

DOI:10.issn.1673-4785.201312015

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20150113.1130.003.html>

有数据包丢失奇异网络控制系统 H_∞ 控制器设计

邱占芝¹, 赵丽娜^{1,2}, 石磊¹

(1. 大连交通大学 软件学院, 辽宁 大连 116028; 2. 大连科技学院 电气工程系, 辽宁 大连 116052)

摘 要: 针对广泛存在于许多领域和行业的奇异被控系统模型, 考虑网络控制环境下存在的网络诱导时延、数据包丢失、外部扰动、奇异系统结构不稳定性 and 脉冲行为等复杂因素, 利用 Lyapunov 和线性矩阵不等式方法, 研究了状态反馈控制方式下奇异网络控制系统 H_∞ 控制器设计和优化问题, 提出了奇异网络控制系统状态反馈 H_∞ 控制器存在的条件、 H_∞ 控制器设计及其优化方法以及相应的扰动衰减度求取方法。系统仿真实例表明了提出的设计方法有效且可行。

关键词: 奇异网络控制系统; H_∞ 控制器设计; Lyapunov 方法; 线性矩阵不等式; 数据包丢失; 网络诱导时延; 脉冲行为; 扰动衰减度

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2015)01-0120-11

中文引用格式: 邱占芝, 赵丽娜, 石磊. 有数据包丢失奇异网络控制系统 H_∞ 控制器设计[J]. 智能系统学报, 2015, 10(1): 120-130.

英文引用格式: QIU Zhanzhi, ZHAO Lina, SHI Lei. H_∞ controller design for singular networked control systems with data packet dropout[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2015, 10(1): 120-130.

H_∞ controller design for singular networked control systems with data packet dropout

QIU Zhanzhi¹, ZHAO Lina^{1,2}, SHI Lei¹

(1. Software Technology Institute, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China; 2. Department of Electrical Engineering, Dalian Institute of Science and Technology, Dalian 116052, China)

Abstract: In this paper, the problem of H_∞ controller design for singular networked control systems with delay and data packet dropout is investigated. The design and optimization of the H_∞ controller are investigated in the status feedback control manner by utilizing Lyapunov and linear matrix inequality methods. The H_∞ controller design takes into consideration factors such as network-induced delay, data packet dropout, external disturbance, structural instability of singular systems, and impulse behavior in the network control mode. In addition, the condition for the existence of the status feedback H_∞ controller in the singular networked control system, the design and optimization method of H_∞ controller and the corresponding disturbance decay rate solutions are presented. Simulation examples showed that the presented design method is effective and feasible.

Keywords: singular networked control systems; H_∞ controller design; Lyapunov method; linear matrix inequality; data packet dropout; network-induced delay; impulse behavior; disturbance decay rate

引随着网络控制系统 (networked control systems, NCS) 应用领域的不断拓展, 有关 NCS 控制理论与应用技术的研究已经引起国内外专家学者

的广泛关注。在 NCS 存在的诸多问题中, 时延和数据包丢失一直是影响系统性能质量 QoP (quality of performance) 的主要因素。无论时延呈现恒定的、随机的、周期的, 还是呈现不确定或马尔可夫等特性, 时延总会影响系统的稳定性, 使系统的稳定范围变窄, 在一定条件下甚至使系统失稳, 消除时延、减少

收稿日期: 2013-12-15. 网络出版日期: 2015-01-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61074029, 61104093); 辽宁省科学研究计划资助项目 (2011216007).

通信作者: 邱占芝. E-mail: zhanzhiqiuok@163.com.

时延对系统的影响始终是系统控制的目标^[1-5]。对于数据包丢失,却存在主动丢包和被动丢包 2 种情况:在工业实时控制系统中,为保证信号的及时更新和采样数据的有效性,往往需要主动丢弃一定时间内未到达目标节点的数据包,及时发送和接收新数据,这种主动丢包策略有助于提高系统的实时性;在 NCS 的网络通信中,由于网络通信机制和带宽资源受限等因素的影响,节点竞争通信中往往出现数据包丢失,这种被动的数据包丢失会加剧系统的通信时延,进一步降低系统的控制性能,改变闭环系统的特性结构。大量的研究成果表明:时延和被动的数据包丢失不仅使系统的结构特性发生改变,影响系统的稳定性和控制性能,而且使系统丧失定常性、完整性、因果性和确定性,研究 NCS 的时延、丢包补偿与控制方法是非常必要的。然而,现有的许多有关时延和数据包丢失的 NCS 研究成果^[6-11],其被控对象大多是线性、非线性正常系统。随着 NCS 应用领域的不断扩大,被控对象为奇异系统的奇异网络控制系统(singular networked control system, SNCS)的控制问题亟待研究。SNCS 既包含了 NCS 的网络通信不确定性,又包含奇异系统本身的结构不确定性和脉冲响应等特性,是具有挑战性的研究课题,近年来已经引起专家学者的广泛关注^[12-16],其中,文献[12]研究了网络环境下时滞广义系统 H_∞ 控制器设计问题,给出了系统正则、稳定、无脉冲的条件,获得了具有较小保守性的 H_∞ 性能指标;文献[13]和文献[14]研究的是奇异网络控制系统的稳定性条件问题;文献[15]研究了短时延奇异网络控制系统的 H_∞ 控制问题,但考虑的是传感器和执行器时钟驱动、控制器事件驱动情况,且没有考虑数据包丢失问题;文献[16]考虑传感器时钟驱动、控制器和执行器事件驱动情况下,研究了奇异网络控制系统的 H_∞ 控制问题,但没有考虑数据包丢失情况;同时具有时延和数据包丢失的 SNCS 的 H_∞ 控制研究还鲜见报道。

文中针对传感器时钟驱动、控制器和执行器事件驱动的 SNCS,同时考虑时延、数据包丢失和外部输入扰动等因素,研究状态反馈方式下该类系统的 H_∞ 控制器设计和优化控制方法问题,给出 H_∞ 控制器和优化控制器设计方法和扰动衰减度的求解方法,并通过系统仿真实例说明研究成果的有效性和可行性。

1 问题描述与分析

在 NCS 中,通信网络的带宽由系统各节点所共

享。当传感器、控制器和执行器通过网络传输数据时,可能会出现节点竞争失败、网络拥塞、网络瞬间连接中断等情况,使得节点接收数据不完整、数据出错、数据包在一定时间内未达到目标节点,通常将这种情况称为数据包丢失。例如,在采用 CSMA/CD 协议的以太网中,发生竞争冲突的系统节点将按照二进制指数退避算法 BEB(binary exponential backoff)等待一定时间再监听网络是否空闲,在尝试 16 次监听仍有冲突后,节点将放弃传输,并发出传输失败报告,这导致了随机时延和数据包丢失的发生。图 1 所示的 SNCS 中,被控对象是具有脉冲特征的奇异系统, w 为输入外部扰动, x 为测量状态, u 为控制输入, z 是期望输出。测量传感器时钟驱动,按恒定周期采样被控对象的状态,得到的测量数据通过网络传输给控制器节点。控制器接收到传感测量数据后立即进行控制计算,并发送给执行器节点。执行器接收到控制信号后立即进行调节操作。当整个闭环回路的网络诱导时延不超过一个采样周期 T 时,传感器到控制器的时延可以并入控制器与执行器一端,记为 τ 。系统的控制目标是保证系统稳定运行,对于外部扰动 w ,系统期望输出 z 尽可能不受影响或非常小。

