



## 一种基于灰色理论和弱缓冲算子的装备备件预测方法

齐小刚, 姚兆冬

引用本文:

齐小刚, 姚兆冬. 一种基于灰色理论和弱缓冲算子的装备备件预测方法[J]. 智能系统学报, 2025, 20(2): 495-505.

QI Xiaogang, YAO Zhaodong. A prediction method for equipment spare parts based on grey theory and weak buffering operator[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2025, 20(2): 495-505.

在线阅读 View online: <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202402014>

## 您可能感兴趣的其他文章

### 面向动用计划的车辆装备备件预测研究

Vehicle maintenance spare-part prediction for equipment use plan

智能系统学报. 2021, 16(6): 1064-1072 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202012026>

### 一种新的最大相关最小冗余特征选择算法

New MRMR feature selection algorithm

智能系统学报. 2021, 16(4): 649-661 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202009016>

### 基于多路交叉的用户金融行为预测

Prediction of user financial behavior based on multi-way crossing

智能系统学报. 2021, 16(2): 378-384 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202006054>

### $l_1$ 双范数的最优下边界回归模型辨识

Optimal lower boundary regression model based on double norms  $l_1$  optimization

智能系统学报. 2020, 15(5): 934-942 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201902006>

### 响应动态约束条件的多目标货位优化算法研究

Multi-objective location optimization algorithm in response to dynamic constraints

智能系统学报. 2020, 15(5): 925-933 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201906041>

### 空间故障树与因素空间融合的智能可靠性分析方法

Intelligent reliability analysis method based on space fault tree and factor space

智能系统学报. 2019, 14(5): 853-864 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201807022>

DOI: 10.11992/tis.202402014

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1538.TP.20250108.0914.005>

# 一种基于灰色理论和弱缓冲算子的装备备件预测方法

齐小刚, 姚兆冬

(西安电子科技大学 数学与统计学院, 陕西 西安 710126)

**摘要:** 备件不足或者冗余是维修保障中的经典问题, 严重影响维修效率。如何进行准确、有效的备件预测已成为维修保障的关键问题, 由于备件预测的短期性和无规律性, 灰色预测成为了常用的方法, 但目前的灰色预测还存在精度不足的问题。为提升精度, 从光滑化原始序列和模型改进 2 个方面对灰色预测进行改进, 选取了 4 种不同的模型和 3 种光滑函数, 并进一步构建新的弱缓冲算子来减少因累计计算产生的误差。实验结果表明在不同模型和光滑函数下, 构建的算子对精度的提升是可行的, 改进效果明显, 同模型改进和光滑化结合可以获得更为准确的结果。

**关键词:** 备件预测; 灰色模型; 光滑度; 模型改进; 缓冲算子; 维修保障; 资源预测; 预测精度

**中图分类号:** TP20; N941.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2025)02-0495-11

中文引用格式: 齐小刚, 姚兆冬. 一种基于灰色理论和弱缓冲算子的装备备件预测方法 [J]. 智能系统学报, 2025, 20(2): 495-505.

英文引用格式: QI Xiaogang, YAO Zhaodong. A prediction method for equipment spare parts based on grey theory and weak buffering operator[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2025, 20(2): 495-505.

## A prediction method for equipment spare parts based on grey theory and weak buffering operator

QI Xiaogang, YAO Zhaodong

(School of mathematics and statistics, Xidian University, Xi'an 710126, China)

**Abstract:** Spare parts shortage or redundancy is a common issue in maintenance assurance tasks, which seriously affects efficiency. How to make accurate and effective spare parts prediction has become crucial in maintenance support. Due to the short-term and irregular nature of spare part prediction, gray prediction has become a commonly used method, but the current gray prediction still has the problem of insufficient accuracy. To enhance the accuracy, gray models and methods are improved by smoothing the original sequence and refining the model, four different models and three smoothing functions are selected, and a new weak buffer operator is further constructed to reduce the error due to the cumulative calculation. The experiments show that under different models and smoothing functions, the constructed operators are feasible to improve the accuracy, and the improvement effect is obvious, and more accurate results can be obtained by combining with model improvement and smoothing.

**Keywords:** spare part prediction; gray model; smoothness; model improvement; buffer operator; maintenance assurance; resource prediction; prediction accuracy

随着现代设备的不断复杂化、精细化, 维修任务的要求也变得越来越高<sup>[1-2]</sup>。而对于维修任务来说, 资源冗余或缺少都会对整个维修任务造成

影响, 不利于维修的完成, 资源预测是减少冗余和缺失的重要途径<sup>[3-6]</sup>。在维修保障活动中, 如果能够准确地预测维修资源, 就可以依据预测情况进行资源安排, 以减少资源冗余或缺失情况的发生, 提升维修效率, 尽快地实现设备的正常工作<sup>[7-12]</sup>。

在维修物资预测中, 由于备件需求预测在整

收稿日期: 2024-02-09. 网络出版日期: 2025-01-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373291, 62372354).

通信作者: 齐小刚. E-mail: [xgqi@xidian.edu.cn](mailto:xgqi@xidian.edu.cn).

个维修保障工作中发挥着关键的作用<sup>[13]</sup>,许多专家学者对备件预测进行详细研究。Yang 等<sup>[14]</sup>提出了分数灰色预测方法,并使用粒子群同重力搜索结合的新算法来求解模型。Abbasimehr 等<sup>[15]</sup>基于多层长短期记忆网络(long short-term memory, LSTM),提出了一种利用网络搜索,并配合不同组合的 LSTM 超参数的需求预测模型。Boukhtouta 等<sup>[16]</sup>针对影响备件需求预测准确度的库存成本,提出了一个基于误差的库存成本评估模型。张楠<sup>[17]</sup>利用指数光滑法和反向传播神经网络对地铁的备件进行需求预测。陈鹏<sup>[18]</sup>以层次分析法的帕累托分析法模型为基础,建立了 LSTM 神经网络模型与时间序列预测模型组合的备件预测模型。邵松世等<sup>[19]</sup>分析了船舶备件需求在大部件维修下的情况,研究了该情境下  $k/n(G)$  系统的船舶备件需求分布和需求特征,建立保障模型。李婷等<sup>[20]</sup>以时间延迟和马尔可夫模型为基础,联合优化了基础周期和检修窗口,并基于最优维修产生了备件预测数据。王莉莉等<sup>[21]</sup>基于系统动力学,提出了一种飞机备件预测方法。蔡志成等<sup>[22]</sup>考虑灰色模型和马尔可夫的预测的优点,提出了改进的灰色马尔可夫模型,提升了预测的准确度。

这些方法对于资源预测起到了积极的影响,但还存在一定局限性<sup>[23-25]</sup>。对于物资预测,尤其是备件预测,基于其需求变化波动大、需求偏向于短期的特点,采用灰色预测是较合适的<sup>[26-27]</sup>。灰色预测尽管简单,但还存在预测精度不足的缺点,难以得到精准的结果。因此学者将预测精度的提升作为研究对象,许多研究表明灰色预测精度的提升可以从模型改进和原始序列光滑化进行。除此之外,灰色预测会因为累计计算出现干扰误差,可构建缓冲算子来减少误差<sup>[28-30]</sup>。基于此本文构建了一种弱缓冲算子,并使用到不同模型和光滑函数的备件预测中。通过仿真实验验证设计的缓冲算子的有效性,在选取的模型和光滑函数下,对缓冲算子参数进行优化分析,并对未来进行预测。

