



基于划分序乘积空间的多尺度决策模型

徐怡, 张杰

引用本文:

徐怡, 张杰. 基于划分序乘积空间的多尺度决策模型[J]. *智能系统学报*, 2024, 19(6): 1528–1538.

XU Yi, ZHANG Jie. Multi-scale decision model based on partition order product space[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2024, 19(6): 1528–1538.

在线阅读 View online: <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202306026>

您可能感兴趣的其他文章

基于因素空间的人工智能样本选择策略

Sample selection strategy of artificial intelligence based on factor space

智能系统学报. 2021, 16(2): 346–352 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202003002>

基于知识距离的粗糙粒结构的评价模型

Evaluation model of rough granular structure based on knowledge distance

智能系统学报. 2020, 15(1): 166–174 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201904037>

不完备决策系统下的多特定类广义决策约简

The multi-class-specific generalized decision preservation reduction in incomplete decision systems

智能系统学报. 2019, 14(6): 1199–1208 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201905059>

三支决策基于粗糙集与粒计算研究视角

Three-way decisions: research perspectives for rough sets and granular computing

智能系统学报. 2019, 14(6): 1111–1120 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201905039>

三支决策的时空性

Temporality and spatiality of three-way decisions

智能系统学报. 2019, 14(1): 141–149 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201804045>

广义优势多粒度直觉模糊粗糙集及规则获取

Generalized dominance-based multi-granularity intuitionistic fuzzy rough set and acquisition of decision rules

智能系统学报. 2017, 12(6): 883–888 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201706034>

DOI: 10.11992/tis.202306026

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1538.tp.20240909.1109.004>

基于划分序乘积空间的多尺度决策模型

徐怡^{1,2}, 张杰²

(1. 安徽大学 计算机科学与技术学院, 安徽 合肥 230601; 2. 安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230601)

摘要: 多尺度决策系统的知识获取仅考虑了条件属性和决策属性的多个尺度, 并没有考虑条件属性存在多个视角的情况, 划分序乘积空间作为一种新型粒计算模型, 同时考虑了多层次和多视角。因此, 使用划分序乘积空间对多尺度决策问题进行描述和求解, 建立基于划分序乘积空间的多尺度决策模型——划分序多尺度决策系统。首先, 提出基于划分序乘积空间的划分序多尺度决策系统, 从多个视角对多尺度决策问题进行描述; 其次, 在划分序多尺度决策系统中, 给出其解空间的 2 种不同格结构; 然后, 针对 2 种不同格结构分别给出 2 种最优问题求解层选择算法, 从多个视角对多尺度决策问题进行求解; 最后, 通过实验验证了所提模型和算法的有效性。

关键词: 粒计算; 粗糙集; 多尺度决策系统; 划分序乘积空间; 多层次; 多视角; 格结构; 最优问题求解层

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2024)06-1528-11

中文引用格式: 徐怡, 张杰. 基于划分序乘积空间的多尺度决策模型[J]. 智能系统学报, 2024, 19(6): 1528-1538.

英文引用格式: XU Yi, ZHANG Jie. Multi-scale decision model based on partition order product space[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2024, 19(6): 1528-1538.

Multi-scale decision model based on partition order product space

XU Yi^{1,2}, ZHANG Jie²

(1. School of Computer Science and Technology, Anhui University, Hefei 230601, China; 2. Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Anhui University, Hefei 230601, China)

Abstract: Knowledge acquisition in multiscale decision systems is an important research problem. Existing studies on multiscale decision systems only typically address multiple scales of condition and decision attributes, but they often overlook scenarios where condition attributes have multiple views. As a new granular computing model, the partition order product space simultaneously considers multiple levels and views. Therefore, this paper uses the partition order product space to describe and solve multiscale decision problems and establishes a multiscale decision model based on this space, which is referred to as the partition order multiscale decision system. First, the study proposes a partition order multiscale decision system based on the partition order product space, which can describe multiscale decision problems from multiple views. Second, two different lattice structures within the problem solution space of the partition order multiscale decision system are provided. Third, two optimal problem-solving level selection algorithms are introduced for the two different lattice structures to address the multiscale decision problem from multiple views. Finally, the effectiveness of the proposed model and algorithms is verified through experiments.

Keywords: granular computing; rough set; multi-scale decision system; partition order product space; multilevel; multiview; lattice structure; optimal problem solving level

收稿日期: 2023-06-13. 网络出版日期: 2024-09-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62076002); 国家自然科学基金青年基金项目(61402005); 安徽省自然科学基金面上基金项目(2008085MF194).

通信作者: 徐怡. E-mail: xuyi1023@126.com.

粗糙集(rough set)理论^[1]是 Pawlak 在 1982 年提出的一种对不确定信息进行处理数学工具。粗糙集理论主要使用信息系统来描述样本集, 通

过论域上的等价类和目标概念的近似集来实现知识发现^[1-2]。在传统信息系统中, 每个对象在每个属性上只取单一尺度的值, 这种单尺度信息系统远远不能满足实际应用的需要^[3]。近年来, 多尺度信息系统的知识获取成为粗糙集数据分析领域的一个重要研究方向^[4-11]。

多尺度信息系统是由 Wu 等^[12]提出的一种粗糙集数据分析模型, 被称为 Wu-Leung 模型^[8]。Wu-Leung 模型^[12]认为对象属性值的多个尺度会导致论域的多粒度粒化, 所以可以使用属性的不同尺度描述同一个对象。在此基础上, 顾沈明等^[13]、吴伟志等^[14]对多尺度决策系统及其最优尺度的选择进行了广泛的研究。Li 等^[8]考虑到对象的不同属性会具有不同的尺度, 提出了广义多尺度信息系统, 并给出了其最优尺度选择算法。考虑到决策属性也会存在多个尺度, Huang 等^[15]讨论了决策属性具有多个尺度的完备信息系统的知识获取问题, 给出了协调的决策是多尺度的完备信息系统的最优尺度选择算法。宋茂林等^[16]讨论了决策是多尺度的不完备信息系统的最优尺度选择问题。近几年, 多尺度决策系统的最优尺度选择研究取得了许多成果^[17-20]。

多尺度决策系统作为一种粒计算模型, 与描述和求解问题的粒结构密切相关^[21]。从粒计算的角度来看, 多层次和多视角是构造粒结构的 2 个基本原则, 多层次强调问题描述和求解的深度, 多视角则强调问题描述和求解的广度。本质上, Wu-Leung 模型及其改进模型都是一种多层次粒结构。现实生活中, 人们对问题的描述和求解通常是多层次和多视角的。因此, 单视角框架下的知识表示和数据处理方法远不能满足实际应用的需要。徐怡等^[21]将多层次原则和多视角原则相结合, 提出了一种新型粒计算模型——划分序乘积空间, 可以从多个层次和多个视角来对问题进行更加全面的描述。因此, 本研究使用划分序乘积空间对多尺度决策问题进行描述和求解, 建立基于划分序乘积空间的多尺度决策模型——划分序多尺度决策系统。首先, 提出基于划分序乘积空间的划分序多尺度决策系统; 其次, 在划分序多尺度决策系统中, 给出其解空间的 2 种不同格结构; 然后, 针对 2 种不同格结构分别给出 2 种最优问题求解层选择算法; 最后, 通过实验验证了所提模型和算法的有效性。