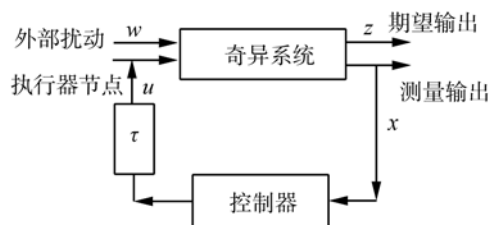


图 1 SNCS 一般结构

Fig.1 The general structure of SNCS

对于该系统,当数据接收节点出现数据包丢失时,该节点仍然使用前一时刻的值,新数据包到达取代过期数据被节点采用。这样,一个存在数据包丢失的网络可以视为按一定速率切换的开关 K ,因此,存在时延、数据包丢失、输入扰动的 SNCS 结构如图 2 所示。

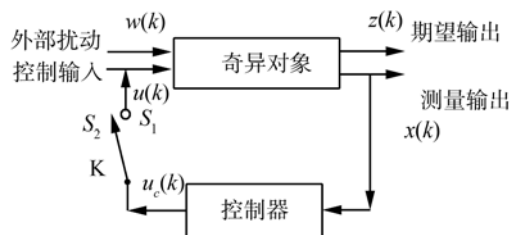


图 2 具有数据包丢失的 SNCS 结构

Fig.2 The structure of SNCS with data packet dropout

当无数据包丢失时,网络视为接通,开关 K 指向 S_1 端,第 k 周期 $u(k) = u_c(k)$; 当有数据包丢失时,网络视为断开,开关 K 指向 S_2 端, $u(k) = u(k-1)$ 。

奇异被控对象模型描述为式(1):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{E}}\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t-\tau) + \mathbf{H}_0\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t) + \mathbf{H}_2\mathbf{w}(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ 和 $\mathbf{z}(t) \in \mathbf{R}^l$ 分别表示奇异被控对象的状态、控制输入和期望输出; \mathbf{E} , $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 和 $\mathbf{C}_2 \in \mathbf{R}^{l \times n}$ 皆为定常矩阵; \mathbf{E} 为奇异矩阵,满足 $\text{rank}(\mathbf{E}) = q < n$; $\mathbf{w}(t)$ 为外部扰动, \mathbf{H}_0 、 \mathbf{H}_2 均为相应维数的常矩阵, τ 表示整个闭环回路的网络诱导时延。

为分析方便,做合理假设如下:

1) 奇异被控对象全部状态可测,通过调整系统局部结构配置使得系统正则,且满足下面条件之一:

(1) $\text{degdet}(\mathbf{s}\mathbf{E} - \mathbf{A}) = \text{rank}(\mathbf{E})$, ($\text{degdet}(\cdot)$ 表示行列式的次数, $\text{rank}(\cdot)$ 表示秩;

(2) $\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A} & \mathbf{E} \end{bmatrix} = n + \text{rank}(\mathbf{E})$;

(3) 对于可逆矩阵 $\tilde{\mathbf{P}}, \tilde{\mathbf{Q}}$, 受限等价变换式 $\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{E}\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N} \end{bmatrix}$ 中, $\mathbf{N} = \mathbf{0}$ 。

2) 传感器时钟驱动,控制器和执行器事件驱动。

3) 整个闭环回路的网络诱导时延 τ 小于等于一个采样周期。

4) 网络信息单包传输,且无时序错乱,数据包丢失率是确定的。

5) 系统外部扰动为有限能量,即从 $\mathbf{w}(k)$ 到 $\mathbf{z}(k)$ 的闭环传递函数 $\mathbf{T}(z)$ 满足 $\|\mathbf{T}(z)\|_\infty < \bar{\beta}, \bar{\beta}$ 是标量。

根据假设条件(1),选择可逆矩阵 $\tilde{\mathbf{P}}, \tilde{\mathbf{Q}}$,使得下面的表达式成立:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{E}\tilde{\mathbf{Q}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n-r} \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{H}_0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{W}_2 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_2\tilde{\mathbf{Q}} = [\mathbf{C}_{21} \quad \mathbf{C}_{22}]。 \end{aligned}$$

令 $\tilde{\mathbf{Q}}^{-1}\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1^T(t) \quad \mathbf{x}_2^T(t)]^T$, 被控对象式(1)可以等效变换为式(2):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1\mathbf{u}(t-\tau) + \mathbf{W}_1\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{0} = \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t-\tau) + \mathbf{W}_2\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_{21}\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{C}_{22}\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{H}_2\mathbf{w}(t) \end{cases} \quad (2)$$

根据假设条件(2)~(4),当网络诱导时延 $\tau \leq T$ 时,在一个周期内控制输入 \mathbf{u} 的量值描述是分段连续的,因此被控系统的离散化形式为式(3):

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1(k+1) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_1(k) + \mathbf{B}_{11}(\tau)\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{B}_{10}(\tau)\mathbf{u}(k) + \mathbf{W}_0\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{x}_2(k) = -\mathbf{B}_2\mathbf{u}(k-1) - \mathbf{W}_2\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_{21}\mathbf{x}_1(k) + \mathbf{C}_{22}\mathbf{x}_2(k) + \mathbf{H}_2\mathbf{w}(k) \end{cases} \quad (3)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_d &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}_1 T}, \mathbf{B}_{11}(\tau) = \int_0^{T-\tau} \mathbf{e}^{\mathbf{A}_1 t} \mathbf{B}_1 dt, \mathbf{W}_0 = \int_0^T \mathbf{e}^{\mathbf{A}_1 t} \mathbf{W}_1 dt \\ \mathbf{B}_{10}(\tau) &= \int_{T-\tau}^T \mathbf{e}^{\mathbf{A}_1 t} \mathbf{B}_1 dt。 \end{aligned}$$

因被控对象全部状态可测,采用状态反馈控制,其控制器模型表示为式(4):

$$\mathbf{u}_c(k) = [\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(k) \\ \mathbf{x}_2(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

当无数据包丢失时, $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_c(k)$, 联立式(3)和式(4),得到:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1(k+1) = (\mathbf{A}_d + \mathbf{B}_{10}\mathbf{K}_1)\mathbf{x}_1(k) + (\mathbf{B}_{11}(\tau) - \mathbf{B}_{10}(\tau)\mathbf{K}_2\mathbf{B}_2)\mathbf{u}(k-1) + (\mathbf{W}_0 - \mathbf{B}_{10}(\tau)\mathbf{K}_2\mathbf{W}_2)\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{u}(k) = \mathbf{K}_1\mathbf{x}_1(k) - \mathbf{K}_2\mathbf{B}_2\mathbf{u}(k-1) - \mathbf{K}_2\mathbf{W}_2\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_{21}\mathbf{x}_1(k) - \mathbf{C}_{22}\mathbf{B}_2\mathbf{u}(k-1) + (\mathbf{H}_2 - \mathbf{C}_{22}\mathbf{W}_2)\mathbf{w}(k) \end{cases}$$