## 1 模型建立

### 1.1 灰色预测模型与方法

灰色预测是源于人们对系统发展的不确定性,通过对原始数据进行生成、处理、挖掘系统规律、建立灰色预测模型,用定量的方法对系统的未来情况进行分析。其详细步骤如下,流程见图 1。

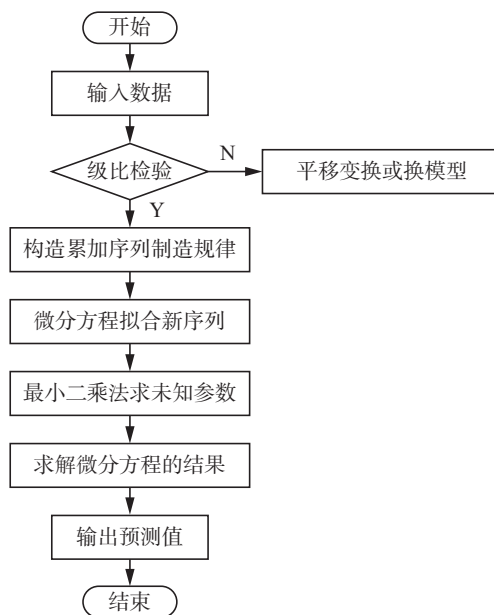


图 1 灰色预测流程

Fig. 1 Grey prediction process

**步骤 1** 序列级比检验。假设原始序列为  $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ , 级比计算公式为

$$L(k) = x^{(0)}(k-1) / x^{(0)}(k) \quad (1)$$

当  $L(k)$  落在区间  $[e^{-2/(n+1)}, e^{2/(n+1)}]$  之内, 则可以使用灰色预测, 若不在则进行平移或换模型。

**步骤 2** 累计生成序列。设累计生成的序列为  $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ , 其中第  $k$  个数据  $x^{(1)}(k)$  的计算公式为

$$x^{(1)}(k) = x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + \dots + x^{(0)}(k)$$

**步骤 3** 临均值生成。使用序列  $X^{(1)}$  中相邻数据的平均值来生成。设新生成的临均值序列为  $Z = (z(1), z(2), \dots, z(n-1))$ , 其中第  $k$  个数据  $z(k)$  的计算公式为

$$z(k) = (x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1)) / 2$$

**步骤 4** 构造数据矩阵  $B$  及数据向量  $Y$ 。

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}z(1) & 1 \\ -\frac{1}{2}z(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}z(n-1) & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = [x^{(0)}(2) \quad x^{(0)}(3) \quad \dots \quad x^{(0)}(n)]^T$$

**步骤 5** 计算发展系数  $a$  及灰作用量  $b$ 。 $a$  与  $b$  计算公式为

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

**步骤 6** 建立模型求解时间响应函数。序列可建成灰色微分方程  $x^{(0)}(k) + az(k) = b$ , 对灰色微分方程进行白化, 白化后方程为

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b$$

相应的时间响应函数为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}$$

**步骤7** 还原模型并预测。使用时间响应函数来还原预测值,预测值用 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 表示,计算公式为

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \\ \hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) \end{cases}$$

## 1.2 模型改进

基本的灰色预测在预测精度上还有所欠缺,因此可以通过模型改进来提升灰色预测的精度,本文着重介绍3种改进的模型,分别是新陈代谢灰色预测、新初值灰色预测及改进的离散灰色预测模型。

### 1.2.1 新陈代谢灰色预测

对于基本的灰色预测模型,受时间的影响,后续数据对模型会有很大的影响。因此有学者进一步提出了新陈代谢模型,其基本思想是将预测数据的第一位作为原数据的最后一位,并剔除原数据的第一位。通过不断地替换来实现对模型的预测,这样可以有效地保持后续的时间特点,可表述为在原始数据序列 $X^{(0)}$ 中,置入最新信息 $x^{(0)}(n+1)$ ,去掉最老信息 $x^{(0)}(1)$ ,产生新序列,新序列为

$$X' = (x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n), x^{(1)}(n+1))$$

对新序列 $X'$ 进行灰色预测,再度产生新数据,重复剔除和添加操作,循环往复最终实现对所要求日期的全部数据预测,预测完毕时的模型即为新陈代谢灰色预测模型。

在使用新陈代谢预测时,除了从原始序列第一位开始,还可以从特定的某一位开始。假定预测从第 $n-m+1$ 开始,因此可以得出灰色预测模型次序列为

$$Y^{(0)} = (x^{(0)}(n-m+1), \dots, x^{(0)}(n-1), x^{(0)}(n))$$

次序列 $Y^{(0)}$ 建模得到预测数据 $x^{(0)}(n+1)$ ,然后去掉最老的一个数据 $x^{(0)}(n-m+1)$ ,把得到的预测数据 $x^{(0)}(n+1)$ 加入到预测序列中,得到新的序列为

$$Y' = (x^{(0)}(n-m+2), \dots, x^{(0)}(n), x^{(0)}(n+1))$$

然后用新的序列来建模,这样一直预测下去,依次递补,直到完成预测目标。这样预测的次序列可以看作是取原始序列的后 $m$ 位,新陈代谢模型可以取不同的 $m$ 值,显然不同 $m$ 值会产生不同的预测结果,因此需要选择最为合适的值。可以预先选取一系列 $m$ 值,然后进行预测还原,再分别计算不同的残差 $e(k)$ ,计算公式为

$$e(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)$$

通过残差与真实值比重求解相对误差 $\varepsilon(k)$ ,计算公式为

$$\varepsilon(k) = \frac{|e(k)|}{x^{(0)}(k)} \times 100\%$$

求出所有相对误差的平均值即为平均相对误差 $\bar{\varepsilon}$ ,计算公式为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varepsilon(k)$$

根据平均相对误差的定义可知,平均相对误差越小,预测的效果就越好,故选取平均相对误差最小的预先取值作为 $m$ 值,作为新陈代谢预测的维度,计算公式为

$$\min_{1 \leq m \leq n} \bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i)|}{x^{(0)}(i)} \quad (2)$$

### 1.2.2 新初值灰色预测

在基本灰色预测模型中,灰色微分方程的初始值大多是累计序列的第一个分量,这样会使得模型难以充分利用历史数据信息,以至于无法准确预测。因此考虑在模型中使用其他分量以提升灰色预测的精度,文献[31]已经证明将灰色微分模型的初始条件变为 $X^{(1)}$ 的最后一个分量,即 $x^{(1)}(n)$ ,可以提升精度。基于此可以考虑将 $x^{(1)}(m)$ 作为初始条件,此时的时间响应函数为

$$\hat{x}^{(1)}(k) = \left(x^{(1)}(m) - \frac{b}{a}\right)e^{-a(k-m)} + \frac{b}{a}$$

其还原函数为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (1 - e^a) \left(x^{(1)}(m) - \frac{b}{a}\right)e^{-a(k+1-m)} + \frac{b}{a}$$

显然不同 $m$ 值会有不同的预测效果,理论上最好的 $m$ 值会使得平均相对误差最小,预测的结果最好。因此可以采取新陈代谢预测法取值的思路来确定 $m$ 的取值,将不同 $m$ 值代入式(2),选取平均相对误差最小的预先取值作为 $m$ 值。

### 1.2.3 改进的离散灰色预测

从基本灰色预测的预测过程来看,经历了从离散到连续的直接跳跃阶段,这必然会对模型预测精度有所影响,同时灰色预测还存在稳定性的问题,因此考虑使用离散的灰色预测模型替代原有模型,离散灰色模型的公式为

$$x^{(1)}(k+1) = \beta_1 x^{(1)}(k) + \beta_2$$

离散灰色预测模型时间响应函数为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \beta_1^k x^{(0)}(1) + \frac{1 - \beta_1^k}{1 - \beta_1} \beta_2$$