本研究介绍多尺度决策系统和划分序乘积空间的相关基础知识; 给出基于划分序乘积空间的划分序多尺度决策系统及其解空间的 2 种不同格

结构和 2 种最优问题求解层选择算法, 并进行实验与分析。

1 相关理论

简要介绍多尺度决策系统和划分序乘积空间的相关基础知识。

1.1 多尺度决策系统

定义 1 决策系统 (decision making system, DS, 式中记为 D_S) 是 1 个四元组

$$D_S = (U, A_T = C \cup \{d\}, V, f) \quad (1)$$

式中: 论域 U 是一个有限非空对象集; A_T 是一个有限非空属性集; C 为条件属性集; d 为决策属性, $C \cap \{d\} = \emptyset$; V 是 A_T 的值域, $V = \cup_{b \in A_T} V_b$; f 为 $U \times A_T \rightarrow V$ 是一个信息函数, $f(x, b) \in V_b$, $f(x, b)$ 是对象 $x \in U$ 在属性 $b \in A_T$ 上的取值。

在决策系统 DS 中, 若每个对象 $x \in U$ 在每个属性 $b \in A_T$ 上的取值是唯一的, 则称 DS 为单尺度决策系统^[22], 若每个对象在同一个属性上可以根据不同的尺度取不同的值, 则称 DS 为多尺度决策系统^[12]。

定义 2 多尺度决策系统是 1 个四元组 $D_S = (U, A_T = C \cup \{d\}, V, f)$ 。其中, $C = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 为条件属性集, 假设条件属性 $a_i \in C$ 具有 I_i 个尺度, 决策属性 d 具有 N 个尺度, 则多尺度决策系统可以表示为

$$D_S = (U, A_T = \{a_i^k | k = 1, 2, \dots, I_i, i = 1, 2, \dots, m\} \cup \{d^t | t = 1, 2, \dots, N\}, V, f) \quad (2)$$

式中: a_i^k 为 $U \rightarrow V_{a_i}^k$, $V_{a_i}^k$ 是属性 a_i 在第 k 个尺度上的值域; d^t 为 $U \rightarrow V_d^t$, V_d^t 是属性 d 在第 t 个尺度上的值域。

从定义 2 可知, 一个多尺度决策系统 DS 可以分解为 $(\prod_{i=1}^m I_i) \times N$ 个单尺度决策系统。

定义 3 给定一个多尺度决策系统 DS。假设条件属性 a_i 取第 l_i 个尺度, $1 \leq l_i \leq I_i$, 则称 $K = (l_1, l_2, \dots, l_m)$ 为 DS 的一个尺度组合。

由定义 3 可知, 多尺度决策系统 DS 使用条件属性集 C 上的多个尺度组合对论域 U 进行多层次描述, 所以 DS 是一种单视角下的多层次粒结构。

1.2 划分序乘积空间

给定一个论域, 首先使用论域上的一个划分定义一个层次; 然后使用一个嵌套的划分序定义一个多层次, 表示一个视角, 层次与层次之间具有线性序关系; 最后给定多个视角, 基于这些线性序关系的笛卡尔积, 定义划分序乘积空间。下面介绍划分序乘积空间的相关概念。

定义 4^[21] 给定一个决策系统 DS, 论域 U 上的一个划分定义为一个不为空的子集簇 $\pi = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$, 其中 $A_i \cap A_j = \emptyset (i \neq j)$, 且 $\cup_{i=1}^k A_i = U$ 。

定义 5^[21] 给定一个决策系统 DS, 论域 U 上的 2 个划分分别为 $\pi_1 = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ 和 $\pi_2 = \{B_1, B_2, \dots, B_l\}$ 。若对于 $\forall B_i \in \pi_2, \exists A_j \in \pi_1$, 有 $B_i \subseteq A_j$, 则称 π_2 细于 π_1 , 或 π_1 粗于 π_2 , 记为 $\pi_2 \leq \pi_1$ 。若 $\pi_2 \leq \pi_1$, 且 $\pi_2 \neq \pi_1$, 则称 π_2 严格细于 π_1 , 记为 $\pi_2 < \pi_1$ 。

定义 6^[21] 给定一个决策系统 DS, 论域 U 上的一个划分序定义为一个不为空的划分簇 $P = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$, 其中 $\pi_n \leq \pi_{n-1} \leq \dots \leq \pi_1$ 。

定义 7 给定一个决策系统 DS, $P = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$ 为论域 U 上给定的一个划分序。由 P 确定的视角 v 定义为全序集合 (P, \leq) , 即 $v = (P, \leq)$, 其中 π_i 定义为视角 v 下的第 i 个层次。

本研究可以使用一个嵌套的等价关系序诱导出一个划分序。给定一个决策系统 DS, 论域 U 上的一个嵌套等价关系序为 $R = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$, 其中 $E_n \subseteq E_{n-1} \subseteq \dots \subseteq E_1$ 。假设等价关系 E_i 在 U 上诱导出的划分为 $U/E_i = \{[x]_{E_i} | x \in U\}$, 其中, $[x]_{E_i} = \{y \in U | (x, y) \in E_i\}$ 为对象 x 在 E_i 下的等价类。如果将 U/E_i 记为 π_i , 则 R 可以在 U 上诱导出一个划分序 $P = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$, 其中 $\pi_n \leq \pi_{n-1} \leq \dots \leq \pi_1$ 。

由上述分析可知, 嵌套等价关系序的构造是构建视角的关键。许多学者^[17,23-24] 通过多种方式成功构造了嵌套的等价关系序。例如, 在信息系统 $S = \{U, C, V, f\}$ 中, 本研究可以基于一个嵌套的属性集序列 $C_1 \subset C_2 \subset \dots \subset C_n \subseteq C$ 得到一个嵌套等价关系序。在多尺度信息系统 $S = (U, A) = (U, \{a^j_k | k = 1, 2, \dots, I, j = 1, 2, \dots, m\})$ ^[24] 中, 本研究可以基于一个嵌套的属性值序列 $V^1 < V^{1-1} < \dots < V^I$ 得到一个嵌套等价关系序。

本研究给出由 m 个视角构成的划分序乘积空间的定义。

定义 8^[21] 给定一个决策系统 DS, 条件属性集 C 上的 m 个视角 $v_i = (P_i, \leq)$ 。其中, $P_i = \{\pi_i^1, \pi_i^2, \dots, \pi_i^{n_i}\}$, π_i^j 为视角 v_i 的第 j 个层次, n_i 为视角 v_i 的层次数, $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n_i$ 。则划分序乘积空间 POPS_m (式中记为 P_{OPSM}) 定义为 m 个视角 (P_i, \leq) 的乘积

$$P_{\text{OPSM}} = (\prod_{i=1}^m P_i, \leq_p) \tag{3}$$

式中: $\prod_{i=1}^m P_i = \{(\pi_1^{j_1}, \pi_2^{j_2}, \dots, \pi_m^{j_m}) | \pi_i^{j_i} \in P_i, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j_i \leq n_i\}$; \leq_p 是一个偏序关系定义为 $\forall (\pi_1^{j_1}, \pi_2^{j_2}, \dots, \pi_m^{j_m}), (\pi_1^{i_1}, \pi_2^{i_2}, \dots, \pi_m^{i_m}) \in \prod_{i=1}^m P_i$, 有 $(\pi_1^{j_1}, \pi_2^{j_2}, \dots, \pi_m^{j_m}) \leq_p (\pi_1^{i_1}, \pi_2^{i_2}, \dots, \pi_m^{i_m})$, 当且仅当 $\forall 1 \leq i \leq m, \pi_i^{j_i} \leq \pi_i^{i_i}$ 。