记 $\mathbf{M}_1 = \mathbf{A}_d + \mathbf{B}_{10}\mathbf{K}_1$, $\mathbf{M}_2 = \mathbf{B}_{11}(\tau) - \mathbf{B}_{10}(\tau)\mathbf{K}_2\mathbf{B}_2$, $\mathbf{M}_3 = -\mathbf{K}_2\mathbf{B}_2$, $\mathbf{M}_4 = -\mathbf{C}_{22}\mathbf{B}_2$, $\mathbf{W}_3 = \mathbf{W}_0 - \mathbf{B}_{10}(\tau)\mathbf{K}_2\mathbf{W}_2$, $\mathbf{W}_4 = -\mathbf{K}_2\mathbf{W}_2$, $\mathbf{W}_5 = \mathbf{H}_2 - \mathbf{C}_{22}\mathbf{W}_2$, $\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_1^T(k) \quad \mathbf{u}^T(k-1)]^T$, 可以得到:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{K}_1 & \mathbf{M}_3 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{W}_3 \\ \mathbf{W}_4 \end{bmatrix} \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_{21}\mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_4\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_5\mathbf{w}(k) \end{cases}$$

$$\text{记 } \hat{\mathbf{Z}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{K}_1 & \mathbf{M}_3 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{W}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_3 \\ \mathbf{W}_4 \end{bmatrix},$$

无数据包丢失时,状态反馈 SNCS 闭环模型为式(5):

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{Z}}_1\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{W}}_1\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_{21}\mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_4\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_5\mathbf{w}(k) \end{cases} \quad (5)$$

当有数据包丢失时,考虑式(3)和 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1)$, 并记 $\mathbf{M}_5 = \mathbf{B}_{10}(\tau) + \mathbf{B}_{11}(\tau)$, 可以得到:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{M}_5 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{W}_0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_{21}\mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_4\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_5\mathbf{w}(k) \end{cases}$$

$$\text{记 } \hat{\mathbf{Z}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{M}_5 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{W}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

有数据包丢失时,状态反馈 SNCS 闭环模型为式(6):

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{Z}}_2 \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{W}}_2 \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_{21} \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_4 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_3 \mathbf{w}(k) \end{cases} \quad (6)$$

综上2种情况,同时存在时延、数据包丢失和外部扰动的状态反馈 SNCS 闭环模型表示为式(7):

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{Z}}_i \hat{\mathbf{x}}(k) + \hat{\mathbf{W}}_i \mathbf{w}(k), i=1,2 \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}_{21} \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_4 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_3 \mathbf{w}(k) \end{cases} \quad (7)$$

注1 当 $i=1$ 时,无数据包丢失, $i=2$ 时,有数据包丢失,闭环系统的特性矩阵 $\hat{\mathbf{Z}}_i$ 、 $\hat{\mathbf{W}}_i$ 随 i 值而变化。

注2 将闭环系统特性矩阵随数据包丢失动态切换结构的比率,定义为结构事件率,记为 $\tilde{r}_i, i=1, 2$, 对应无数据包丢失的结构事件率为 \tilde{r}_1 , 对应数据包丢失的结构事件率为 \tilde{r}_2, \tilde{r}_i 满足关系 $\tilde{r}_1 + \tilde{r}_2 = 1$ 。

注3 将网络数据包丢失率记为 r , 当 $0 < r < 1$ 时,结构事件率 \tilde{r}_i 与数据包丢失率 r 之间满足关系: $\tilde{r}_1 = 1 - r, \tilde{r}_2 = r$, 因此,有 $0 < \tilde{r}_1 < 1, 0 < \tilde{r}_2 < 1$ 。

由此得出结论:当数据包丢失率 r 一定时,具有时延、数据包丢失和外部扰动的状态反馈 SNCS 闭环系统模型是由数据包丢失率 r 约束的异步动态切换系统,系统的稳定性和控制性能将由网络诱导时延、数据包丢失率共同决定。

2 H_∞ 控制器设计

H_∞ 控制定义 对于正常数 γ , 奇异被控对象式(1)通过网络实施状态反馈控制,当网络存在时延和数据包丢失时,其闭环系统指数稳定;在初始条件 $(\mathbf{x}(0)=0)$ 下,外部扰动 $\mathbf{w}(k)$ 和被调输出 $\mathbf{z}(k)$ 满足 H_∞ 范数约束条件 $\|\mathbf{z}(k)\|_2 \leq \gamma \|\mathbf{w}(k)\|_2$, 则称奇异被控对象式(1)可实现 γ -次优状态反馈 H_∞ 控制,系统扰动衰减度为 γ , 相应的状态反馈控制器称为 γ -次优状态反馈 H_∞ 控制器;进一步优化求解使 γ 最小的状态反馈 H_∞ 控制器称为 γ -最优状态反馈 H_∞ 控制器。

引理1^[17] 由事件率 \tilde{r}_i 约束的异步动态系统 $\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{Z}}_i \hat{\mathbf{x}}(k), i=1, 2, \dots, m$, 如果存在满足

$\tilde{r}_1 \|\mathbf{x}\|^2 \leq \mathbf{V}(\mathbf{x}) \leq \tilde{r}_2 \|\mathbf{x}\|^2 (\tilde{r}_i > 0)$ 的 Lyapunov 函数 $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ 及标量 $\alpha, \alpha_i > 0$, 满足条件:

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}_{k+1}) - \mathbf{V}(\mathbf{x}_k) \leq (\alpha_i^{-2} - 1) \mathbf{V}(\mathbf{x}_k)$$

$$\prod_{i=1}^m \alpha_i^{\tilde{r}_i} > \alpha > 1$$

则系统指数稳定,衰减率为 $\prod_{i=1}^m \alpha_i^{\tilde{r}_i}$ 。

引理2 对于实矩阵 $\mathbf{W}, \mathbf{M}, \mathbf{N}$ 和 $\mathbf{F}(k)$, 其中, \mathbf{W} 对称,任意 $\mathbf{F}(k)$ 满足 $\mathbf{F}^T(k) \mathbf{F}(k) \leq \mathbf{I}$ 关系,如果不等式 $\mathbf{W} + \mathbf{M} \mathbf{F}(k) \mathbf{N} + \mathbf{N}^T \mathbf{F}^T(k) \mathbf{M}^T < 0$, 当且仅当存在标量 $\varepsilon > 0$, 使得 $\mathbf{W} + \varepsilon \mathbf{M} \mathbf{M}^T + \varepsilon^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{N} < 0$ 。

首先给出具有时延和数据包丢失的状态反馈 SNCS 指数稳定性条件:

定理1 不考虑系统外部扰动时,对于有时延 $\tau \leq T$ 和数据包丢失(丢失率一定且 $0 < r < 1$) 的 SNCS 系统式(7),如果存在对称正定矩阵 $\bar{\mathbf{P}}, \bar{\mathbf{Q}}$ 和标量 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, 满足式(8)~(10)的条件:

$$\alpha_1^{1-r} \alpha_2^r > 1 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2} \bar{\mathbf{P}} & 0 & \bar{\mathbf{P}} \mathbf{M}_1^T & \bar{\mathbf{P}} \mathbf{K}_1^T \\ 0 & -\alpha_1^{-2} \bar{\mathbf{Q}} & \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{M}_2^T & \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{M}_3^T \\ \mathbf{M}_1 \bar{\mathbf{P}} & \mathbf{M}_2 \bar{\mathbf{Q}} & -\bar{\mathbf{P}} & 0 \\ \mathbf{K}_1 \bar{\mathbf{P}} & \mathbf{M}_3 \bar{\mathbf{Q}} & 0 & -\bar{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha_2^{-2} \bar{\mathbf{P}} & 0 & \bar{\mathbf{P}} \mathbf{A}_d^T \\ 0 & \bar{\mathbf{Q}} - \alpha_2^{-2} \bar{\mathbf{Q}} & \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{M}_5^T \\ \mathbf{A}_d \bar{\mathbf{P}} & \mathbf{M}_5 \bar{\mathbf{Q}} & -\bar{\mathbf{P}} \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

则 SNCS 系统式(7)指数稳定,指数衰减率为 $\alpha_1^{1-r} \alpha_2^r$ 。

证明 对于 SNCS 闭环模型式(7),根据引理1及结构事件率 \tilde{r}_i 和网络数据包丢失率 r 之间的关系 $\tilde{r}_1 = 1 - r, \tilde{r}_2 = r$, 可以推知,当满足下面条件时,该系统指数稳定:

$$\alpha_1^{1-r} \alpha_2^r > 1$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}_{k+1}) - \alpha_i^{-2} \mathbf{V}(\mathbf{x}_k) < 0$$

选择正定矩阵 \mathbf{S}, \mathbf{R} , 定义满足引理1的 Lyapunov 函数为式(11):

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{x}_1^T(k) \mathbf{P} \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{u}^T(k-1) \mathbf{Q} \mathbf{u}(k-1) \quad (11)$$

当无数据包丢失时,考虑闭环系统式(7),

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(\mathbf{x}_{k+1}) - \alpha_1^{-2} \mathbf{V}(\mathbf{x}_k) &= (\mathbf{M}_1 \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_2 \mathbf{u}(k-1))^T \mathbf{P} \times \\ &(\mathbf{M}_1 \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_2 \mathbf{u}(k-1)) + (\mathbf{K}_1 \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_3 \mathbf{u}(k-1))^T \times \\ &\mathbf{Q} (\mathbf{K}_1 \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_3 \mathbf{u}(k-1)) - \alpha_1^{-2} \mathbf{x}_1^T(k) \mathbf{P} \mathbf{x}_1(k) - \end{aligned}$$

$$\alpha_1^{-2} \mathbf{u}^T(k-1) \mathbf{Q} \mathbf{u}(k-1) < 0 \quad (12)$$

令:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = [\mathbf{x}_1^T(k) \quad \mathbf{u}^T(k-1)]^T,$$

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^T \mathbf{P} \mathbf{M}_1 + \mathbf{K}_1^T \mathbf{Q} \mathbf{K}_1 - \alpha_1^{-2} \mathbf{P} & \mathbf{M}_1^T \mathbf{P} \mathbf{M}_2 + \mathbf{K}_1^T \mathbf{Q} \mathbf{M}_3 \\ \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_3^T \mathbf{Q} \mathbf{K}_1 & \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3^T \mathbf{Q} \mathbf{M}_3 - \alpha_1^{-2} \mathbf{Q} \end{bmatrix},$$

则式(12)可表示为

$$\hat{\mathbf{x}}^T(k) \Psi_1 \hat{\mathbf{x}}(k) < 0$$

式中:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^T \mathbf{P} \mathbf{M}_1 + \mathbf{K}_1^T \mathbf{Q} \mathbf{K}_1 - \alpha_1^{-2} \mathbf{P} & \mathbf{M}_1^T \mathbf{P} \mathbf{M}_2 + \mathbf{K}_1^T \mathbf{Q} \mathbf{M}_3 \\ \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_3^T \mathbf{Q} \mathbf{K}_1 & \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3^T \mathbf{Q} \mathbf{M}_3 - \alpha_1^{-2} \mathbf{Q} \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

利用 Schur 补性质,式(13)可以变换为

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2} \mathbf{P} & 0 & \mathbf{M}_1^T & \mathbf{K}_1^T \\ 0 & -\alpha_1^{-2} \mathbf{Q} & \mathbf{M}_2^T & \mathbf{M}_3^T \\ \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 & -\mathbf{P}^{-1} & 0 \\ \mathbf{K}_1 & \mathbf{M}_3 & 0 & -\mathbf{Q}^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

式(14)两边左乘、右乘 $\text{diag}(\mathbf{P}^{-1}, \mathbf{Q}^{-1}, \mathbf{I}, \mathbf{I})$, 得

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2} \mathbf{P}^{-1} & 0 & \mathbf{P}^{-1} \mathbf{M}_1^T & \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_1^T \\ 0 & -\alpha_1^{-2} \mathbf{Q}^{-1} & \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{M}_2^T & \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{M}_3^T \\ \mathbf{M}_1 \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{M}_2 \mathbf{Q}^{-1} & -\mathbf{P}^{-1} & 0 \\ \mathbf{K}_1 \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{M}_3 \mathbf{Q}^{-1} & 0 & -\mathbf{Q}^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

令 $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{P}^{-1}$, $\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}^{-1}$, 则式(15)等价于式(9)

当有数据包丢失时,考虑闭环系统式(7)和 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1)$, 可以得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(\mathbf{x}_{k+1}) - \alpha_2^{-2} \mathbf{V}(\mathbf{x}_k) &= (\mathbf{A}_d \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_5 \mathbf{u}(k-1))^T \mathbf{P} \times \\ &(\mathbf{A}_d \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_5 \mathbf{u}(k-1)) + \mathbf{u}(k-1)^T \mathbf{Q} \mathbf{u}(k-1) - \\ &\alpha_2^{-2} \mathbf{x}_1^T(k) \mathbf{P} \mathbf{x}_1(k) - \alpha_2^{-2} \mathbf{u}^T(k-1) \mathbf{Q} \mathbf{u}(k-1) = \\ &\hat{\mathbf{x}}^T(k) \Psi_2 \hat{\mathbf{x}}(k) < 0 \end{aligned}$$

式中:

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d - \alpha_2^{-2} \mathbf{P} & \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{M}_5 \\ \mathbf{M}_5^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d & \mathbf{M}_5^T \mathbf{P} \mathbf{M}_5 + \mathbf{Q} - \alpha_2^{-2} \mathbf{Q} \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