其参数求解公式为



$$\beta_1 = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} x^{(1)}(k+1)x^{(1)}(k) - \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} x^{(1)}(k+1) \sum_{k=1}^{n-1} x^{(1)}(k)}{\sum_{k=1}^{n-1} (x^{(1)}(k))^2 - \frac{1}{n-1} \left( \sum_{k=1}^{n-1} x^{(1)}(k) \right)^2}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{k=1}^{n-1} x^{(1)}(k+1) - \beta_1 \sum_{k=1}^{n-1} x^{(1)}(k) \right)$$

在此基础上提出改进的离散灰色预测模型, 设原始序列  $X^{(0)}$  和累计序列  $X^{(1)}$ , 离散灰色扩展公式为

$$\begin{cases} \hat{x}^{(1)}(k+1) = \beta_1 \hat{x}^{(1)}(k) + \beta_2 x^{(0)}(k) + \beta_3 k + \beta_4 \\ \hat{x}^{(1)}(1) = \xi \end{cases}$$

此外令

$$B = \begin{bmatrix} x^{(1)}(1) & x^{(0)}(1) & 1 & 1 \\ x^{(1)}(2) & x^{(0)}(2) & 2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x^{(1)}(n-1) & x^{(0)}(n-1) & n-1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(1)}(2) \\ x^{(1)}(3) \\ \vdots \\ x^{(1)}(n) \end{bmatrix}$$

参数  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$ 、 $\beta_4$  使用最小二乘法进行求解, 计算公式为

$$\beta = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4] = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (3)$$

根据离散灰色预测模型的扩展公式及通过最小二乘法求得的参数, 可以得到

$$\begin{cases} \hat{x}^{(1)}(2) = \hat{\beta}_1 \hat{x}^{(1)}(1) + \hat{\beta}_2 x^{(0)}(1) + \hat{\beta}_3 + \hat{\beta}_4 \\ \hat{x}^{(1)}(3) = \hat{\beta}_1 \hat{x}^{(1)}(2) + \hat{\beta}_2 x^{(0)}(2) + 2\hat{\beta}_3 + \hat{\beta}_4 \\ \vdots \\ \hat{x}^{(1)}(n) = \hat{\beta}_1 \hat{x}^{(1)}(n-1) + \hat{\beta}_2 x^{(0)}(n-1) + (n-1)\hat{\beta}_3 + \hat{\beta}_4 \end{cases}$$

进一步求出预测值, 计算公式为

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = \hat{x}^{(1)}(1) \\ \hat{x}^{(0)}(2) = \hat{x}^{(1)}(2) - \hat{x}^{(1)}(1) \\ \vdots \\ \hat{x}^{(0)}(n) = \hat{x}^{(1)}(n) - \hat{x}^{(1)}(n-1) \end{cases}$$

预测值计算中,  $\xi$  是未知量, 需要求出, 可令  $R = \sum_{k=1}^n [\hat{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)]^2$ , 此时只有  $\xi$  是变量, 其他都是常数, 故  $R$  是关于  $\xi$  的函数。  $R$  表示了预测值与真实值的拟合程度, 理论上  $R$  是越小越好, 而  $\frac{dR}{d\xi} = 0$  求的  $\xi$  代入  $R$  最小, 故求解该式可得到  $\xi$ 。

改进的离散灰色预测步骤如下:

**步骤 1** 利用式 (3) 求出参数  $\beta$ 。

**步骤 2** 令  $\hat{x}^{(1)}(1) = \xi$ , 利用扩展公式求出预

测值  $\hat{x}^{(1)}(k)$ ,  $k = 2, 3, \dots, n$ 。

**步骤 3** 求出最小误差平法和的函数值  $R$ , 其中  $R = \sum_{k=1}^n [\hat{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)]^2$ 。

**步骤 4** 令  $\frac{dR}{d\xi} = 0$ , 求出使  $R$  最小的  $\xi$  值。

**步骤 5** 求出  $\hat{x}^{(1)}(k)$  的数值解。

**步骤 6** 利用累减, 求出  $\hat{x}^{(0)}(k)$ 。

### 1.3 序列光滑化

对于灰色预测来说, 精度不仅仅取决于模型, 还会受原始序列光滑度的影响, 提升原始序列的光滑度可以有效地提升模型的精度, 光滑度的相关概念如下所述。

假定原始序列  $X^{(0)}$  和临均值序列  $Z$ , 某可导函数序列为  $X^{(2)} = (x^{(2)}(1), x^{(2)}(2), \dots, x^{(2)}(n-1))$ 。将  $X^{(0)}$  删去  $x^{(0)}(n)$ , 并记为  $X^{(3)}$ 。若序列  $X^{(3)}$  和  $X^{(2)}$  满足: 当  $k$  充分大时,  $x^{(3)}(k) < \sum_{i=1}^{k-1} x^{(3)}(i)$  且  $\max_{1 \leq k \leq n-1} |x^{(2)}(k) - x^{(3)}(k)| \geq \max_{1 \leq k \leq n-1} |x^{(2)}(k) - z(k)|$ , 称序列  $X^{(3)}$  是光滑序列。

定义  $p(k) = x(k) / \sum_{i=1}^{k-1} x(i)$  为  $X^{(0)}$  的光滑比。  $\forall \varepsilon > 0$ ,  $\exists k_0$ , 当  $k > k_0$  时, 若  $p(k) < \varepsilon$ , 则  $X^{(0)}$  为光滑离散序列。

文献 [32] 已经说明了原始数据序列的光滑度是影响预测的重要因素, 光滑程度越高, 就能得到更加准确的预测结果。因此为提升灰色预测的精度, 可以通过选取光滑函数将不光滑的原始序列转变为光滑的序列, 运用光滑后的数据进行灰色预测, 接着将光滑后的预测值进行还原, 这样可以得到更加准确的预测值。序列光滑化步骤如下:

**步骤 1** 确定光滑化函数  $y = f(x)$ 。

**步骤 2** 将原始序列  $X^{(0)}$  中每一个数据代入光滑函数, 得到光滑后的序列  $\hat{X}^{(0)}$ , 对应的关系为

$$\hat{x}^{(0)}(k) = f(x^{(0)}(k))$$

**步骤 3** 对光滑后序列  $\hat{X}^{(0)}$  进行灰色预测, 得到预测值序列  $\hat{\hat{X}}^{(0)}$ 。

**步骤 4** 根据光滑函数得到对应的反函数  $x = g(y)$ , 并结合预测值  $\hat{\hat{X}}^{(0)}$  得到原始序列对应的预测值  $\hat{X}^{(0)}$ , 数据对应关系为

$$\hat{x}^{(0)}(k) = g(\hat{\hat{x}}^{(0)}(k))$$

显然选取不同函数会对预测精度产生不同的影响, 而本文是对灰色预测模型进行进一步改进, 需选取光滑函数并进行对比。通过参考相关文献 [33-35] 决定选取了  $\ln(x+c)$ 、 $a^{-\sin(\ln(x))}$ 、 $(x+1)^{1/p}$  这 3 个函数作为基准, 再进行模型改进加以分析。这 3 个光滑化函数已经被证明了可以有效提

升预测的精度,基于文献分析,本文可以假定光滑函数的参数依次选取 $c = -40$ ,  $a = 10$ ,  $p = -5$ 。

#### 1.4 基于弱缓冲算子的改进模型

在灰色预测中,累计序列的存在会导致灰色预测预测值和实际值出现误差。对于这个误差可以引入缓冲算子实现数据的修正,运用修改后的数据进行预测还原,可以有效地提升预测精度,缓冲算子相关概念如下所述。