为叙述简便, 本研究将划分序乘积空间 POPS_m 简写为 $P_{\text{OPSM}} = (\times P_i, \leq_p)$ 。

定理 1^[21] 划分序乘积空间 $P_{\text{OPSM}} = (\times P_i, \leq_p)$ 是一个格结构。

徐怡等^[21] 给出了定理 1 的详细证明。从定义 8 和定理 1 可知, 划分序乘积空间对问题的描述是多层次和多视角的。

定义 9^[21] 给定一个决策系统 DS, 条件属性集 C 上 m 个视角 v_i 构成的划分序乘积空间为 $P_{\text{OPSM}} = (\times P_i, \leq_p)$ 。 $\forall l^i = (\pi_1^{i_1}, \pi_2^{i_2}, \dots, \pi_m^{i_m}) \in \prod_{i=1}^m P_i$, l^i 定义为 POPS_m 的一个问题求解层, POPS_m 的问题求解层全体为 ℓ 。

从定义 9 可知, 划分序乘积空间中最细的问题求解层为 $(\pi_1^{n_1}, \pi_2^{n_2}, \dots, \pi_m^{n_m})$, 记为 l^m 。

2 本文模型

本研究使用划分序乘积空间对多尺度决策问题进行描述和求解, 提出基于划分序乘积空间的划分序多尺度决策系统。

定义 10 给定一个决策系统 $D_S = (U, A_T = C \cup \{d\}, V, f)$, 条件属性集 C 上 m 个视角 v_i 构成的划分序乘积空间为 $P_{\text{OPSM}} = (\times P_i, \leq_p)$ 。假设决策属性 d 具有 N 个尺度, 则划分序多尺度决策系统 (PODS, 式中记为 P_{ODS}) 定义为

$$P_{\text{ODS}} = (U, P_{\text{OPSM}}, \{d^t | t = 1, 2, \dots, N\}, V, f) \tag{4}$$

在 PODS 中, 本研究可以基于决策属性的 N 个尺度得到一个嵌套的属性值序列 $V^N < V^{N-1} < \dots < V^1$, 继而得到一个划分序 $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2, \dots, \pi_d^N\}$, 满足 $\pi_d^N \leq \pi_d^{N-1} \leq \dots \leq \pi_d^1$ 。

定义 11 给定一个划分序多尺度决策系统 $P_{\text{ODS}} = (U, P_{\text{OPSM}}, \{d^t | t = 1, 2, \dots, N\}, V, f)$, 其中, $P_{\text{OPSM}} = (\times P_i, \leq_p)$ 是由 m 个视角 v_i 构成的划分序乘积空间。假设 $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2, \dots, \pi_d^N\}$ 是由决策属性的 N 个尺度诱导出的划分序, 则 PODS 的解空间为 $P_{\text{OPSM}} \times P_d$ 。对于 $\forall l^i = (\pi_1^{i_1}, \pi_2^{i_2}, \dots, \pi_m^{i_m}) \in \ell, \forall \pi_d^t \in P_d$, 称 $L = (l^i, \pi_d^t) = (\pi_1^{i_1}, \pi_2^{i_2}, \dots, \pi_m^{i_m}, \pi_d^t)$ 为 PODS 的一个问题求解层, 记 PODS 的问题求解层全体为 ξ 。

定义 12 给定一个划分序多尺度决策系统 $P_{\text{ODS}} = (U, P_{\text{OPSM}}, \{d^t | t = 1, 2, \dots, N\}, V, f)$, 其中 $P_{\text{OPSM}} = (\times P_i, \leq_p)$ 是由 m 个视角 v_i 构成的划分序乘积空间。 $L_1 = (l^{i_1}, \pi_d^{t_1}) = (\pi_1^{i_1^1}, \pi_2^{i_2^1}, \dots, \pi_m^{i_m^1}, \pi_d^{t_1})$, $L_2 = (l^{i_2}, \pi_d^{t_2}) = (\pi_1^{i_1^2}, \pi_2^{i_2^2}, \dots, \pi_m^{i_m^2}, \pi_d^{t_2})$, 若满足 $l^{i_1} \leq_p l^{i_2}$, 且 $\pi_d^{t_1} \geq \pi_d^{t_2}$, 则称 L_1 细于 L_2 , 或 L_2 粗于 L_1 , 记为 $L_1 \leq L_2$ 。若 $L_1 \leq L_2$, 且 $l^{i_1} \neq l^{i_2}$, 或 $\pi_d^{t_1} \neq \pi_d^{t_2}$, 则称 L_1 严格细于 L_2 , 记为 $L_1 < L_2$ 。

定理 2 给定一个划分序多尺度决策系统

$P_{ODS} = (U, P_{OPS_m}, \{d^t | t = 1, 2, \dots, N\}, V, f)$ 。假设 $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2, \dots, \pi_d^N\}$ 是由决策属性的 N 个尺度诱导出的划分序, 则 $PODS$ 的解空间 $P_{OPS_m} \times P_d$ 是一个格结构。

定理 2 的证明同定理 1。

本研究通过一个例子来说明划分序多尺度决策系统。

例 1 表 1 是一个学生信息表, 包括平均绩点 (v_1) 和科研排名 (v_2) 这 2 个视角的信息, 论域 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$ 。为方便讨论, 假定每个视角只有一个属性。

在视角 v_1 中, 属性值具有 a^1 和 a^2 这 2 个尺度,

其分别对应尺度值 $\{\text{excellent, good}\}$ 和 $\{(3.7, 4.0], (3.3, 3.7], [3.0, 3.3]\}$ 。 a^1 和 a^2 决定了一个嵌套的等价关系序, 故本研究可以得到一个划分序 $P_1 = \{\pi_1^1, \pi_1^2\}$, 即 $v_1 = (P_1, \leq)$ 。在视角 v_2 中, 本研究同样可以基于 b^1 和 b^2 这 2 个尺度对应的尺度值 $\{\text{excellent, good}\}$ 和 $\{[1, 50], (50, 100], (100, 150], (150, 200]\}$ 得到一个划分序 $P_2 = \{\pi_2^1, \pi_2^2\}$, 即 $v_2 = (P_2, \leq)$ 。在决策属性上, 本研究可以基于 d^1 和 d^2 这 2 个尺度对应的尺度值 $\{\text{yes, no}\}$ 和 $\{\text{fs, ss, no}\}$ 得到一个划分序 $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2\}$, 其中, fs 表示一等奖学金, ss 表示二等奖学金。

表 1 学生信息表

Table 1 Student information form

U	平均绩点		科研排名		奖学金	
	a^1	a^2	b^1	b^2	d^1	d^2
x_1	excellent	(3.7, 4.0]	good	[1, 50]	yes	fs
x_2	excellent	(3.7, 4.0]	excellent	(50, 100]	yes	ss
x_3	good	(3.3, 3.7]	excellent	(100, 150]	no	no
x_4	excellent	(3.7, 4.0]	excellent	(50, 100]	yes	ss
x_5	good	(3.3, 3.7]	good	(150, 200]	no	no
x_6	good	(3.3, 3.7]	excellent	(100, 150]	no	no
x_7	good	[3.0, 3.3]	excellent	(100, 150]	no	no
x_8	good	[3.0, 3.3]	good	(150, 200]	no	no