类似地,利用 Schur 补性质变换式(16),随后式(16)两边左乘、右乘 $\text{diag}(\mathbf{P}^{-1}, \mathbf{Q}^{-1}, \mathbf{I})$, 同样考虑 $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{P}^{-1}$, $\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}^{-1}$, 则式(16)等价于式(10), 定理 1 证毕。

定理 2 给出 H_∞ 控制器存在的条件。

定理 2 对于给定的常数 $\gamma > 0$, 如果存在对称

正定矩阵 $\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{R}}$, 标量 $\alpha_i > 0, i = 1, 2$, 使得式(17) ~ (19)的条件成立:

$$\alpha_1^{1-r} \alpha_2^r > 1 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2} \mathbf{S} & 0 & 0 & \mathbf{M}_1^T & \mathbf{K}_1^T & \mathbf{C}_{21}^T \\ 0 & -\alpha_1^{-2} \mathbf{R} & 0 & \mathbf{M}_2^T & \mathbf{M}_3^T & \mathbf{M}_4^T \\ 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} & \mathbf{W}_3^T & \mathbf{W}_4^T & \mathbf{W}_5^T \\ \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 & \mathbf{W}_3 & -\mathbf{S}^{-1} & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_1 & \mathbf{M}_3 & \mathbf{W}_4 & 0 & -\mathbf{R}^{-1} & 0 \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{M}_4 & \mathbf{W}_5 & 0 & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha_2^{-2} \mathbf{S} & 0 & 0 & \mathbf{A}_d^T & \mathbf{C}_{21}^T \\ 0 & \mathbf{R} - \alpha_2^{-2} \mathbf{R} & 0 & \mathbf{M}_5^T & \mathbf{M}_4^T \\ 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} & \mathbf{W}_0^T & \mathbf{W}_5^T \\ \mathbf{A}_d & \mathbf{M}_5 & \mathbf{W}_0 & -\mathbf{S}^{-1} & 0 \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{M}_4 & \mathbf{W}_5 & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

则存在 H_∞ 控制器,使得 SNCS 闭环模型式(7)可实现 γ -次 优状态反馈 H_∞ 控制,扰动衰减度为 γ 。

证明 根据 H_∞ 控制定义,当 $\|\mathbf{z}(k)\|_2 \leq \gamma \|\mathbf{w}(k)\|_2$ 成立时,令

$$J_z = \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k)] < 0$$

选择 Lyapunov 函数为

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{x}_1^T(k) \mathbf{S} \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{u}^T(k-1) \mathbf{R} \mathbf{u}(k-1)$$

若系统式(7)指数稳定,在零初始条件下,对于 $\forall \mathbf{w}(k) \in L_2[0, \infty)$, 有:

$$\alpha_1^{1-r} \alpha_2^r > 1$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k) + \mathbf{V}(\mathbf{x}_{k+1}) - \alpha_i^{-2} \mathbf{V}(\mathbf{x}_k)] < 0 \quad (20)$$

当无数据包丢失时,展开式(20),得到:

$$\begin{aligned} &\mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k) + \mathbf{V}(\mathbf{x}_{k+1}) - \alpha_1^{-2} \mathbf{V}(\mathbf{x}_k) = \\ &(\mathbf{C}_{21} \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_4 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_5 \mathbf{w}(k))^T (\mathbf{C}_{21} \mathbf{x}_1(k) + \\ &\mathbf{M}_4 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_5 \mathbf{w}(k)) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k) + \\ &(\mathbf{M}_1 \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_2 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_3 \mathbf{w}(k))^T \mathbf{S} (\mathbf{M}_1 \mathbf{x}_1(k) + \\ &\mathbf{M}_2 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{W}_3 \mathbf{w}(k)) + (\mathbf{K}_1 \mathbf{x}_1(k) + \\ &\mathbf{M}_3 \mathbf{u}(k-1))^T \mathbf{R} (\mathbf{K}_1 \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{M}_3 \mathbf{u}(k-1)) - \\ &\alpha_1^{-2} \mathbf{x}_1^T(k) \mathbf{S} \mathbf{x}_1(k) - \alpha_1^{-2} \mathbf{u}^T(k-1) \mathbf{R} \mathbf{u}(k-1) < 0 \end{aligned}$$

令 $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_1^T(k) \quad \mathbf{u}^T(k-1) \quad \mathbf{w}^T(k)]^T$, 式(20) 可以

表示为 $\bar{x}^T(k) \bar{\Phi}_1 \bar{x}(k) < 0$, 其中, Φ 的表达式为

$$\bar{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & * & * \\ A_{21} & A_{22} & * \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$A_{11} = M_1^T S M_1 + K_1^T R K_1 - \alpha_1^{-2} S + C_{21}^T C_{21}$$

$$A_{21} = M_2^T S M_1 + M_3^T R K_1 + M_4^T C_{21}$$

$$A_{22} = M_2^T S M_2 + M_3^T R M_3 - \alpha_1^{-2} R + M_4^T M_4$$

$$A_{31} = W_3^T S M_1 + W_4^T R K_1 + W_5^T C_{21}$$

$$A_{32} = W_3^T S M_2 + W_4^T R M_3 + W_5^T M_4$$

$$A_{33} = W_3^T S W_3 + W_4^T R W_4 + W_5^T W_5 - \gamma^2 I$$

利用 Schur 补性质, 式(21)可变换为

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2} S + C_{21}^T C_{21} & C_{21}^T M_4 & C_{21}^T W_5 & M_1^T & K_1^T \\ M_4^T C_{21} & -\alpha_1^{-2} R + M_4^T M_4 & M_4^T W_5 & M_2^T & M_3^T \\ W_5^T C_{21} & W_5^T M_4 & W_5^T W_5 - \gamma^2 I & W_3^T & W_4^T \\ M_1 & M_2 & W_3 & -S^{-1} & 0 \\ K_1 & M_3 & W_4 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

类似地, 式(22)进一步变换, 即可得到式(18)。

当有数据包丢失时, $u(k) = u(k-1)$, 根据式(20)可以表示为

$$\begin{aligned} z^T(k) z(k) - \gamma^2 w^T(k) w(k) + V(x_{k+1}) - \alpha_2^{-2} V(x_k) = \\ (C_{21} x_1(k) + M_4 u(k-1) + W_5 w(k))^T (C_{21} x_1(k) + \\ M_4 u(k-1) + W_5 w(k)) - \gamma^2 w^T(k) w(k) + \\ (A_d x_1(k) + M_5 u(k-1) + W_0 w(k))^T (A_d x_1(k) + \\ M_5 u(k-1) + W_0 w(k)) + u(k-1)^T R u(k-1) - \\ \alpha_2^{-2} x_1^T(k) S x_2(k) - \alpha_2^{-2} u^T(k-1) R u(k-1) = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2} \hat{S} & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -\alpha_1^{-2} \hat{R} & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & * & * & * & * \\ A_d \hat{S} + B_{10} Y_1 & B_{11} \hat{R} & W_0 & -\hat{S} & * & * & * & * & * & * \\ Y_1 & 0 & 0 & 0 & -\hat{R} & * & * & * & * & * \\ C_{21} \hat{S} & -C_{22} B_2 \hat{R} & H_2 - C_{22} W_2 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * \\ 0 & B_2 \hat{R} & W_2 & 0 & Y_2 & 0 & -\varepsilon I & * & * & * \\ 0 & B_2 \hat{R} & W_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I & * & * \\ 0 & 0 & 0 & Y_3 B_{10}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