假定作用于序列 $X^{(0)}$ 的算子为 $D$ ,如果 $X^{(0)}$ 经过算子 $D$ 作用所得到的序列为

$$X^{(0)}D = (x^{(0)}(1)d, x^{(0)}(2)d, \dots, x^{(0)}(n)d)$$

称 $D$ 是序列算子。若还满足 $x^{(0)}(n)d = x^{(0)}(n)$ ,  $x^{(0)}(k)$ 充分参与算子作用全过程且任意 $x^{(0)}(k)d$ 可由统一公式表示,则称 $D$ 是缓冲算子,缓冲算子成立的前提条件为缓冲算子三定理。作用序列后使序列增长速度减缓的算子被称为弱缓冲算子,速度增大被称为强缓冲算子。

**定理1**  $X^{(0)}$ 是正项单调递增序列, $D$ 为弱缓冲算子的充要条件为 $\forall k, x^{(0)}(k)d \geq x^{(0)}(k)$ ;  $D$ 为强缓冲算子的充要条件为 $\forall k, x^{(0)}(k)d \leq x^{(0)}(k)$ 。

**定理2**  $X^{(0)}$ 是正项单调递减序列, $D$ 为弱缓冲算子的充要条件为 $\forall k, x^{(0)}(k)d \leq x^{(0)}(k)$ ;  $D$ 为强缓冲算子的充要条件为 $\forall k, x^{(0)}(k)d \geq x^{(0)}(k)$ 。

**定理3**  $X^{(0)}$ 是正项振荡序列, $D$ 为弱缓冲算子的充要条件为 $\forall k$ ,同时满足2个不等式:

$$\begin{aligned} \max\{x^{(0)}(k)d\} &\leq \max\{x^{(0)}(k)\} \\ \min\{x^{(0)}(k)d\} &\geq \min\{x^{(0)}(k)\} \end{aligned}$$

$D$ 为强缓冲算子的充要条件是 $\forall k$ ,同时满足2个不等式:

$$\begin{aligned} \max\{x^{(0)}(k)d\} &\geq \max\{x^{(0)}(k)\} \\ \min\{x^{(0)}(k)d\} &\leq \min\{x^{(0)}(k)\} \end{aligned}$$

根据以上定理可构建弱缓冲算子,构造算子为

$$\begin{cases} q(k) = \frac{\sum_{i=k}^n \ln \left( 1 + (-1)^{s+1} \times \cos \left( \frac{\pi}{2} \times \left( \frac{x^{(0)}(i)}{x^{(0)}(n)} \right)^{(-1)^{s+1}} \right) \right)}{n-k+1} \\ d_k = a^{q(k)} \\ X^{(0)}D = (x^{(0)}(1)d, x^{(0)}(2)d, \dots, x^{(0)}(n)d) \\ x^{(0)}(k)d = x^{(0)}(k) \times d_k \\ a > 0, s = 1, 2 \end{cases}$$

容易证明算子 $D$ 满足缓冲算子三定理,因此 $D$ 是缓冲算子。缓冲算子 $D$ 有以下性质:

当 $s = 1$ ,  $X^{(0)}$ 是正项递增序列时,若 $a > 1$ ,  $D$ 是弱缓冲算子;若 $0 < a < 1$ ,  $D$ 是强缓冲算子;若

$a = 1$ ,  $D$ 是恒等缓冲算子。

当 $s = 2$ ,  $X^{(0)}$ 是正项递减序列时,若 $a > 1$ ,  $D$ 是弱缓冲算子;若 $0 < a < 1$ ,  $D$ 是强缓冲算子;若 $a = 1$ ,  $D$ 是恒等缓冲算子。

**证明** 当 $s = 1$ ,  $X^{(0)}$ 是正项递增序列时,可知 $0 < \frac{x^{(0)}(k)}{x^{(0)}(n)} < 1$ ,故 $0 \leq \cos \left( \frac{\pi}{2} \times \left( \frac{x^{(0)}(i)}{x^{(0)}(n)} \right)^{(-1)^{s+1}} \right) \leq 1$ ,所以 $q(k) > 0$ 。若 $a > 1$ ,则 $x^{(0)}(k)d \geq x^{(0)}(k)$ ,  $D$ 是弱缓冲算子。若 $0 < a < 1$ ,  $x^{(0)}(k)d \leq x^{(0)}(k)$ ,  $D$ 是强缓冲算子。若 $a = 1$ ,  $x^{(0)}(k)d = x^{(0)}(k)$ ,  $D$ 是恒等缓冲算子。

当 $s = 2$ ,  $X^{(0)}$ 是正项递减序列时,可知 $0 < \frac{x^{(0)}(n)}{x^{(0)}(k)} < 1$ ,故 $0 \leq \cos \left( \frac{\pi}{2} \times \left( \frac{x^{(0)}(i)}{x^{(0)}(n)} \right)^{(-1)^{s+1}} \right) \leq 1$ ,所以 $q(k) < 0$ 。若 $a > 1$ ,则 $x^{(0)}(k)d \leq x^{(0)}(k)$ ,  $D$ 是弱缓冲算子。若 $0 < a < 1$ ,  $x^{(0)}(k)d \geq x^{(0)}(k)$ ,  $D$ 是强缓冲算子。若 $a = 1$ ,  $x^{(0)}(k)d = x^{(0)}(k)$ ,  $D$ 是恒等缓冲算子。

由以上定理和证明,可知所构建的缓冲算子有结论:无论原始序列是正项递增还是递减,在 $a > 1$ 时,缓冲算子 $D$ 对于原始序列都具有改善作用。

**证明** 由以上论述可知在 $a > 1$ 时,缓冲算子 $D$ 有2种情况。

**情况1**  $X^{(0)}$ 递增,  $s = 1$ 。

$X^{(0)}$ 是正项递增序列,那么 $\frac{x^{(0)}(k)}{x^{(0)}(n)}$ 递增,  $1 + (-1)^{s+1} \times \cos \left( \frac{\pi}{2} \times \left( \frac{x^{(0)}(i)}{x^{(0)}(n)} \right)^{(-1)^{s+1}} \right)$ 递减。若 $\exists k_1 > k_2$ ,则 $q(k_1) < q(k_2)$ 。

又因为 $a > 1$ ,所以 $\frac{x^{(0)}(k_1)d}{x^{(0)}(k_2)d} < \frac{x^{(0)}(k_1)}{x^{(0)}(k_2)}$ ,根据灰色预测理论可知缓冲算子改善了原始序列的光滑性,有利于灰色预测精度的提升。

**情况2**  $X^{(0)}$ 递减,  $s = 2$ 。

$X^{(0)}$ 是正项递减序列,那么 $\frac{x^{(0)}(n)}{x^{(0)}(i)}$ 递增,  $1 + (-1)^{s+1} \times \cos \left( \frac{\pi}{2} \times \left( \frac{x^{(0)}(i)}{x^{(0)}(n)} \right)^{(-1)^{s+1}} \right)$ 递增。若 $\exists k_1 > k_2$ ,则 $q(k_1) > q(k_2)$ 。

又因为 $a > 1$ ,所以 $\frac{x^{(0)}(k_1)d}{x^{(0)}(k_2)d} > \frac{x^{(0)}(k_1)}{x^{(0)}(k_2)}$ ,同理可知缓冲算子改善了原始序列的光滑性,有利于灰色预测精度的提升。