由表 1 可知, 视角 v_1 的 2 个层次分别为 $\pi_1^1 = \{\{x_1, x_2, x_4\}, \{x_3, x_5, x_6, x_7, x_8\}\}$ 和 $\pi_1^2 = \{\{x_1, x_2, x_4\}, \{x_3, x_5, x_6, x_7, x_8\}\}$, 视角 v_2 的 2 个层次分别为 $\pi_2^1 = \{\{x_1, x_5, x_8\}, \{x_2, x_3, x_4, x_6, x_7\}\}$ 和 $\pi_2^2 = \{\{x_1\}, \{x_2, x_4\}, \{x_3, x_6, x_7\}, \{x_5, x_8\}\}$ 。对于决策属性, 基于 d^1 和 d^2 可以得到 2 个层次 $\pi_d^1 = \{\{x_1, x_2, x_4\}, \{x_3, x_5, x_6, x_7, x_8\}\}$ 和 $\pi_d^2 = \{\{x_1, x_2, x_4\}, \{x_3, x_5, x_6, x_7, x_8\}\}$ 。

从上述分析可知, 视角 v_1 的 2 个层次满足 $\pi_1^2 \leq \pi_1^1$, 视角 v_2 的 2 个层次满足 $\pi_2^2 \leq \pi_2^1$, 由决策属性的 2 个尺度诱导出的 2 个层次满足 $\pi_d^2 \leq \pi_d^1$ 。表 1 的划分序多尺度决策系统的解空间如图 1 所示。

由图 1 可知, 划分序多尺度决策系统的解空间共有 8 个问题求解层, 可以从多个视角以及视角上的多个层次对问题进行描述和求解。在进行奖学金评审时, 人们可以根据需要选择不同的视角以及同一视角上的不同层次, 获得更加精确的评审结果。

本研究默认条件属性上的所有视角以及决策属性具有相同的重要程度。然而, 在金融、工程制造和医疗诊断等诸多特殊领域中, 人们通常会优先考虑更加精确的决策结果。本研究通过另外一个实例来说明划分序多尺度决策系统中基于决策优先的解空间。

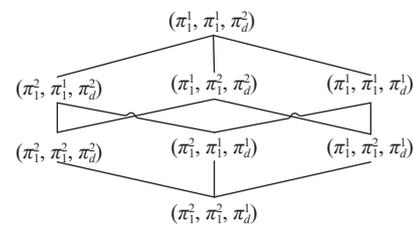


图 1 划分序多尺度决策系统的解空间

Fig. 1 Solving space of partition order multi-scale decision system

例 2。在例 1 的基础上, 表 1 的划分序多尺度决策系统中基于决策优先的解空间如图 2 所示。

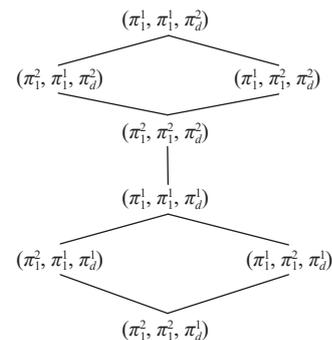


图 2 划分序多尺度决策系统中基于决策优先的解空间
Fig. 2 Solving space of partition order multi-scale decision system based on decision priority

3 最优问题求解层选择算法

在多尺度决策系统的知识获取研究中^[19-22], 现有学者都会在保证决策系统某个性质或某个变量不变的前提下, 选择一个合适的尺度作为最优尺度, 并利用其进行决策。因此, 本研究主要讨论协调^[16]的划分序多尺度决策系统的最优问题求解层选择问题, 此外, 由于问题求解层是多个单层次视角的组合, 需要将多个视角融合起来进行问题求解。多粒度粗糙集模型^[25-26]中有很多融合策略, 本研究主要以乐观融合策略为例来讨论视角的融合, 其他融合策略在融合过程上是相似的。首先给出协调的划分序多尺度决策系统的定义。

定义 13 给定一个划分序多尺度决策系统 $P_{ODS}=(U, P_{OPS_m}, \{d^t|t=1, 2, \dots, N\}, V, f)$, $P_{OPS_m}=(\times P_i, \leq_p)$ 是由 m 个视角 v_i 构成的划分序乘积空间。 $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2, \dots, \pi_d^N\}$ 是由决策属性的 N 个尺度诱导出的划分序, $l^i = (\pi_1^{i1}, \pi_2^{i2}, \dots, \pi_m^{im}) \in \ell$, 若满足

$$\frac{|\{\pi_i^{ni} : \pi_i^{ni} \leq \pi_d^1, 1 \leq i \leq m\}|}{m} > 0 \quad (5)$$

则称 PODS 是协调的, 否则不协调。其中, “|”表示集合的基数。

定义 14 给定一个划分序多尺度决策系统 $P_{ODS}=(U, P_{OPS_m}, \{d^t|t=1, 2, \dots, N\}, V, f)$, $P_{OPS_m}=(\times P_i, \leq_p)$ 是由 m 个视角 v_i 构成的划分序乘积空间。 $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2, \dots, \pi_d^N\}$ 是由决策属性的 N 个尺度诱导出的划分序, 对于 $\forall L=(l^i, \pi_d^i)$, $l^i = (\pi_1^{i1}, \pi_2^{i2}, \dots, \pi_m^{im}) \in \ell$, $\pi_d^i \in P_d$, 若满足

$$\frac{|\{\pi_i^{ji} : \pi_i^{ji} \leq \pi_d^i, 1 \leq i \leq m\}|}{m} > 0 \quad (6)$$

则称 PODS 在 L 上是协调的, 否则不协调。其中, “|”表示集合的基数。

定理 3 给定一个划分序多尺度决策系统 $P_{ODS}=(U, P_{OPS_m}, \{d^t|t=1, 2, \dots, N\}, V, f)$, $P_{OPS_m}=(\times P_i, \leq_p)$ 是由 m 个视角 v_i 构成的划分序乘积空间。 $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2, \dots, \pi_d^N\}$ 是由决策属性的 N 个尺度诱导出的划分序。 $L_1=(l^1, \pi_d^1)$, $l^1 = (\pi_1^{11}, \pi_2^{12}, \dots, \pi_m^{1m}) \in \ell$, $\pi_d^1 \in P_d$, $L_2=(l^2, \pi_d^2)$, $l^2 = (\pi_1^{21}, \pi_2^{22}, \dots, \pi_m^{2m}) \in \ell$, $\pi_d^2 \in P_d$, 若 $L_1 \leq L_2$, 且 PODS 在 L_2 上是协调的, 则 PODS 在 L_1 上也是协调的。

因为 PODS 在 L_2 上是协调的, 故 $\exists i \in \{1, 2, \dots, m\}$ 使得 $\pi_i^{j2} \in l^2$ 满足 $\pi_i^{j2} \leq \pi_d^2$ 。由于 $L_1 \leq L_2$, 故 $l^1 \leq_p l^2$, 且 $\pi_d^1 \geq \pi_d^2$, 从而 $\exists i \in \{1, 2, \dots, m\}$ 使得 $\pi_i^{j1} \in l^1$ 满足 $\pi_i^{j1} \leq \pi_d^1$, 因此 PODS 在 L_1 上是协调的。

