, y)\leqslant\min(x, y)$。

$h$ 对二元逻辑运算模型的影响全部反映在 T 性生成元完整簇 $F(x, h)=x^m$，$m\in(-\infty, \infty)$ 上，其中 $m=(3-4h)/(4h(1-h))$。$T(x, y, h)=(\max(0, x^m+y^m-1))^{1/m}$，它有 4 个特殊算子：$T(x, y, 1)=T_3=\min(x, y)$，$T(x, y, 0.75)=T_2=xy$，$T(x, y, 0.5)=T_1=\max(0, x+y-1)$，$T(x, y, 0)=T_0=\text{ite}\{\min(x, y)|\max(x, y)=1; 0\}$。$\beta$ 对二元运算基模型的影响方式是 $L(x, y, \beta)=L(2\beta x, 2(1-\beta)y)$。

与运算模型可受 $k$、$h$、$\beta$ 的联合影响，是一个运算模型完整簇：$T(x, y, k, h, \beta)=(\max(0, 2\beta x^{nm}+2(1-\beta)y^{nm}-1))^{1/mn}$。

当 $\beta=0.5$ 时，偏袒性的影响消失，$T(x, y, k, h)=(\max(0, x^{nm}+y^{nm}-1))^{1/mn}$;

当 $k=0.5$ 时，误差的影响消失，$T(x, y, h)=(\max(0, x^m+y^m-1))^{1/m}$;

当 $h=0.5$ 时，相关性的影响消失，$T(x, y)=\max(0, x+y-1)$。

### 2.3　现行的神经元是非逻辑的神经元

众所周知，现行的人工神经网络（artificial neural network, ANN）是一个黑箱，没有逻辑性、无法理解、不可移植和重用，仅是大量数据。现根据泛逻辑原理分析其中原因，指出其出路何在。

1）M-P 模型是逻辑神经元

由表 4 可知，原子形态的神经元和逻辑算子具有先天的一体两面等价关系，两者都满足阈值公式（$T_F=z=\Gamma[ax+by-e]$, $x, y, z\in\{0,1\}$），所以<$a,b,e$>是两者共同的信息处理模式参数，M-P 神经元的逻辑含义一目了然。本文定义具有明确逻辑含义的神经元为逻辑神经元（logical neuron），M-P 神经元是最基本的逻辑神经元。

2）泛逻辑以阈值公式 $T_F$ 为基模型

在泛逻辑的一步步扩张过程中，笔者始终坚持在基模型（$z=\Gamma[ax+by-e]$）不变的前提下完成，所以，柔性神经元的一体两面性一直完好存在。只要不离开泛逻辑和柔性神经元的扩张模式，不管抽象到多大的知识粒度层次，它的一体两面性一直存在。所以，与泛逻辑算子同步扩张的柔性神经元都是逻辑神经元。逻辑神经元对神经网络的属性至关重要，也是人类理解周围世界、把握因果关系、分层分块存储和应用知识、进行推理和决策的重要前提。否则，人就只能像动物一样，听见铃声就分泌唾液，无法分辨是食物还是诱饵。条件反射和思维定式一样，都是自发的盲目行为，孙子兵法和三十六计中都有许多利用对手条件反射和思维定式来克敌制胜的锦囊妙计，智能的一个重要组成要素就是会算计对方，感知和认知不是一个层次的智慧。

3）现行 ANN 中的神经元是非逻辑的

现行的人工神经网络（ANN）特别是深度神经网络，从一开始就无视 M-P 神经元的一体两面性，随意修改神经元的<$a,b,e$>的参数，用各种 S-型变换函随意替换神经元的信息变换函数 $z=\Gamma[ax+by-e]$，满足于用简单的数据统计和关联关系拟合，整个过程没有归纳抽象，完全通过大数据和云计算，用几百上千过万层神经网络一竿子插到底，把知识和逻辑变成了海量的神经元权系数矩阵，其组成单位神经元的逻辑性早已荡然无存，成为非逻辑神经元（non logical neuron）。