#### 1.5 模型的精度检验

由于模型和原始数据的不同,预测的实际效果是不同,因此在使用灰色预测时需要进行精度检验,通过检验的结果选取最为合适的预测模

型。检验方法包括相对误差、后验差、关联度检验等方法。

1) 相对误差。根据前文可以求出平均相对误差  $\bar{\varepsilon}$ , 而  $p^{(0)} = (1 - \bar{\varepsilon}) \times 100\%$  为模型精度, 一般要求  $p^{(0)} > 80\%$ , 最好是  $p^{(0)} > 90\%$ 。

2) 后验差检验属于统计概念, 它是按照残差的概率分布进行检验的。其详细步骤如下。

**步骤 1** 计算原始序列的均值  $\bar{x}^{(0)}$  和方差  $S_1^2$ :

$$\bar{x}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x^{(0)}(i)$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x^{(0)}(i) - \bar{x}^{(0)}(i))^2$$

**步骤 2** 计算残差序列的均值  $\bar{e}$  及方差  $S_2^2$ :

$$\bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e(i)$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (e(i) - \bar{e})^2$$

**步骤 3** 计算后验差比值  $C$ :

$$C = S_2 / S_1$$

**步骤 4** 计算小误差概率  $p$ :

$$p = p\{|e(i) - \bar{e}| < 0.6745 S_1\}$$

指标  $C$  和  $p$  是后验差检验的 2 个重要指标。指标  $C$  越小越好,  $C$  越小, 表示  $S_1$  越大而  $S_2$  越小,  $S_1$  越大就表示原始数据方差大, 原始数据的离散程度大;  $S_2$  越小就表明残差方差小, 残差离散度小。  $C$  小就表明原始数据很离散, 而模型所得的预测值与原始数据相差并不大。指标  $p$  越大越好,  $p$  越大, 表明残差与残差平均值之差小于给定值  $0.6745 S_1$  的点较多, 即预测值比较均匀。表 1 给出了 2 个指标下评定模型预测精度的等级。

表 1 基本灰色预测模型预测精度等级

Table 1 Basic gray prediction model prediction accuracy level

模型精度等级	后验差比值( $C$ )	小误差概率( $p$ )
一级(好)	$C \leq 0.35$	$p \geq 0.95$
二级(合格)	$0.35 < C \leq 0.50$	$0.80 \leq p < 0.95$
三级(勉强)	$0.50 < C \leq 0.65$	$0.70 \leq p < 0.80$
四级(不合格)	$C > 0.65$	$p < 0.70$

3) 关联度检验属于集合检验, 它是通过考察模型预测值曲线与原始数据曲线的相似程度进行检验。一般来说, 越接近, 变化趋势也就越接近, 关联度就越大。关联度计算公式为

$$\xi_k = \frac{\min_{1 \leq k \leq n} |x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)| + 0.5 \max_{1 \leq k \leq n} |x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)|}{|x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)| + 0.5 \max_{1 \leq k \leq n} |x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)|}$$

模型预测值序列与原始数据序列在各点的关联数值较多, 信息过于分散, 不便于比较, 因此有必要将各个时刻的关联度系数集中体现在一个值上面, 这一数值就是灰关联度  $\bar{\xi}$ , 计算公式为

$$\bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$$

这代表了模型预测值对原始数据序列的关联度, 一般要求  $\bar{\xi} > 0.6$ , 灰关联度越大, 表明模型的预测效果越好。

## 2 仿真实验与结果分析

为了验证模型和算法的有效性, 本文首先设置 15 个时期备件的数量, 详细数据见表 2。在此基础上结合本文的备件预测问题进行仿真实验和分析。

表 2 历史备件数目

Table 2 Number of historical spare parts 万

序号	数目	序号	数目
1	49	9	71
2	51	10	71
3	55	11	72
4	56	12	73
5	56	13	79
6	57	14	82
7	61	15	92
8	64		

灰色预测法需要判定原始数据是否符合要求, 因此首先计算出原始数据的级数比, 使用式 (1), 并运用表 2 进行计算, 得到数据矩阵为 [0.9608 0.9273 0.9821 1.0000 0.9825 0.9344 0.9531 0.9014 1.0000 0.9861 0.9863 0.9241 0.9634 0.8913]。其次计算出级数比较区间, 根据表 2 的历史备件数目并结合级数比较区间公式  $[e^{-2/(n+1)}, e^{2/(n+1)}]$ , 可知  $n = 15$ , 因此可以计算出级数比较区间为 [0.8825, 1.1331]。最后通过比较可知数据矩阵均处于比较区间内, 因此数据不需要进行平移或转换模型, 可以进行灰色预测。

备件数目是一个正项递增的序列, 由缓冲算子分析可知, 提升精度需要采用弱缓冲算子, 且  $a > 1$ 。为验证缓冲算子的效果, 首先随机取  $a = 1.1$  来进行仿真实验, 使用弱缓冲算子后得到的结果见表 3。

表 3 缓冲算子后的历史备件数目

Table 3 Number of historical spares after buffer operator 万

序号	数目	序号	数目
1	51.454 4	9	73.064 9
2	53.475 4	10	73.064 9
3	57.487 3	11	74.009 7
4	58.483 7	12	74.950 6
5	58.483 7	13	80.512 4
6	59.477 4	14	83.235 7
7	63.423 3	15	92.000 0
8	66.350 8		

2.1 缓冲算子的有效性

为验证引入的弱缓冲算子的有效性, 从不同模型、光滑化及模型结合光滑化 3 个方面进行对比。

2.1.1 不同模型与弱缓冲算子

本文选取了灰色预测的基本模型以及包括新陈代谢、新初值和改进离散的 3 种灰色预测扩展模型, 对 4 个模型进行仿真实验, 预测值与真实值的相对误差见图 2, 平均相对误差见表 4。

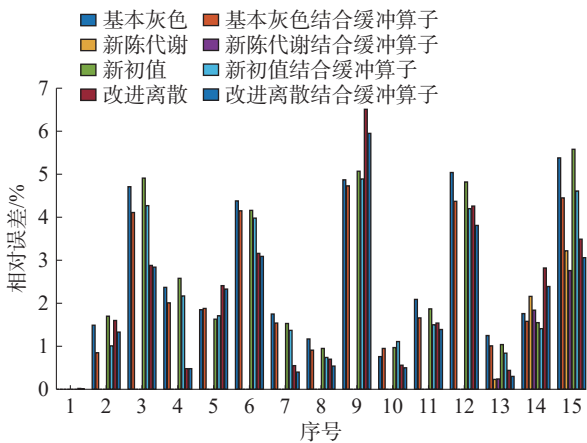


图 2 算子引入前后 4 个模型的相对误差

Fig. 2 Relative errors of the four models before and after the introduction of the operator

表 4 算子引入前后 4 个模型的平均相对误差

Table 4 Average relative error of the four models before and after the introduction of the operator %

是否引用算子	基本灰色	新陈代谢	新初值	改进离散
未用算子	2.59	1.40	2.56	2.09
引用算子	2.28	1.21	2.25	1.90

通过图 2 可知 4 种模型在引入缓冲算子后, 相较于原有每一个序列对应的预测值, 新产生的

预测值的相对误差较小。从表 4 也可以得出在使用缓冲算子后, 平均相对误差也有明显的下降, 因此本文所使用的缓冲算子在不同模型种对提升精度均具有较好的效果。

2.1.2 不同光滑函数与弱缓冲算子

选取了包括  $\ln(x-40)$ 、 $10^{-\sin(\ln(x))}$ 、 $(x+1)^{-1/5}$  在内的 3 种光滑函数, 并在引入弱缓冲算子前后, 使用基本灰色预测对原始数据进行预测, 算子引入前后的相对误差结果见图 3, 平均相对误差见表 5。