定理 4 给定一个划分序多尺度决策系统

$P_{ODS}=(U, P_{OPS_m}, \{d^t|t=1, 2, \dots, N\}, V, f)$, $P_{OPS_m}=(\times P_i, \leq_p)$ 是由 m 个视角 v_i 构成的划分序乘积空间。 $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2, \dots, \pi_d^N\}$ 是由决策属性的 N 个尺度诱导出的划分序。 $L_1=(l^1, \pi_d^1)$, $l^1 = (\pi_1^{11}, \pi_2^{12}, \dots, \pi_m^{1m}) \in \ell$, $L_2=(l^2, \pi_d^2)$, $l^2 = (\pi_1^{21}, \pi_2^{22}, \dots, \pi_m^{2m}) \in \ell$, $\pi_d^i \in P_d$ 。若满足 $l^1 \leq_p l^2$, 且 PODS 在 L_2 上是协调的, 则 PODS 在 L_1 上也是协调的。

由定义 14 和定理 3 即可证明。

本研究给出划分序多尺度决策系统中最优问题求解层的定义。

定义 15 给定一个协调的划分序多尺度决策系统 PODS。对于 $L_1 \in \xi$, 若 PODS 在 L_1 上是协调的, 但对于 $\forall L_2 \in \xi$, 满足 $L_1 < L_2$, PODS 在 L_2 上是不协调的, 则称 L_1 是 PODS 的一个最优问题求解层。

根据定义 15, 本研究给出划分序多尺度决策系统中最优问题求解层选择算法。

算法 1 最优问题求解层选择算法

输出 最优问题求解层

输入 协调的划分序多尺度决策系统 PODS;

- 1) 初始化队列 Queue;
- 2) **for each** $i \in \{1, 2, \dots, m\}$
- 3) $j_i \leftarrow 1$;
- 4) **end for**
- 5) $j_d \leftarrow N$;
- 6) 将 L_0 放入 Queue;
- 7) 标记 L_0 为已访问;
- 8) **while** Queue 非空 **do**
- 9) 从 Queue 中取 $L = (\pi_1^{j1}, \pi_2^{j2}, \dots, \pi_m^{jm}, \pi_d^{jd})$;
- 10) **if** PODS 在 L 上协调 **then**
- 11) 返回 L ;
- 12) **else**
- 13) **for each** $i \in \{1, 2, \dots, m\}$;
- 14) **if** $j_i < n_i$ **then**
- 15) $L \leftarrow (\pi_1^{j1}, \dots, \pi_{i-1}^{j_{i-1}}, \pi_i^{j_i+1}, \dots, \pi_m^{jm}, \pi_d^{jd})$;
- 16) **if** L 未被访问 **then**
- 17) 将 L 放入 Queue;
- 18) 标记 L 为已访问;
- 19) **end if**
- 20) **end if**
- 21) **end for**
- 22) **if** $j_d > 1$ **then**
- 23) $H \leftarrow (\pi_1^{j1}, \pi_2^{j2}, \dots, \pi_m^{jm}, \pi_d^{j_d-1})$;
- 24) **if** H 未被访问 **then**
- 25) 将 H 放入 Queue;
- 26) 标记 H 为已访问;
- 27) **end if**

28) end if
29) end if
30) end while

最坏情况下, 算法 1 遍历所有问题求解层的时间复杂度为 $O(\prod_{i=1}^m n_i \times N)$ 。每次循环中, 判断 PODS 在当前问题求解层上是否协调的时间复杂度为 $O(|U|^2 \times m)$, 其中 m 为视角数量。由于 PODS 中视角数量远小于对象数量, 因此算法 1 总的复杂度为 $O(\prod_{i=1}^m n_i \times N \times |U|^2)$ 。

本研究给出基于决策优先的最优问题求解层的定义。

定义 16 给定一个划分序多尺度决策系统 $P_{ODS} = (U, P_{OPS_m}, \{d^t | t=1, 2, \dots, N\}, V, f)$, $P_d = \{\pi_d^1, \pi_d^2, \dots, \pi_d^N\}$ 是由决策属性的 N 个尺度诱导出的划分序。对于 $L_1 = (l^1, \pi_d^1)$, $l^1 = (\pi_1^{j_1}, \pi_2^{j_2}, \dots, \pi_m^{j_m}) \in \ell$, $\pi_d^1 \in P_d$, 若 PODS 在 L_1 上是协调的, 且满足以下 2 个条件:

1) $l^2 = (\pi_1^{j_2}, \pi_2^{j_2}, \dots, \pi_m^{j_m}) \in \ell$, 对于 $\forall \pi_d^2 \in P_d$, 满足 $\pi_d^2 < \pi_d^1$, $L_2 = (l^2, \pi_d^2)$, PODS 在 L_2 上是不协调的。

2) 对于 $\forall l^{j_2} = (\pi_1^{j_2}, \pi_2^{j_2}, \dots, \pi_m^{j_m}) \in \ell$, 满足 $l^{j_2} \leq_p l^{j_1}$, $L_2 = (l^{j_2}, \pi_d^1)$, PODS 在 L_2 上是不协调的。

则称 L_1 是 PODS 的一个最优问题求解层。

根据定义 16, 本研究给出划分序多尺度决策系统中基于决策优先的最优问题求解层选择算法。

算法 2 基于决策优先的最优问题求解层选择算法

输入 协调的划分序多尺度决策系统 PODS;

输出 最优问题求解层

1) 初始化队列 Queue;
2) for each $t \in \{1, 2, \dots, N\}$
3) 清空 Queue;
4) for each $i \in \{1, 2, \dots, m\}$
5) $j_i \leftarrow 1$;
6) end for
7) $j_d \leftarrow N$;
8) 将 L_0 放入 Queue;
9) 标记 L_0 为已访问;
10) while Queue 非空 do
11) 从 Queue 中取 $L = (\pi_1^{j_1}, \pi_2^{j_2}, \dots, \pi_m^{j_m}, \pi_d^{j_d})$;
12) if PODS 在 L 上协调 then
13) 返回 L ;
14) else
15) for each $i \in \{1, 2, \dots, m\}$;
16) if $j_i < n_i$ then
17) $L \leftarrow (\pi_1^{j_1}, \dots, \pi_{i-1}^{j_{i-1}}, \pi_i^{j_i+1}, \dots, \pi_m^{j_m}, \pi_d^{j_d})$;
18) if L 未被访问 then

19) 将 L 放入 Queue;
20) 标记 L 为已访问;
21) end if
22) end if
23) end for
24) end if
25) end while
26) end for

最坏情况下, 算法 2 与算法 1 的时间复杂度相同, 即为 $O(\prod_{i=1}^m n_i \times N \times |U|^2)$ 。

4 实验与分析

4.1 实验数据集及预处理

本研究选取了 9 个 UCI 数据集进行实验, 数据集的详细信息见表 2。其中, Wine quality 和 Thyroid Disease 为连续数据集, 使用文献 [27] 的等宽分箱法对其进行离散化。

表 2 数据集的描述
Table 2 The description of data sets

数据集	简写	对象数量	条件属性数量	决策类数量
Dermatology	DE	366	34	6
SaYoPillow	SA	630	8	5
Student prediction	SP	145	31	8
Migraine Classification	MI	400	23	7
Occupancy Estimation	OE	10 129	16	4
Soybean	SN	266	35	15
Wine quality	WQ	1 599	11	6
Thyroid Disease	TD	1947	28	3
Student Evaluation	SE	5 820	32	3