4）ANN 对神经元的阉割细节分析

神经网络工作者为改善 M-P 神经元模型的曲面拟合能力、方便算法设计，纯粹从数学角度出发，在离散型 BP(back propagation) 网络神经元的输出变换函数（原来的 $z=\Gamma[ax+by-e]$）上做了三大改变：①把限幅的范围从{0,1}扩张到 [0,1]，这没有问题，如果再扩张到 [−1,1]，原来的阈值公式就需要改变了；②允许 $a$、$b$、$e$ 偏离原来的整数，变成任意实数，这一下就彻底失去了<$a,b,e$>神经的模式归属，神经元的逻辑性荡然无存；③引入各种形式的 S-型函数来提高神经元的适应能力，破坏了柔性神经元的<$k, h, \beta$>不确定性程度，如此一来，神经元论域、模式归属、不确定性程度都受到破坏，失去了<$a,b,e$>+<$k, h, \beta$>和阈值公式，当然神经元的一体两面性就荡然无存了。由此看来这三大改变实在是得不偿失。

5）一切需要从头再来

至此，人工神经元的逻辑性已经荡然无存，只

存在大量无法理解的数据, 人们只知道网络输出的结果, 不知道其中的因果关系, 人工神经元成为"黑箱"。如何重新找回神经网络的逻辑性? 笔者认为, ANN 已经病入膏肓, 无药可治, 唯有按照泛逻辑学提供的柔性神经元的生成方法, 从头再来一遍, 每一个神经元都是逻辑神经元, 整个网络就是逻辑神经网络。逻辑神经网络含义清楚, 因果关系明确, 可以分层分块保存, 可移植性、可重复利用性都好。

### 2.4 S-型超协调逻辑

#### 2.4.1 从标准逻辑到 S-型超协调逻辑的扩张

1)数学历史进程的启示

自欧几里得《几何原本》诞生以来, 数学一直按照公理化形式演绎模式在向前发展, 公理化方法是一种把基本信念人为真理化的方法, 这些人为规定的真理的作用就是为数学划定一个封闭的论域 $U$, 规定满足公理系统的元素在 $U$ 内, 不满足的元素在 $U$ 外, 界限十分严格。也就是说, 公理化形式演绎系统是一个严格封闭的理论体系。但是, 定义在论域 $U$ 上的各种数学运算, 其本质属性并不是在论域 $U$ 上封闭的, 有时候会合法地计算出 $U$ 外的结果来, 在数学中这就是悖论, 会出现理论危机。通常是消极的规定这个元素无定义( ⊥ ), 可是域外元素的出现具有明显的积极意义, 它促进了数学研究论域的不断扩大, 可毫不夸张地说, 没有域外元素的发现, 就没有数学的进步。如在有理数数学中发现无理数 $\sqrt{2}$, 在实数数学中发现虚数 $\sqrt{-1}$, 在微积分中发现无穷小是 0 又不是 0, 在公理集合论中发现绝对的离散和绝对的连续是一体两面的关系等。

2)对经验教训的积极回应

标准逻辑的协调性只能对 $U$ 内命题成立, 对 $U$ 外命题它既不能判定是真, 也不能判定是假。如将 $U$ 外命题当 $U$ 内命题来看待, 就会出现悖论, 引起理论危机, 传统做法是用无定义 ⊥ 来消极地屏蔽。历史反复证明域外不可判定命题的发现, 不但对数学和逻辑没有危害, 而且是一个理论体系需要向外扩张的提示信号, 应该积极地进行研究, 实现数学理论的进一步扩张。为了从逻辑层面正面研究域外异常命题, 有必要将封闭的标准逻辑演算系统 $K$ 进一步扩张为包含逻辑不封闭项的开放的演算系统 $K_S$。可见, 张金成提出 S-型超协调逻辑, 并不是一时兴起的符号游戏, 而是对两千多年数学和逻辑发展经验和教训的一种积极回应, 是对数学和逻辑发展规律的一种认识深化, 具有重要的里程碑意义。

#### 2.4.2 S-型谓词演算系统 $K_S$

1)基本理论体系

根据文献 [6], 设 $U = \{x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots\}$ 是一个项集合, $P$ 是 $U$ 上的一个性质, 把 $U$ 划分成正反集合, $U = +\alpha \cup -\alpha$, $+\alpha = \{x|P(x)\}$, $-\alpha = \{x|\neg P(x)\}$, 对于 $U$ 上的一个双射函数, 在谓词演算系统 $K$ 中, $P(x) \leftrightarrow \neg P(f(x))$ 成立。

$$\vdash P(x) \leftrightarrow \neg P(f(x)) \tag{1}$$

式( 1 )的推理形式显然是错误的, 应该修改成正确的推理形式:

$$x \in U \vdash P(x) \leftrightarrow \neg P(f(x)) \tag{2}$$

谓词演算系统 $K$ 中的所有公理, 都应该加上限制条件 $x \in U$。

笔者在标准谓词演算系统 $K$ 上引入公理 $x \in U \vdash P(x) \leftrightarrow \neg P(f(x))$, 可以组建一个新的谓词演算系统——S-型谓词演算系统 $K_S$。