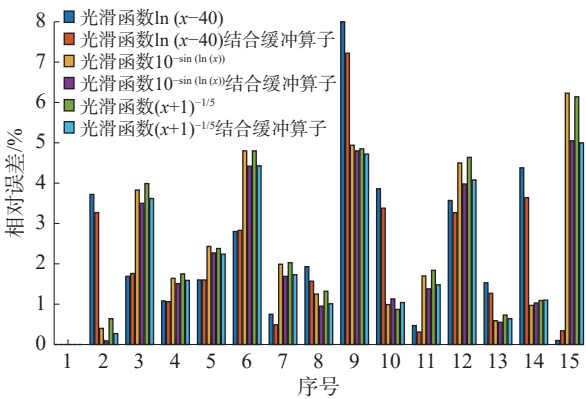


图 3 算子引入前后 3 个平滑函数结合基本灰色的相对误差

Fig. 3 Operator introduces three smoothing functions before and after combining the relative errors of the basic gray

表 5 算子引入前后 3 个平滑函数结合基本灰色的平均相对误差

Table 5 Operator introduces three smoothing functions before and after combining the average relative error of the basic gray %

是否引用算子	$\ln(x-40)$	$10^{-\sin(\ln(x))}$	$(x+1)^{-1/5}$
未用算子	2.37	2.42	2.47
引用算子	2.13	2.16	2.20

通过图 3 可知上述 3 种光滑函数在引入缓冲算子后, 相较于原有每一个序列对应的预测值, 新产生的预测值的相对误差较小。从表 5 也可以得出在使用缓冲算子后, 平均相对误差也有明显的下降, 因此本文所使用的缓冲算子在不同模型中对提升精度均具有较好的效果。

2.1.3 结合模型与弱缓冲算子

将 4 种模型与 3 种光滑结合形成 12 种结合模型, 并计算引入缓冲算子前后的相对误差, 基本模型见图 3 和表 5, 新陈代谢见图 4 和表 6, 新初值见图 5 和表 7, 改进离散见图 6 和表 8。



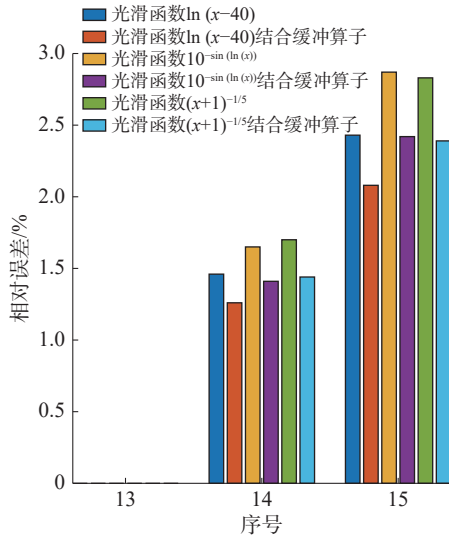


图4 算子引入前后3个平滑函数结合新陈代谢的相对误差

Fig. 4 Operator introduces 3 smoothing functions before and after combining the relative errors in metabolism

表6 算子引入前后3个平滑函数结合新陈代谢的平均相对误差

是否引用算子	$\ln(x-40)$	$10^{-\sin(\ln(x))}$	$(x+1)^{-1/5}$
未用算子	1.30	1.51	1.51
引用算子	1.12	1.28	1.28

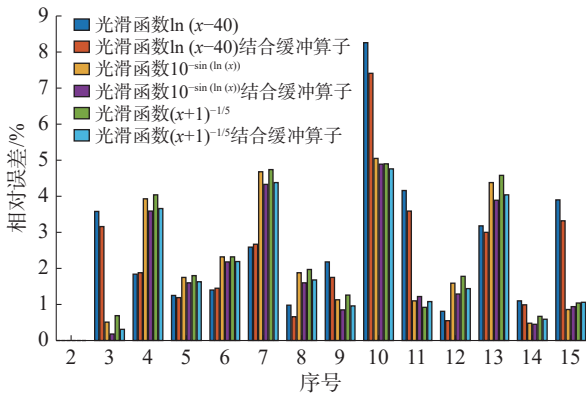


图5 算子引入前后3个平滑函数结合新初值的相对误差

Fig. 5 Relative error of the three smoothing functions before and after the introduction of the operator combined with the new initial values

表7 算子引入前后3个平滑函数结合新初值的平均相对误差

是否引用算子	$\ln(x-40)$	$10^{-\sin(\ln(x))}$	$(x+1)^{-1/5}$
未用算子	2.39	2.40	2.46
引用算子	2.15	2.14	2.19

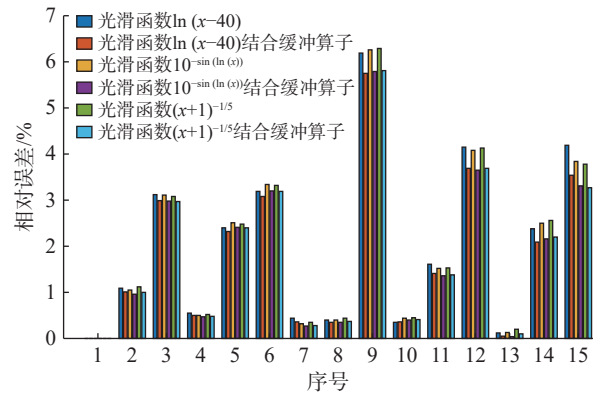


图6 算子引入前后3个平滑函数结合改进离散的相对误差

Fig. 6 Operator introduces a combination of three smoothing functions before and after to improve the discrete relative error

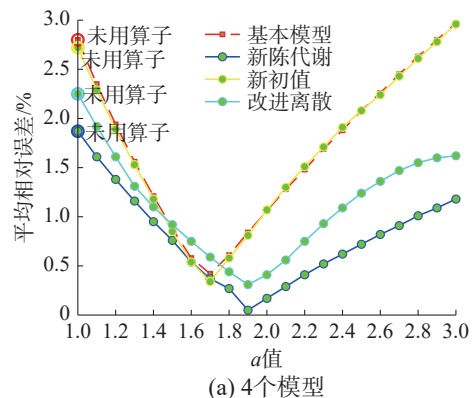
表8 算子引入前后3个平滑函数结合改进离散的平均相对误差

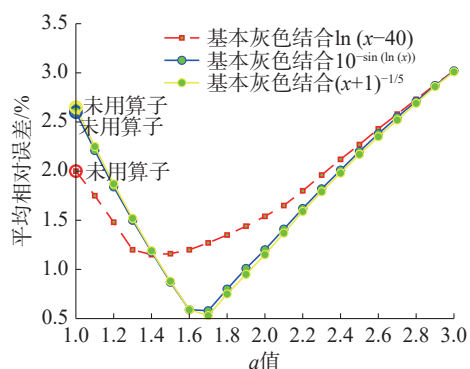
是否引用算子	$\ln(x-40)$	$10^{-\sin(\ln(x))}$	$(x+1)^{-1/5}$
未用算子	2.01	2.00	2.02
引用算子	1.83	1.82	1.84