本研究为了构造每个数据集在条件属性集上的划分序乘积空间, 首先将条件属性集 C 划分为若干个子集 C_i , 每个子集表示一个视角, $C_i \subseteq C$, $1 \leq i \leq m$ 。然后, 将视角 v_i 的属性集 C_i 再划分为若干个子集 C_i^j , $C_i^j \subseteq C_i$, $1 \leq j \leq n$, 满足 $C_i^1 \subset C_i^2 \subset \dots \subset C_i^n$, $\cup_{j=1}^n C_i^j = C_i$ 。最后, 基于嵌套的属性集序列, 构建视角 v_i 下的多个层次。表 3 给出了所有数据集在条件属性集上的多层次多视角粒结构。

在表 2 的数据集中, 由于数据集的决策属性值均为整数, 所以本研究使用以下的步骤来构造决策属性的多个尺度。

1) 首先, 将数据集中原始的决策属性值集合作为决策属性的最细尺度 d^N 。

2) 然后, 在上一个较细尺度对应的决策属性

值集合中, 将所有最小的决策属性值都修改为次小的决策属性值, 将修改后得到的决策属性值集合作为决策属性的一个较粗尺度。

3) 重复步骤 2, 直至决策属性当前尺度对应

的属性值集合只包含 2 个值, 即为数据集决策属性的最粗尺度 d^l 。

表 4 给出了所有数据集中决策属性的尺度数量。

表 3 数据集在条件属性集上的多层次多视角粒结构
Table 3 Multilevel multiview granular structure of data sets on conditional attribute set

数据集	视角	每个层次对应的属性集
DE	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level2 : $\{a_1, a_2\}$... level6 : $\{a_1, \dots, a_6\}$
	v_2	level1 : $\{a_7\}$ level2 : $\{a_7, a_8\}$... level6 : $\{a_7, \dots, a_{12}\}$
	\vdots	\vdots
	v_6	level1 : $\{a_{31}\}$ level2 : $\{a_{31}, a_{32}\}$... level4 : $\{a_{31}, \dots, a_{34}\}$
SA	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level2 : $\{a_1, a_2\}$... level4 : $\{a_1, \dots, a_4\}$
	v_2	level1 : $\{a_5\}$ level2 : $\{a_5, a_6\}$... level4 : $\{a_5, \dots, a_8\}$
SP	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level2 : $\{a_1, a_2\}$... level9 : $\{a_1, \dots, a_9\}$
	v_2	level1 : $\{a_{10}\}$ level2 : $\{a_{10}, a_{11}\}$... level9 : $\{a_{10}, \dots, a_{18}\}$
	\vdots	\vdots
	v_4	level1 : $\{a_{28}\}$ level2 : $\{a_{28}, a_{29}\}$... level4 : $\{a_{28}, \dots, a_{31}\}$
MI	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level2 : $\{a_1, a_2\}$... level9 : $\{a_1, \dots, a_9\}$
	v_2	level1 : $\{a_{10}\}$ level2 : $\{a_{10}, a_{11}\}$... level9 : $\{a_{10}, \dots, a_{18}\}$
	v_3	level1 : $\{a_{19}\}$ level2 : $\{a_{19}, a_{20}\}$... level5 : $\{a_{19}, \dots, a_{23}\}$
OE	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level2 : $\{a_1, a_2\}$... level5 : $\{a_1, \dots, a_5\}$
	v_2	level1 : $\{a_6\}$ level 2 : $\{a_6, a_7\}$... level5 : $\{a_6, \dots, a_{10}\}$
	\vdots	\vdots
	v_4	level1 : $\{a_{16}\}$
SN	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level2 : $\{a_1, a_2\}$... level6 : $\{a_1, \dots, a_6\}$
	v_2	level1 : $\{a_7\}$ level2 : $\{a_7, a_8\}$... level6 : $\{a_7, \dots, a_{12}\}$
	\vdots	\vdots
	v_6	level1 : $\{a_{31}\}$ level2 : $\{a_{31}, a_{32}\}$... level5 : $\{a_{31}, \dots, a_{35}\}$
WQ	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level2 : $\{a_1, a_2\}$... level3 : $\{a_1, \dots, a_3\}$
	v_2	level1 : $\{a_4\}$ level2 : $\{a_4, a_5\}$... level3 : $\{a_4, \dots, a_6\}$
	\vdots	\vdots
	v_4	level1 : $\{a_{10}\}$ level2 : $\{a_{10}, a_{11}\}$
TD	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level2 : $\{a_1, a_2\}$... level5 : $\{a_1, \dots, a_5\}$
	v_2	level1 : $\{a_6\}$ level2 : $\{a_6, a_7\}$... level5 : $\{a_6, \dots, a_{10}\}$
	\vdots	\vdots
	v_6	level1 : $\{a_{26}\}$ level2 : $\{a_{26}, a_{27}\}$ level3 : $\{a_{26}, \dots, a_{28}\}$
SE	v_1	level1 : $\{a_1\}$ level 2 : $\{a_1, a_2\}$... level6 : $\{a_1, \dots, a_6\}$
	v_2	level 1 : $\{a_7\}$ level2 : $\{a_7, a_8\}$... level 6 : $\{a_7, \dots, a_{12}\}$
	\vdots	\vdots
	v_6	level1 : $\{a_{31}\}$ level2 : $\{a_{31}, a_{32}\}$

表 4 数据集中决策属性的尺度数量
Table 4 Number of scales for the decision attribute in data sets

数据集	DE	SA	SP	MI	OE	SN	WQ	TD	SE
决策属性的尺度数量	5	4	7	6	3	14	5	2	2

4.2 实验方法

本研究进行了 3 组实验来验证所提模型和算法的有效性。

第 1 组实验的步骤为: 首先, 本研究在每个数据集上都给定一个问题求解层, 该问题求解层在所有视角上都取最细层次, 在决策属性上取最细尺度层次; 然后, 比较所有数据集在单个视角的最细层次上和给定问题求解层上的分类精度。其中, 使用五折交叉验证的决策树作为单视图分类器来测试数据集在单个视角上的分类精度, 并使用多视图分类器来测试数据集在给定问题求解层上的分类精度。使用的多视图分类器有 2 种: 一是基于主成分分析 (principal component analysis) 的子空间学习算法^[28], 通过获取所有视角上所选属性集合的子空间来进行分类, 是一种多视角下的数据融合分类器; 二是基于最大规则 (maximum rule) 的集成学习分类方法^[29], 通过所有视角上并行生成的子分类器来进行“投票”分类, 是一种多视角下的结果融合分类器。为了方便讨论, 本研究将上述 2 种多视图分类器分别简记为 SUB 和 MRF。

第 2 组实验的步骤为: 首先, 考虑决策属性存在多个尺度层次和决策属性仅存在一个尺度层次

的 2 种情况; 然后, 针对这 2 种情况, 分别使用算法 1 和算法 2 选择每个数据集的最优问题求解层; 最后, 比较 2 种情况下 2 种算法所选取问题求解层在多视图分类器上的分类精度。在这一组实验中, 当数据集的决策属性仅存在一个尺度时, 设置决策属性取最粗的尺度层次。