① 基本符号

正项集合 $+\alpha = \{x|P(x)\}$, $+\alpha = \{x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots\}$, 不动项集合 $e = \{x_P\}$, 反项集合 $-\alpha = \{x|\neg P(x)\}$, $-\alpha = \{f(x_1), f(x_2), \cdots, f(x_i), \cdots\}$; $f_1$, $f_2$, $\cdots$, $f_n$ 分别是一元函数、二元函数、$\cdots$、$n$ 元函数; $A_1, A_2, \cdots, A_n$、$B_1, B_2, \cdots, B_n$、$C_1, C_2, \cdots, C_n$ 分别是一元谓词、二元谓词、$\cdots$、$n$ 元谓词;

$\neg$, $\rightarrow$, $\forall$ 是联结词; ( , ) 是括号; $P_i^{\alpha}$ $(i = 1, 2, \cdots)$ 是公式, 若 $A, B$ 是公式, 则 $A \rightarrow B$, $\neg A$, $\forall(x_i)A$ 是公式; 若 $x = f(x) = x_P$, 则 $P(x_P)$ 是域外项命题, $P(x_P)$ 在 $U$ 上无定义。

② 定义

$A \vee B = \mathrm{def}\, \neg A \rightarrow B$; $A \wedge B = \mathrm{def} \neg (\neg A \rightarrow B)$;

$A \leftrightarrow B = \mathrm{def}(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$; $\exists(x_i)A = \mathrm{def} \neg \forall(x_i) \neg A$。

③ 公理

$K_1$: $x_i \in U \vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$;

$K_2$: $x_i \in U \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$;

$K_3$: $x_i \in U \vdash (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$;

$K_4$: $x_i \in U \vdash \forall(x_i)A \rightarrow A$;

$K_5$: $x_i \in U \vdash \forall(x_i)A(x_i) \rightarrow A(t)$;

$K_6$: $x_i \in U \vdash \forall(x_i)(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \forall(x_i)B)$;

$K_0$: $x_i \in U \vdash P(x_i) \leftrightarrow \neg P(f(x_i))$.

④ 系统内的推理规则

$R_1$( 分离规则 ): 若 $x_i \in U \vdash A$ 且 $x_i \in U \vdash A \rightarrow B$, 则 $x_i \in U \vdash B$;

$R_2$( 概括规则 ): 若 $x_i \in U \vdash A$, 则 $x_i \in U \vdash \forall x_i A$。

**定义 1** S-型谓词演算系统 $K_S$

由以上①~④4 个部分组成的公理系统, 叫 S-型谓词演算系统 $K_S$。

**定理 1** 标准逻辑定理在封闭域上的有效性:

在 S-型谓词演算系统 $K_S$ 中，相同集 $+\alpha,-\alpha$ 中的命题演算，对于标准逻辑的所有定理与演算模式都是有效的。（证明略）

**定理 2**　$K_S$ 的悖论定理：在 S-型谓词演算系统 $K_S$ 中，当 $x_i=f(x_i)=x_P$ 时，$\neg(x_P\in U)$，即 $x_P$ 是域外项。（证明略）

标准逻辑演算系统 $L$、$K$ 是 S-型逻辑演算系统 $L_S$, $K_S$，当 $X\in U$，$x_i\in U$，为真命题时的特例。

2）S-型超协调逻辑的意义

S-型超协调逻辑的重大意义是把封闭演绎的标准逻辑改造成一个开放的逻辑演算系统，在这个逻辑系统中，可清楚地知道“悖论”不是系统内无法克服的逻辑矛盾，而是由于逻辑演算的开放性构造出来的域外项和域外命题。由于悖论是逻辑演算中“非真非假”的不可判定命题，如把标准逻辑看成是描述“非真即假”论域的逻辑，柔性逻辑看成是描述“亦真亦假”论域的逻辑，那 S-型超协调逻辑就是描述“非真非假”的逻辑，在现实世界中，这 3 种逻辑都是不可或缺的。