根据仿真实验可以看出上述模型引入弱缓冲算子后,对于预测精度的提升都是极其有利的,建立的弱缓冲算子在模型、光滑化及结合模型3个模块中都可以有效地提升预测精度。

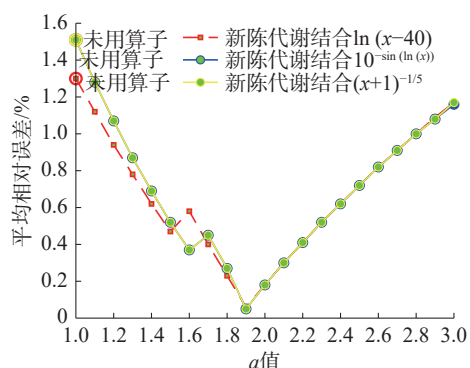
## 2.2 参数的优化及模型的确定

为探究 $a$ 对模型的影响,可用平均相对误差来衡量。由于不同模型的预测维度是不同的,为分析影响,需要统一维度。根据4种模型和3个光滑函数的计算过程可知,在所有算法中新陈代谢预测值与原始数据对应的维度最小,维度为3,即预测值对应的真实值序列为第13~15位。故所有模型以此为基准计算平均相对误差。对 $a$ 依次从1取到3,间隔为0.1,共计21个数据,趋势如图7所示。

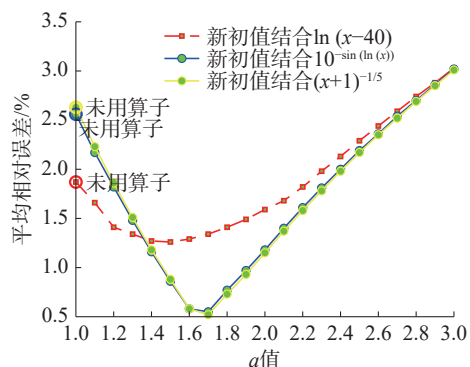




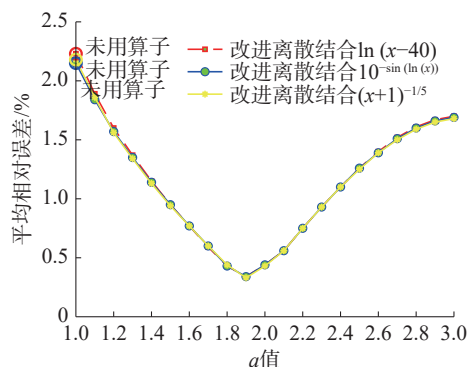
(b) 3个平滑函数结合基本灰色



(c) 3个平滑函数结合新陈代谢



(d) 3个平滑函数结合新初值



(e) 3个平滑函数结合改进离散

图7 不同模型及平滑函数在不同 $a$ 值的平均相对误差  
Fig.7 Mean relative errors for different models and smooth functions at different values of  $a$

根据图7可知,在不同模型与平滑函数结合中,所有模型的图形为抛物线,如本实验中在[1,2]内平均相对误差逐步减小,在(2,3]内平均相

对误差逐步增大。显然在灰色预测可以找到一个使平均相对误差最小的 $a$ 值,根据实验可知在使用设定的缓冲算子时,可以先优先从靠近2左侧处取值,通过一系列的选值及仿真实验,来确定误差最小的 $a$ 值的大致范围。在本实验中,基于仿真结果可知,缓冲算子在 $a=1.9$ 时的平均相对误差最小,且使用新陈代谢结合缓冲算子效果也最好,因此用该模型对未来进行预测,未来3期的预测值如表9所示。

表9 未来预测值

Table 9 Future forecast value

万

序号	预测值
16	93.574 8
17	95.069 2
18	96.587 4

### 3 结束语

针对当前维修保障任务中备件预测效果不理想的问题,本文从光滑化原始序列和模型改进2个方面对现有灰色方法进行改进以有效提升备件预测的精度,同时引入弱缓冲算子进一步减少灰色预测过程中的干扰误差对预测结果的影响以优化备件预测效果。仿真实验结果表明在不同光滑化原始序列、模型改进以及弱缓冲算子情况下所建立的灰色预测模型能够获得较好的预测精度。未来可以考虑将环境因素同历史数据结合,建立更加符合实际的模型,实现对装备备件更为准确的预测。

### 参考文献:

- [1] HAN Xiao, WANG Zili, XIE Min, et al. Remaining useful life prediction and predictive maintenance strategies for multi-state manufacturing systems considering functional dependence[J]. Reliability engineering & system safety, 2021, 210: 107560.
- [2] KAPARTHI S, BUMBLAUSKAS D. Designing predictive maintenance systems using decision tree-based machine learning techniques[J]. International journal of quality & reliability management, 2020, 37(4): 659–686.
- [3] 王亚洲. 维修保障资源预测与调度优化方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2022.  
WANG Yazhou. Research on maintenance support resource prediction and scheduling optimization method [D]. Xi'an: Xidian University, 2022.
- [4] 周轩毅. 航空装备保障维修预测关键技术研究实现[D]. 长春: 吉林大学, 2020.

- ZHOU Xuanyi. Research and implementation on key technologies of aviation equipment maintenance forecast [D]. Changchun: Jilin University, 2020.
- [5] 王慧敏. 现役雷达预测性维修保障资源匹配算法研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2018.
- WANG Huimin. Research on matching algorithm of predictive maintenance support resources for active radar [D]. Xi'an: Xidian University, 2018.
- [6] 王亚彬, 贾希胜, 康建设. 仿真技术在维修资源预测中的应用研究 [J]. 计算机仿真, 2005, 22(7): 249–251, 258–259.
- WANG Yabin, JIA Xisheng, KANG Jianshe. Research on application of simulation technology in maintenance resources prediction [J]. Computer simulation, 2005, 22(7): 249–251, 258–259.
- [7] 王小巍, 陈砚桥, 金家善, 等. 数据与知识双驱动的备件需求模糊预测模型 [J]. 国防科技大学学报, 2024, 46(2): 205–214.
- WANG Xiaowei, CHEN Yanqiao, JIN Jiashan, et al. Spare parts demand fuzzy prediction model driven by data and knowledge [J]. Journal of national university of defense technology, 2024, 46(2): 205–214.
- [8] MI Shanghua, FENG Yixiong, ZHENG Hao, et al. Prediction maintenance integrated decision-making approach supported by digital twin-driven cooperative awareness and interconnection framework [J]. Journal of manufacturing systems, 2021, 58: 329–345.
- [9] 魏曦初, 邱立鹏. 基于时间有效性的备件需求预测方法研究 [J]. 中国设备工程, 2022(22): 177–181.
- WEI Xichu, QIU Lipeng. Research on spare parts demand forecasting method based on time effectiveness [J]. China plant engineering, 2022(22): 177–181.
- [10] 王鑫, 刘端红, 郝钢, 等. 基于状态维修的备件预测技术 [J]. 直升机技术, 2021(4): 67–72.
- WANG Xin, LIU Duanhong, HAO Gang, et al. The prognostic technology of spare material for condition based maintenance [J]. Helicopter technique, 2021(4): 67–72.
- [11] 龙灏, 向静文, 晋旭博. 备件需求预测方法研究 [J]. 工业控制计算机, 2021, 34(5): 68–70.
- LONG Hao, XIANG Jingwen, JIN Xubo. Research on spare parts demand forecasting method [J]. Industrial control computer, 2021, 34(5): 68–70.
- [12] 康警予, 陈忠, 刘延杰, 等. 装备保障备件需求预测算法 [J]. 现代防御技术, 2020, 48(4): 102–109.
- KANG Jingyu, CHEN Zhong, LIU Yanjie, et al. Spare parts demand prediction algorithm for equipment support [J]. Modern defence technology, 2020, 48(4): 102–109.
- [13] 薛干敏, 高键, 齐亮. 基于熵权的组合预测备件需求方法研究 [J]. 计算机与数字工程, 2022, 50(12): 2630–2632, 2659.
- XUE Ganmin, GAO Jian, QI Liang. Research on the method of combination forecasting spare parts demand based on entropy weight [J]. Computer & digital engineering, 2022, 50(12): 2630–2632, 2659.
- [14] YANG Chao, XU Qingyao, QIN Haifeng, et al. Grey forecasting method of equipment spare parts demand based on swarm intelligence optimization [C]//2021 IEEE 5th Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference. Chongqing: IEEE, 2021: 1–4.
- [15] ABBASIMEHR H, SHABANI M, YOUSEFI M. An optimized model using LSTM network for demand forecasting [J]. Computers & industrial engineering, 2020, 143: 106435.
- [16] BOUKHTOUTA A, JENTSCH P. Support vector machine for demand forecasting of Canadian armed forces spare parts [C]//2018 6th International Symposium on Computational and Business Intelligence. Basel: IEEE, 2018: 59–64.
- [17] 张楠. 昆明地铁备件库存控制优化研究 [D]. 昆明: 昆明理工大学, 2019.
- ZHANG Nan. Research on optimization of spare parts inventory control in Kunming metro [D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2019.
- [18] 陈鹏. L 公司服务备件库存管理优化研究 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2019.
- CHEN Peng. Research on optimization of service spare parts inventory management in L company [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2019.
- [19] 邵松世, 胡光振, 张青煜. 基于整机轮换修理的舰船备件需求预测方法 [J]. 舰船电子工程, 2022, 42(10): 140–143.
- SHAO Songshi, HU Guangzhen, ZHANG Qingyu. Spare demand forecasting for warship based on rotation repair of the whole machine [J]. Ship electronic engineering, 2022, 42(10): 140–143.
- [20] 李婷, 刘林, 彭云程, 等. 面向战备完好的飞机群组预防性维护优化和备件预测方法 [J]. 兵工学报, 2022, 43(7): 1695–1705.
- LI Ting, LIU Lin, PENG Yuncheng, et al. Preventive maintenance optimization and spare parts prediction method for aircraft group oriented to operational readiness [J]. Acta armamentarii, 2022, 43(7): 1695–1705.
- [21] 王莉莉, 项华春, 王政. 基于系统动力学的飞机备件需求预测 [J]. 产业创新研究, 2022(13): 60–62.
- WANG Lili, XIANG Huachun, WANG Zheng. Forecast of aircraft spare parts demand based on system dynamics [J]. Industrial innovation, 2022(13): 60–62.
- [22] 蔡志成, 王昀. 基于改进灰色马尔可夫模型的雷达备件需求预测 [J]. 现代信息科技, 2022, 6(13): 86–89.
- CAI Zhicheng, WANG Xu. Demand prediction of radar