最后, 第 3 组实验的内容为: 在决策属性存在多个尺度层次的情况下, 本研究比较算法 1、算法 2 及以下 4 种方法所选取问题求解层在多视图分类器上的分类精度。

- 1) 所有视角取最细层次, 决策属性取最粗尺度层次 (First-Level);
- 2) 所有视角取最细层次, 决策属性取最细尺度层次 (Second-Level);
- 3) 所有视角取最粗层次, 决策属性取最粗尺度层次 (Third-Level);
- 4) 所有视角取最粗层次, 决策属性取最细尺度层次 (Fourth-Level)。

4.3 实验结果与分析

在第 1 组实验中, 本研究首先评估了所有数据集在每个视角上的分类精度, 其次评估了所有数据集在给定问题求解层上的分类精度, 实验结果见表 5。

表 5 实验结果
Table 5 Experimental result

数据集	单视图分类器						SUB	MRF
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6		
DE	63.70	67.87	62.85	64.53	70.99	55.30	65.30	67.65
SA	99.36	99.36					100	99.36
SP	19.31	15.17	13.10	20.68			23.96	21.27
MI	63.75	74.50	64.00				76.75	78.35
OE	83.90	84.96	86.93	85.60			86.29	91.12
SN	43.59	38.72	46.61	58.68	56.77	29.32	67.66	71.41
WQ	39.14	38.96	37.96	44.52			47.84	45.15
TD	94.55	94.55	94.55	93.73	93.52	94.55	94.76	95.27
SE	54.17	56.76	56.58	57.90	57.57	61.73	63.00	62.86

在表 5 中, 粗体标出的数字是每一行的最大值。由于划分序多尺度决策系统可以从多个视角上对问题进行描述, 所以给定的问题求解层在大部分数据集上可以获得较高的分类精度, 这说明

了本研究模型的有效性。

在第 2 组实验中, 算法 1 和算法 2 在 2 种情况下选取的最优问题求解层及其分类精度见表 6。

表 6 2 种情况下选取的最优问题求解层及其分类精度
Table 6 Optimal problem solving level and its classification accuracy in two cases

%

数据集	决策属性存在多个尺度			决策属性仅存在一个尺度		
	问题求解层	SUB	MRF	问题求解层	SUB	MRF
DE	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_5^1, \pi_6^1, \pi_d^1)$	99.44	94.41	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_5^1, \pi_6^1, \pi_d^1)$	99.44	94.41
SA	$(\pi_1^1, \pi_2^4, \pi_d^4)$	100.00	97.46	$(\pi_1^3, \pi_2^1, \pi_d^1)$	100.00	98.27
SP	$(\pi_1^1, \pi_2^7, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_d^1)$	88.27	88.27	$(\pi_1^1, \pi_2^7, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_d^1)$	88.27	88.27
MI	$(\pi_1^9, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_d^2)$	90.75	92.75	$(\pi_1^9, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_d^1)$	98.75	97.75
OE	$(\pi_1^1, \pi_2^5, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_d^3)$	85.60	88.57	$(\pi_1^1, \pi_2^5, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_d^1)$	95.52	91.36
SN	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_5^1, \pi_6^1, \pi_d^1)$	95.62	96.24	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_5^1, \pi_6^1, \pi_d^1)$	95.62	96.24
WQ	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_d^2)$	85.61	86.42	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_d^1)$	87.23	86.36
TD	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_5^1, \pi_6^1, \pi_d^1)$	99.48	99.64	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_5^1, \pi_6^1, \pi_d^1)$	99.48	99.64
SE	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_5^1, \pi_6^1, \pi_d^1)$	86.68	86.68	$(\pi_1^1, \pi_2^1, \pi_3^1, \pi_4^1, \pi_5^1, \pi_6^1, \pi_d^1)$	86.68	86.68

由表 6 可以看出, 算法 1 和算法 2 在第 1 种情况下选取的问题求解层是相同的, 这是因为所有数据集上的最优问题求解层是唯一的。在第 2 种情况下, 由于所有数据集在划分序多尺度决策系统中的解空间是相同的, 所以算法 1 和算法 2 选取的问题求解层也是相同的。首先, 在 2 种情况下, 2 种算法在数据集 DE、SP、SN、TD 以及 SE 上选取的问题求解层相同, 因此所选取问题求解层的分类精度也相同。其次, 在数据集 SA 上, 2 种算法在第 1 种情况下选取的问题求解层在分类精度上要高于第 2 种情况下选取的问题求解层, 且前者在决策属性上具有更细的尺度层次, 求解问题时可以获得更加精确的决策结果。

在第 3 组实验中, 6 种不同方法所选取问题求解层在多视图分类器 SUB 和 MRF 上的分类精度分别见表 7 和表 8。其中, Optimal-Level 为算

法 1 和算法 2 选取的最优问题求解层, 其对应表 6 中决策属性存在多个尺度情况下 2 种算法所选取的问题求解层。

由表 7 和表 8 可以看出, 对于大多数数据集, First-Level 在多视图分类器上的分类精度都要高于其他的问题求解层, 这主要是因为 First-Level 在所有视角上都具有最细的层次且在决策属性上具有最粗的尺度层次。对于多视图分类器 SUB, 数据集 DE 和 SA 的 Optimal-Level 在分类精度上与 First-Level 相同, 且数据集 SA 的 Optimal-Level 在决策属性上具有更细的尺度层次, 其在获得较高分类精度的同时可以获得更加精确的决策结果。其次, 在剩余的其他数据集上, Optimal-Level 在分类精度上要接近于 First-Level。上述实验的结果说明了 2 种最优问题求解层选择算法的有效性。

表 7 问题求解层在 SUB 上的分类精度
Table 7 Classification accuracy of problem solving level on SUB

%

数据集	Optimal-Level	First-Level	Second-Level	Third-Level	Fourth-Level
DE	99.44	99.44	65.30	94.72	36.59
SA	100.00	100.00	100.00	80.00	55.76
SP	88.27	85.41	23.96	86.36	22.06
MI	90.75	95.75	76.75	78.24	63.25
OE	85.60	88.95	86.29	88.95	85.41
SN	95.62	96.24	67.66	96.24	19.17
WQ	85.61	86.49	47.84	85.61	45.67
TD	99.48	99.33	94.76	99.43	94.19
SE	86.68	87.57	63.00	86.68	61.87

表 8 问题求解层在 MRF 上的分类精度
Table 8 Classification accuracy of problem solving level on MRF

%

数据集	Optimal-Level	First-Level	Second-Level	Third-Level	Fourth-Level
DE	94.41	95.53	67.65	94.41	31.00
SA	97.46	100.00	99.36	80.00	61.92
SP	88.27	89.65	21.27	88.27	24.13
MI	92.75	98.00	78.35	77.32	61.75
OE	88.57	92.30	91.12	90.49	86.20
SN	96.24	96.99	71.41	96.24	17.29
WQ	86.42	86.42	45.15	85.61	44.84
TD	99.64	99.64	95.27	99.43	94.55
SE	86.68	86.52	62.86	86.68	61.87

5 结束语

本研究使用划分序乘积空间对多尺度决策问题进行描述和求解,建立了基于划分序乘积空间的多尺度决策模型。首先,提出了基于划分序乘积空间的划分序多尺度决策系统。在划分序多尺度决策系统中,给出其解空间的 2 种不同格结构。然后,针对 2 种不同格结构分别给出 2 种最优问题求解层选择算法。最后,通过实验验证了所提模型和算法的有效性。接下来,将针对划分序多尺度决策系统中视角和层次的约简问题进行讨论。