泛逻辑学作为一种柔性逻辑学，具有显著的优势和特点。其最大的优势在于能够包容各种逻辑形态和推理模式，包括二值逻辑、多值逻辑、模糊逻辑等，从而解决了传统逻辑在处理不确定性、不完全性和模糊性等问题上的局限性。泛逻辑学引入现实世界的柔性因子，补充了传统逻辑的刚性不足，为人工智能等领域提供了更为灵活和开放的逻辑框架。此外，泛逻辑学还具有复杂的结构、经常变化等特点，能够应对各种复杂系统的求解问题，为科学研究提供了新的思路和方法。

## 3　结束语

总结全文的内容可知，逻辑学的大一统理论不仅有望实现，而且在命题逻辑范围内已经基本实现（除超协调逻辑还停留在二值谓词逻辑层面外）。从泛逻辑研究纲要看，命题泛逻辑还可以一层层提高到各种连续值谓词泛逻辑，没有上限存在。当然，这需要应用场景不断提出新的需求，也需要逻辑工作者世世代代的努力创新。

## 参考文献：


[1] 钟义信. “范式革命”引领，“信息转换”担纲: 机制主义通用人工智能理论精髓[J]. 智能系统学报, 15(3): 2020, 615–622.
ZHONG Yixin. Leading of paradigm shift and undertaking of information conversion: theoretical essence of mechanism-based general AI[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2020, 15(3): 615–622.

[2] 何华灿, 吕艳. 人工智能导论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1988.

[3] 钟义信. 统一智能理论[M]. 北京: 科学出版社, 2023.

[4] 何华灿, 王华, 刘永怀, 等. 泛逻辑学原理[M]. 北京: 科学出版社, 2001.

[5] 汪培庄, 周红军, 何华灿, 等. 因素表示的信息空间与广义概率逻辑[J]. 智能系统学报, 2019, 14(5): 843−852.
WANG Peizhuang, ZHOU Hongjun, HE Huacan, et al. Factorial information space and generalized probability logic[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2019, 14(5): 843−852.

[6] 何华灿. 泛逻辑学理论——机制主义人工智能理论的逻辑基础[J]. 智能系统学报, 2018, 13(1): 19−36.
HE Huacan. Universal logic theory: logical foundation of mechanism-based artificial intelligence theory[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2018, 13(1): 19−36.

[7] 刘城霞, 何华灿, 张仰森, 等. 基于泛逻辑的泛容差关系的研究[J]. 西北工业大学学报, 2016, 34(3): 473−479.
LIU Chengxia, HE Huacan, ZHANG Yangsen, et al. The study of universal tolerance relation based on universal logic[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2016, 34(3): 473−479.

[8] 刘城霞, 何华灿. 广义相关性基础上的量化容差关系的改进[J]. 北京邮电大学学报, 2015, 38(5): 28−32, 41.
LIU Chengxia, HE Huacan. An improvement on the valued tolerance relation based on the generalized correlativity[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2015, 38(5): 28−32, 41.

[9] 马盈仓, 何华灿. 基于零级泛与运算的谓词形式系统及其完备性[J]. 小型微型计算机系统, 2011, 32(10): 2105−2108.
MA Yingcang, HE Huacan. Predicate formal system based on 0-level universal and operator and its completeness[J]. Journal of Chinese computer systems, 2011, 32(10): 2105−2108.

[10] 陈佳林, 何华灿, 刘城霞, 等. 柔性逻辑零级运算模型的健全性[J]. 北京邮电大学学报, 2011, 34(4): 10−13.
CHEN Jialin, HE Huacan, LIU Chengxia, et al. Integrity studies on 0-level universal operation models of flexible logic[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2011, 34(4): 10−13.

[11] 马盈仓, 何华灿. 基于零级泛与运算的谓词形式系统及其可靠性[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(1): 84−86, 101.
MA Yingcang, HE Huacan. Predicate formal system based on 0-level universal AND operator and its soundness[J]. Application research of computers, 2011, 28(1): 84−86, 101.