$$\bar{x}^T(k) \bar{\Phi}_2 \bar{x}(k) < 0$$

式中:

$$\bar{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & * & * \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & * \\ \bar{A}_{31} & \bar{A}_{32} & \bar{A}_{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$\bar{A}_{11} = A_d^T S A_d - \alpha_2^{-2} S + C_{21}^T C_{21}$$

$$\bar{A}_{21} = M_5^T S A_d + M_4^T C_{21}$$

$$\bar{A}_{22} = M_5^T S M_5 + M_4^T M_4 + R - \alpha_2^{-2} R$$

$$\bar{A}_{31} = W_0^T S A_d + W_5^T C_{21}, \bar{A}_{32} = W_0^T S M_5 + W_5^T M_4,$$

$$\bar{A}_{33} = W_0^T S W_0 + W_5^T W_5 - \gamma^2 I$$

利用 Schur 补性质, 对式(23)做类似变化, 即可得到式(19), 定理 2 证毕。

注 4 因为具有时延和数据包丢失的奇异网络控制闭环系统模型是由数据包丢失率 r 约束的异步动态切换系统, 其闭环系统模型随着数据包丢失的存在与否在式(6)和式(5)之间切换, 在定理 1 和定理 2 中, 有、无数据包丢失的情况都考虑在内所进行的证明, 因此, 本文设计的控制器适用于数据包丢失与否的任意情况。

定理 3 对于 SNCS 式(7), 如果存在对称正定矩阵 \hat{S}, \hat{R} , 矩阵 Y_1, Y_2, Y_3 , 标量 $\varepsilon > 0, \varepsilon_1 > 0, \beta > 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, 以及相容维数的单位矩阵 I , 使得式(24)~(26)的矩阵不等成立:

$$\alpha_1^{1-r} \alpha_2' > 1 \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha_2^{-2}\hat{S} & * & * & * & * \\ 0 & \hat{R} - \alpha_2^{-2}\hat{R} & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * \\ A_d\hat{S} & B_{10}(\tau)\hat{R} + B_{11}(\tau)\hat{R} & W_0 & -\hat{S} & * \\ C_{21}\hat{S} & -C_{22}B_2\hat{R} & H_2 - C_{22}W_2 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

式中:符号“*”表示相应的对称项,则扰动衰减度为 $\gamma = \sqrt{\beta}$, γ -次优状态反馈 H_∞ 控制器为

$$u(k) = [Y_1\hat{S}^{-1} \quad Y_2^T/\varepsilon_1] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \quad (27)$$

证明 若存在状态反馈 H_∞ 控制,根据定理2,展开 $M_1 \sim M_4, W_3 \sim W_5$,用符号“*”表示不等式对称项,不等式(18)可表示为

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2}S & * & * & * & * & * \\ 0 & -\alpha_1^{-2}R & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * \\ A_d + B_{10}K_1 & B_{11} - B_{10}K_2B_2 & W_0 - B_{10}K_2W_2 & -S^{-1} & * & * \\ K_1 & -K_2B_2 & -K_2W_2 & 0 & -R^{-1} & * \\ C_{21} & -C_{22}B_2 & H_2 - C_{22}W_2 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (28)$$

式(28)可以表示为

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2}S & * & * & * & * & * \\ 0 & -\alpha_1^{-2}R & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * \\ A_d + B_{10}K_1 & B_{11} & W_0 & -S^{-1} & * & * \\ K_1 & -K_2B_2 & -K_2W_2 & 0 & -R^{-1} & * \\ C_{21} & -C_{22}B_2H_2 - C_{22}W_2 & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -B_{10}K_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} I [0 \quad B_2 \quad W_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0] I^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -B_{10}K_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T < 0 \quad (29)$$

由引理2,式(29)成立,当且仅当存在标量 $\varepsilon > 0$,使得式(30)成立:

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2}S & * & * & * & * & * \\ 0 & -\alpha_1^{-2}R & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * \\ A_d + B_{10}K_1 & B_{11} & W_0 & -S^{-1} & * & * \\ K_1 & -K_2B_2 & -K_2W_2 & 0 & -R^{-1} & * \\ C_{21} & -C_{22}B_2H_2 - C_{22}W_2 & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -B_{10}K_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -B_{10}K_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \varepsilon^{-1} [0 \quad B_2 \quad W_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T [0 \quad B_2 \quad W_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0] < 0 \quad (30)$$

由 Schur 补性质,式(30)可进一步变换为式(31):

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1^{-2}S & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -\alpha_1^{-2}R & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & * & * & * & * \\ A_d + B_{10}K_1 & B_{11} & W_0 & -S^{-1} & * & * & * & * & * & * \\ K_1 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & * & * & * & * & * \\ C_{21} & -C_{22}B_2 & H_2 - C_{22}W_2 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * \\ 0 & B_2 & W_2 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * & * & * \\ 0 & B_2 & W_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon (B_{10}K_2)^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_1 K_2^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

式(31)左、右乘 $\text{diag}(S^{-1}, R^{-1}, I, I, I, I, I, I)$, 令 $\hat{S} = S^{-1}, \hat{R} = R^{-1}, Y_1 = K_1 \hat{S}, Y_2 = \varepsilon_1 K_2^T, \beta = \gamma^2, Y_3 = \varepsilon K_2^T$, 则式(31)等价于式(25)。

类似地, 式(19)可以表示为

$$\begin{bmatrix} -\alpha_2^{-2}S & * & * & * & * \\ 0 & R - \alpha_2^{-2}R & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * \\ A_d & B_{10}(\tau) + B_{11}(\tau) & W_0 & -S^{-1} & * \\ C_{21} & -C_{22}B_2 & H_2 - C_{22}W_2 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

式(32)左、右乘 $\text{diag}(S^{-1}, R^{-1}, I, I, I)$, 并且令 $\hat{S} = S^{-1}, \hat{R} = R^{-1}$, 式(32)即可变换为式(26)。

γ -次优状态反馈 H_∞ 控制器参数为

$$K_1 = Y_1 \hat{S}^{-1}, K_2 = Y_2^T / \varepsilon_1$$

由此得到 γ -次优状态反馈 H_∞ 控制器式(27), 扰动衰减度为 $\gamma = \sqrt{\beta}$, 证毕。

定理4 对于 SNCS 式(7), 如果式(33)优化问题有可行解:

$$\begin{cases} \min \beta \\ \varepsilon > 0, \varepsilon_1 > 0, \beta > 0 \\ \text{s.t. (18)} \\ \text{s.t. (19)} \\ \text{s.t. (20)} \end{cases} \quad (33)$$