参考文献:

- [1] PAWLAK Z. Rough sets[J]. *International journal of computer & information sciences*, 1982, 11(5): 341–356.
- [2] PAWLAK Z, SKOWRON A. Rudiments of rough sets[J]. *Information sciences*, 2007, 177(1): 3–27.
- [3] YAO Jingtao. A ten-year review of granular computing[C]//2007 IEEE International Conference on Granular Computing. Fremont: IEEE, 2007: 734.
- [4] WU Weizhi, LEUNG Y. Optimal scale selection for multi-scale decision tables[J]. *International journal of approximate reasoning*, 2013, 54(8): 1107–1129.
- [5] GU Shenming, WU Weizhi. On knowledge acquisition in multi-scale decision systems[J]. *International journal of machine learning and cybernetics*, 2013, 4(5): 477–486.
- [6] WU Weizhi, QIAN Yuhua, LI Tongjun, et al. On rule acquisition in incomplete multi-scale decision tables[J]. *Information sciences*, 2017, 378: 282–302.
- [7] LI Feng, HU Baoqing, WANG Jun. Stepwise optimal scale selection for multi-scale decision tables via attribute significance[J]. *Knowledge-based systems*, 2017, 129: 4–16.
- [8] LI Feng, HU Baoqing. A new approach of optimal scale selection to multi-scale decision tables[J]. *Information sciences*, 2017, 381: 193–208.
- [9] WU Weizhi, LEUNG Y. A comparison study of optimal scale combination selection in generalized multi-scale decision tables[J]. *International journal of machine learning and cybernetics*, 2020, 11(5): 961–972.
- [10] DENG Jiang, ZHAN Jianming, WU Weizhi. A three-way decision methodology to multi-attribute decision-making in multi-scale decision information systems[J]. *Information sciences*, 2021, 568: 175–198.
- [11] ZHAN Jianming, ZHANG Kai, WU Weizhi. An investigation on Wu-Leung multi-scale information systems and multi-expert group decision-making[J]. *Expert systems with applications*, 2021, 170: 114542.
- [12] WU Weizhi, LEUNG Y. Theory and applications of granular labelled partitions in multi-scale decision tables[J]. *Information sciences*, 2011, 181(18): 3878–3897.
- [13] 顾沈明, 顾金燕, 吴伟志, 等. 不完备多粒度决策系统的局部最优粒度选择[J]. *计算机研究与发展*, 2017, 54(7): 1500–1509.
- [14] GU Shenming, GU Jinyan, WU Weizhi, et al. Local optimal granularity selections in incomplete multi-granular decision systems[J]. *Journal of computer research and development*, 2017, 54(7): 1500–1509.
- [14] 吴伟志, 杨丽, 谭安辉, 等. 广义不完备多粒度标记决策系统的粒度选择[J]. *计算机研究与发展*, 2018, 55(6): 1263–1272.
- [15] WU Weizhi, YANG Li, TAN Anhui, et al. Granularity selections in generalized incomplete multi-granular labeled decision systems[J]. *Journal of computer research and development*, 2018, 55(6): 1263–1272.
- [15] HUANG Zhehuang, LI Jinjin, DAI Weizhong, et al. Generalized multi-scale decision tables with multi-scale de-

- cision attributes[J]. *International journal of approximate reasoning*, 2019, 115: 194–208.
- [16] 宋茂林, 吴伟志. 协调的决策多尺度不完备信息系统的最优尺度选择[J]. *河北师范大学学报(自然科学版)*, 2022, 46(2): 117–125.
SONG Maolin, WU Weizhi. On optimal scale selection in consistent incomplete multi-scale information systems with multi-scale decisions[J]. *Journal of Hebei Normal University (natural science edition)*, 2022, 46(2): 117–125.
- [17] HAO Chen, LI Jinhai, FAN Min, et al. Optimal scale selection in dynamic multi-scale decision tables based on sequential three-way decisions[J]. *Information sciences*, 2017, 415/416: 213–232.
- [18] ZHANG Xueqiu, ZHANG Qinghua, CHENG Yunlong, et al. Optimal scale selection by integrating uncertainty and cost-sensitive learning in multi-scale decision tables[J]. *International journal of machine learning and cybernetics*, 2020, 11(5): 1095–1114.
- [19] CHENG Yunlong, ZHANG Qinghua, WANG Guoyin, et al. Optimal scale selection and attribute reduction in multi-scale decision tables based on three-way decision[J]. *Information sciences*, 2020, 541: 36–59.
- [20] WANG Wenjue, HUANG Bing, WANG Tianxing. Optimal scale selection based on multi-scale single-valued neutrosophic decision-theoretic rough set with cost-sensitivity[J]. *International journal of approximate reasoning*, 2023, 155: 132–144.
- [21] 徐怡, 姚一豫. 划分序乘积空间: 基于划分的粒计算模型[J]. *计算机研究与发展*, 2019, 56(4): 836–843.
XU Yi, YAO Yiyu. Partition order product space: partition based granular computing model[J]. *Journal of computer research and development*, 2019, 56(4): 836–843.
- [22] 吴伟志. 多粒度粗糙集数据分析研究的回顾与展望[J]. *西北大学学报(自然科学版)*, 2018, 48(4): 501–512.
WU Weizhi. Reviews and prospects on the study of multi-granularity rough set data analysis[J]. *Journal of Northwest University (natural science edition)*, 2018, 48(4): 501–512.
- [23] CATANZARITI F, CHIASELOTTI G, INFUSINO F G, et al. Object similarity measures and Pawlak's indiscernibility on decision tables[J]. *Information sciences*, 2020, 539: 104–135.
- [24] LIU Fulun, ZHANG Benwen, CIUCCI D, et al. A comparison study of similarity measures for covering-based neighborhood classifiers[J]. *Information sciences*, 2018, 448/449: 1–17.
- [25] QIAN Yuhua, LIANG Jiye, YAO Yiyu, et al. MGRS: a multi-granulation rough set[J]. *Information sciences*, 2010, 180(6): 949–970.
- [26] QIAN Yuhua, LIANG Jiye, DANG Chuangyin. Incomplete multigranulation rough set[J]. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics - part A: systems and humans*, 2010, 40(2): 420–431.
- [27] XIE Jingjing, HU Baoqing, JIANG Haibo. A novel method to attribute reduction based on weighted neighborhood probabilistic rough sets[J]. *International journal of approximate reasoning*, 2022, 144: 1–17.
- [28] ABDI H, WILLIAMS L J. Principal component analysis[J]. *WIREs computational statistics*, 2010, 2(4): 433–459. [LinkOut]
- [29] POLIKAR R. Ensemble learning[M]//ZHANG Cha, MA Yunqian, eds. *Ensemble Machine Learning*. New York: Springer New York, 2012: 1–34.

作者简介:



徐怡, 博士, 教授, 主要研究方向为粒计算和智能信息处理。主持国家自然科学基金项目 2 项、安徽省自然科学基金项目 2 项、安徽省高等学校省级自然科学基金项目 2 项。发表学术论文 60 余篇。E-mail: xuyi1023@126.com。



张杰, 硕士研究生, 主要研究方向为粒计算。E-mail: zhangjie080872@163.com。