[12] 贾澎涛, 何华灿. 泛组合运算模型研究[J]. 计算机科学, 2010, 37(10): 175−180.
JIA Pengtao, HE Huacan. Research of universal combination operation model[J]. Computer science, 2010, 37(10): 175−180.
[13] 付利华, 毛明毅, 何华灿. 任意区间上的泛组合运算模型研究[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(36): 35−37.
FU Lihua, MAO Mingyi, HE Huacan. Studies on universal combinatorial operation model based on [a, b][J]. Computer engineering and applications, 2009, 45(36): 35−37.
[14] 付利华, 何华灿. 不等权泛组合运算模型研究[J]. 计算机科学, 2009, 36(6): 199−202, 213.
FU Lihua, HE Huacan. Studies on unequal weights universal combinatorial operation model[J]. Computer science, 2009, 36(6): 199−202, 213.
[15] 付利华, 何华灿. 一种基于柔性逻辑的控制方法研究[J]. 计算机科学, 2009, 36(2): 158−161, 189.
FU Lihua, HE Huacan. Studies on control method based on flexible logic[J]. Computer science, 2009, 36(2): 158−161, 189.
[16] 毛明毅, 陈志成, 莫倩, 等. 指数分布的泛逻辑自相关性[J]. 计算机工程与设计, 2008(2): 414−417.
MAO Mingyi, CHEN Zhicheng, MO Qian, et al. Universal logic self-correlation of exponential distributing[J]. Computer engineering and design, 2008(2): 414−417.
[17] 刘丽, 何华灿, 贾澎涛, 等. 二级倒立摆的泛逻辑稳定控制研究[J]. 计算机工程与应用, 2007(36): 82−85.
LIU Li, HE Huacan, JIA Pengtao, et al. Study on universal logics control to second order inverted pendulum[J]. Computer engineering and applications, 2007(36): 82−85.
[18] 刘丽, 何华灿, 贾澎涛. 泛逻辑控制模型研究[J]. 计算机工程, 2007(19): 7−9.
LIU Li, HE Huacan, JIA Pengtao. Study of universal logic control model[J]. Computer engineering, 2007(19): 7−9.
[19] 何华灿, 艾丽蓉, 王华. 辩证逻辑的数学化趋势[J]. 河池学院学报, 2007(1): 6−11.
HE Huacan, AI Lirong, WANG Hua. Mathematics trend of dialectical logic[J]. Journal of Hechi University, 2007(1): 6−11.
[20] 陈志成, 何华灿, 毛明毅. 基于泛逻辑的分形与混沌逻辑初探[J]. 计算机科学, 2004(6): 149−152.
CHEN Zhicheng, HE Huacan, MAO Mingyi. Exploration of fractal and chaos logics based on universal logic[J]. Computer science, 2004(6): 149−152.
[21] 彭漪涟, 马钦荣. 逻辑学大辞典[M]. 上海: 上海辞书出版社, 2010.
[22] 何华灿, 张金成, 周延泉. 命题级泛逻辑与柔性神经元[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2021.
[23] 何华灿, 刘永怀, 何大庆. 经验性思维中的泛逻辑[J]. 中国科学 E 辑: 技术科学, 1996(1): 72−78.
HE Huacan, LIU Yonghua, HE Daqing. Universal logic in empirical thinking[J]. Science in China(series E), 1996(1): 72−78.
[24] JEAN-YVES B. From paraconsistent logic to universal logic[J]. Sorites, 2001, 12: 5−32.
[25] JEAN-YVES B. Logica universalis: towards a general theory of logic[M]. New York: Springer Nature Link, 2005.
[26] 李德毅, 孟海军, 史雪梅. 隶属云和隶属云发生器[J]. 计算机研究与发展, 1995(6): 15−20.
LI Deyi, MENG Haijun, SHI Xuemei. Membership clouds and membership cloud generators[J]. Journal of computer research and development, 1995(6): 15−20.
[27] SCHWEIZER B, SKILAR A. Associative functions and statistical triangle inequalities[J]. Publ. math. debrecen, 1961(8): 169−186.
[28] (德) 黑格尔. 小逻辑[M]. 北京: 商务印书馆, 1980.
[29] 汪培庄, 刘海涛. 因素空间与人工智能[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2021.
[30] 汪培庄, 曾繁慧. 因素空间理论——统一智能理论的数学基础[M]. 北京: 科学出版社, 2023.

## 作者简介：

何华灿，教授，博士生导师，主要研究方向为计算机科学和人工智能基础理论、广义概率论和数理辩证逻辑及其在智能信息处理中的应用，创立泛逻辑理论和柔性神经元原理。主持完成国家和省部级自然科学基金项目 8 项，获得省部级科技进步奖 9 项。发表学术论文 160 余篇，出版专著 9 部。E-mail：hehuac@nwpu.edu.cn。

何智涛，博士，中国人工智能学会人工智能基础专业委员会委员，主要研究方向为软件测试建模、软件测试过程管理、知识工程和泛逻辑。发表学术论文 10 余篇。E-mail：zhitaohe@vip.sina.com。