则 γ -最优状态反馈 H_∞ 控制器为式(34):

$$u^*(k) = [Y^* \hat{S}_1^{*-1} \quad Y_2^{*T} / \varepsilon_1^*] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \quad (34)$$

最小扰动衰减度为 $\gamma^* = \sqrt{\beta^*}$ 。

注5 利用 MATLAB 工具箱 LMI 中的可行性问题求解器 feasp 求解定理2, 如果有可行解, 证明系统可以实现 H_∞ 控制, 进一步求定理3的可行解, 即可得到 γ -次优状态反馈 H_∞ 控制器参数和扰动衰减度; 用优化问题求解器 mincx 求解定理4的优化解, 可以得到 γ -最优状态反馈 H_∞ 控制器参数和最小扰动衰减度。

3 仿真实例

选择奇异被控对象模型为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t - \tau) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} w(t) \\ z(t) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]x(t) + 0.1w(t) \end{cases}$$

通过网络实施状态反馈 H_∞ 控制, 传感器测量

周期为 0.1 s, 网络诱导时延 $\tau_k = 0.01$ s, 数据包丢失率为 0.05。

选择非奇异矩阵:

$$\check{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \check{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

奇异被控对象可等价变换为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x_1(t - \tau) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \\ 0 = x_2(t) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t - \tau) + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \\ z(t) = [1 \quad 0] x_1(t) + [1 \quad 1] x_2(t) + 0.1w(t) \end{cases}$$

其离散化系统为

$$\begin{cases} x_1(k+1) = A_d x_1(k) + B_{11} u(k-1) + B_{10} u(k) + W_0 w(k) \\ x_2(k) = -B_2 u(k-1) - W_2 w(k) \\ z(k) = C_{21} x_1(k) + C_{22} x_2(k) + H_2 w(k) \end{cases}$$

可求得:

$$A_d = \begin{bmatrix} 0.9002 & -0.0950 \\ 0.0950 & 0.9952 \end{bmatrix}, B_{10} = \begin{bmatrix} 0.0860 \\ 0.0039 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} 0.0091 \\ 0.0009 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$W_0 = \begin{bmatrix} -0.0090 \\ -0.00095 \end{bmatrix}, C_{21} = [1 \quad 0], C_{22} = [1 \quad 1],$$

$$H_2 = 0.1.$$

通过 H_∞ 控制, 应用定理3, 选择标量 $\alpha_1 = 1.0261 > 0, \alpha_2 = 0.7079 > 0$, 得到可行解为 $\alpha_1^{1-r} \alpha_2' = 1.0336 > 1$

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} 0.0842 & -0.0229 \\ -0.0229 & 0.0653 \end{bmatrix}, Y_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = 22.981, Y_1 = [-0.0380 \quad 0.0009],$$

$$\beta = 23.174, R = 0.4867.$$

该系统指数稳定, 指数衰减度为 1.0336, H_∞ 扰动衰减度为 $\gamma = \sqrt{\beta} = 152.2301$, γ -次优状态反馈 H_∞ 控制器为 $u(t) = [-0.4953 \quad -0.1593 \quad 0 \quad 0] x(t)$ 。

在 H_∞ 控制器 $u(t)$ 作用下, 初始状态为 (0, 2, 1, -1) 时系统状态响应曲线如图3虚线所示, 其中, 图3(a)为状态 $x_1(t)$ 分量响应, 图3(b)为状态

$x_2(t)$ 分量响应,图 3(c)为状态 $x_3(t)$ 分量响应,图 3(d)为状态 $x_4(t)$ 分量响应,由图可以看出,系统内部状态是稳定的。在 $u(t)$ 作用下该系统期望输出 z 的响应曲线如图 4(a)所示,可以看出该系统也是外部稳定的,曲线中的尖峰毛刺是外部扰动引起的。

利用 LMI 工具箱的 mincx 进行优化求解,应用定理 4 得到相应解为

$$\hat{S}^* = \begin{bmatrix} 0.0407 & -0.0119 \\ -0.0119 & 0.0430 \end{bmatrix}, Y_2^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R^* = 0.5372, \varepsilon = \varepsilon_1 = 1.3238 \times 10^7, \beta^* = 0.0170,$$

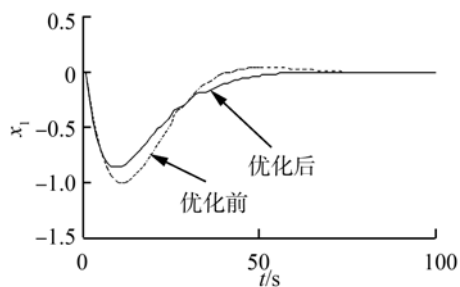
$$Y_1^* = 1.0e-004[-0.1330 \quad 0.0047]$$

H_∞ 扰动最小衰减度为 $\gamma^* = \sqrt{\beta^*} = 0.1302$ 。

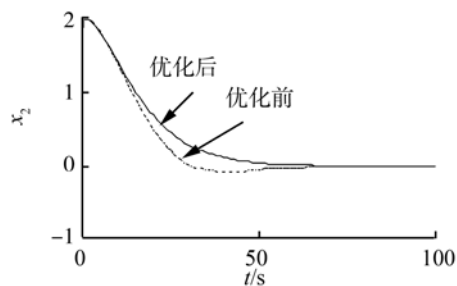
γ -最优状态反馈 H_∞ 控制器为

$$u^*(t) = [-1.2017 \quad -0.2914 \quad 0 \quad 0] x(t)$$

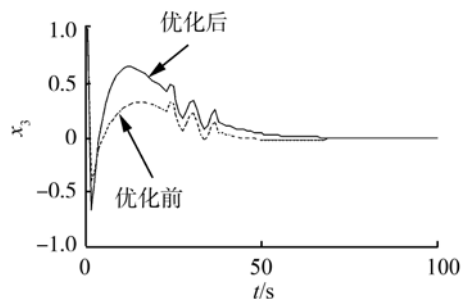
在优化控制器 $u^*(t)$ 作用下,同样初始状态 $(0, 2, 1, -1)$ 时,优化后的系统状态各分量响应曲线如图 3 实线所示,优化后系统期望输出 z 响应曲线如图 4(b)所示。