- spare parts based on improved grey Markov model[J]. Modern information technology, 2022, 6(13): 86–89.
- [23] 王小巍, 陈砚桥, 金家善, 等. 备件需求预测中的不确定性问题研究综述[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(4): 1338–1346.
- WANG Xiaowei, CHEN Yanqiao, JIN Jiashan, et al. Spare parts demand forecasting: a review on uncertainty problems[J]. Science technology and engineering, 2024, 24(4): 1338–1346.
- [24] 李春秀, 孙明明. 备件分类与需求预测研究综述[J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2023, 41(5): 116–121.
- LI Chunxiu, SUN Mingming. Summary of research on spare parts classification and demand forecast[J]. Electronic product reliability and environmental testing, 2023, 41(5): 116–121.
- [25] 丁广威, 刘旭宁, 王道重, 等. 备件需求预测方法研究现状综述[J]. 价值工程, 2020, 39(4): 296–298.
- DING Guangwei, LIU Xuning, WANG Daozhong, et al. Review on the research status of spare parts demand forecasting methods[J]. Value engineering, 2020, 39(4): 296–298.
- [26] 徐凯. 基于灰色 GM(1, 1) 模型的某三甲综合医院人力资源需求预测分析[J]. 中国卫生标准管理, 2023, 14(18): 58–62.
- XU Kai. Prediction and analysis of human resource demand of grade A tertiary general hospital based on grey GM(1, 1) model[J]. China health standard management, 2023, 14(18): 58–62.
- [27] 左娟. 基于灰色预测的企业物流人力资源需求预测研究[J]. 物流科技, 2022, 45(20): 71–73, 77.
- ZUO Juan. Research on human resource demand prediction of enterprise logistics based on grey prediction[J]. Logistics sci-tech, 2022, 45(20): 71–73, 77.
- [28] 陈心愿, 陈友军. 一类新的变权缓冲算子的构造及其性质研究[J]. 绵阳师范学院学报, 2023, 42(5): 1–10.
- CHEN Xinyuan, CHEN Youjun. The construction and properties of a new class of variable weight buffer operators[J]. Journal of Mianyang teachers' college, 2023, 42(5): 1–10.
- [29] 江建明, 吴文泽, 张涛. 一种新型对数弱化缓冲算子的构造及其应用[J]. 数学的实践与认识, 2020, 50(10): 56–63.
- JIANG Jianming, WU Wenzhe, ZHANG Tao. Construction and application of a new logarithmic weakening buffer operators[J]. Mathematics in practice and theory, 2020, 50(10): 56–63.
- [30] 王正新, 党耀国, 裴玲玲. 缓冲算子的光滑性[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1643–1649.
- WANG Zhengxin, DANG Yaoguo, PEI Lingling. The smoothness of buffer operators[J]. Systems engineering-theory & practice, 2010, 30(9): 1643–1649.
- [31] 党耀国, 刘思峰, 刘斌. 以  $x^{(1)}(n)$  为初始条件的 GM 模型[J]. 中国管理科学, 2005, 13(1): 132–135.
- DANG Yaoguo, LIU Sifeng, LIU Bin. The GM models that  $x^{(1)}(n)$  be taken as initial value[J]. Chinese journal of management science, 2005, 13(1): 132–135.
- [32] 肖新平, 宋中民, 李峰. 灰技术基础及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [33] 邱利军, 张波, 张京奎. 基于  $\ln(x+c)$  变换的 GM(1, 1) 模型及其变形预测[J]. 人民长江, 2020, 51(1): 136–140.
- QIU Lijun, ZHANG Bo, ZHANG Jingkui. GM(1, 1) model based on function  $\ln(x+c)$  transformation and its application in deformation prediction[J]. Yangtze river, 2020, 51(1): 136–140.
- [34] 刘瑞. 灰色预测中原始序列光滑度的提升[J]. 宜春学院学报, 2017, 39(9): 29–33.
- LIU Rui. Improvement for the smoothness of original sequence in grey prediction[J]. Journal of Yichun University, 2017, 39(9): 29–33.
- [35] 彭勇, 陈俞强. 一种改进的灰度预测模型[J]. 计算机与数字工程, 2012, 40(1): 40–41, 62.
- PENG Yong, CHEN Yuqiang. An improved gray prediction model[J]. Computer & digital engineering, 2012, 40(1): 40–41, 62.

#### 作者简介:



齐小刚, 教授, 博士生导师。主要研究方向为健康管理与故障诊断、资源调度与优化算法研究。主持完成国家自然科学基金项目等 30 余项, 登记软件著作权 13 项, 发表学术论文 150 余篇。E-mail: [xgqi@xidian.edu.cn](mailto:xgqi@xidian.edu.cn)。



姚兆冬, 硕士研究生, 主要研究方向为装备维修保障。E-mail: [y2234581225@163.com](mailto:y2234581225@163.com)。