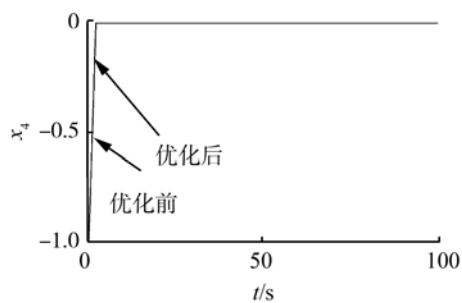
(a) 状态 $x_1(t)$



(b) 状态 $x_2(t)$



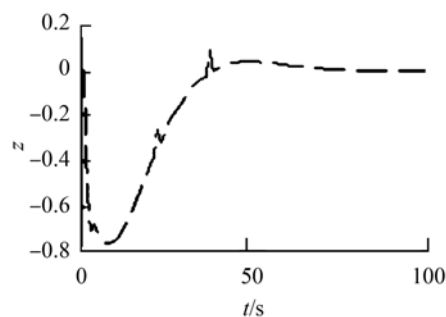
(c) 状态 $x_3(t)$



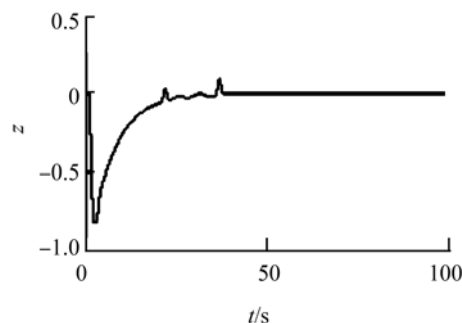
(d) 状态 $x_4(t)$

图 3 H_∞ 控制状态响应

Fig.3 H_∞ control state



(a) 优化前



(b) 优化后

图 4 H_∞ 控制期望输出响应

Fig.4 H_∞ control output response

仿真结果表明,实施 H_∞ 控制,系统不仅指数稳定,经控制器优化,状态分量与期望输出的震荡幅度、调节时间和尖峰毛刺明显减小,扰动衰减度从 152.2301 减小到 0.1302,抗扰性能得到明显增强,期望输出的平稳性明显得到改善。

4 结束语

奇异系统广泛存在于电网电路、电力传输、投入产出规划、神经网络等系统中,开展奇异网络控制系统理论与方法的研究,对建立奇异网络控制系统理论体系具有重要意义。文中针对具有时延、数据包丢失和外部扰动的奇异网络控制系统,当测量

传感器时钟驱动、控制器和执行器事件驱动、网络诱导时延不超过一个采样周期、数据包丢失率一定、外部扰动为有限能量等条件下,给出了奇异网络控制系统状态反馈 H_∞ 控制器设计方法和相应扰动衰减度求解方法,成果具有普遍意义。仿真结果表明经 H_∞ 优化控制后,系统的平稳性得到明显改善,扰动衰减度大大减小,也验证了分析方法和结果的有效性和可行性。

参考文献:

- [1] ZHANG W A, YU L. A Robust control approach to stabilization of networked control systems with short time-varying delays [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(1): 87-91.
- [2] 田中大,高宪文,李琨. 基于预测控制的 NCS 时延补偿算法 [J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(10): 2165-2169.
TIAN Zhongda, GAO Xianwen, LI Kun. Networked control system time-delay compensation algorithm based on predictive control [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(10): 2165-2169.
- [3] 李同涛,邓丽,费敏锐,等. 一类带有随机、有界时滞网络控制系统的脉冲控制 [J]. *控制与决策*, 2013, 28(2): 294-298.
LI Tongtao, DENG Li, FEI Minrui, et al. Networked control systems with bounded random time delay based on impulsive control [J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 294-298.
- [4] LI Yuan, ZHANG Qingling, QIU Zhanzhi. Stability of networked control systems with time-varying sampling periods and partially known transition probabilities [J]. *International Journal of Information & Systems Sciences*, 2012, 7(4): 340-356.
- [5] 游科友,谢立华. 网络控制系统的最新研究综述 [J]. *自动化学报*, 2013, 39(2): 101-118.
YOU Keyou, XIE Lihua. Survey of recent progress in networked control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(2): 101-118.
- [6] SUN Y G, QIN S Y. Stability and stabilization of networked control systems with bounded packet dropout [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(1): 113-117.
- [7] 严怀成,苏阵阵,张皓,等. 具有时变时滞和多包丢失的网络控制系统量化 H_∞ 控制 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(4): 469-474.
YAN Huaicheng, SU Zhenzhen, ZHANG Hao, et al. Quantized H_∞ control for networked control systems with time-varying delay and multiple packet dropouts [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(4): 469-474.
- [8] YANG R N, SHI P, LIU G P, et al. Network-based feedback control for systems with mixed delays based on quantization and dropout compensation [J]. *Automatica*, 2011, 47(12): 2805-2809.
- [9] LI J N, YU H B, YUAN D C, et al. Co-design of networks and control systems with synthesized controller [J]. *International Journal of Information and Systems Sciences*, 2011, 7(1): 131-140.
- [10] LIU M, CAO X B, SHI P. Fuzzy-model-based fault-tolerant design for nonlinear stochastic systems against simultaneous sensor and actuator faults [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, 21(5): 789-799.
- [11] 李媛,张庆灵,邱占芝等. 具有时变采样周期网络控制系统的严格耗散控制 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(9): 1170-1177.
LI Yuan, ZHANG Qingling, QIU Zhanzhi, et al. Strictly dissipative control for networked control systems with time-varying sampling periods [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(9): 1170-1177.
- [12] 杨帆,邱占芝,周世玉. 网络环境下时滞广义系统 H_∞ 控制器设计 [C]//第 31 届中国控制会议论文集. 合肥, 中国, 2012: 5933-5937.
YANG Fan, QIU Zhanzhi, ZHOU Shiyu. The designing of H_∞ controller for the singular networked control systems with time-delay [C]//Proceedings of the 31st Chinese Control Conference. Hefei, China, 2012: 5933-5937.
- [13] FENG Y F, ZHU X L, ZHANG Q L. Delay-dependent stability criteria for singular time-delay systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(3): 433-437.
- [14] QIU Z Z, ZHANG Q L, ZHAO Z W. Stability of singular networked control systems with control constraint [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2007, 18(2): 290-296.
- [15] 王燕锋,井元伟,张嗣瀛,等. 一类短时延的广义网络控制系统的鲁棒 H_∞ 控制 [J]. *东北大学学报: 自然科学版*, 2011, 32(5): 609-613.
WANG Yanfeng, JING Yuanwei, ZHANG Siying, et al. Robust H_∞ control for a kind of singular networked control system with short time delay [J]. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2011, 32(5): 609-613.
- [16] QIU Z Z, SHI L. H_∞ controller design of singular networked control systems [J]. *Intelligent Control and Automation*, 2014(5): 24-34.
- [17] RABELLO A, BHAYA A. Stability of asynchronous dy-

namical systems with rate constraints and applications [J].
IEEE Proceedings: Control Theory and Applications, 2003,
150: 546-550.

作者简介:



邱占芝,女,1960年生,教授,博士生导师,主要研究方向为网络控制系统、计算机远程监控系统、软件工程。近年来,主持国家自然科学基金、辽宁省科学研究计划、辽宁省自然科学基金等项目 10 余项,出版专著 1 部,发表 SCI、EI 等检索论文 20 余篇。



赵丽娜,女,1982 年生,讲师,主要研究方向为智能电网、网络控制等。



石磊,男,1963 年生,副教授,主要研究方向为网络控制系统。

第五届智能科学与大数据工程国际会议 The 2015 International Conference on Intelligence Science and Big Data Engineering (IScIDE 2015)

The 2015 International Conference on Intelligence Science and Big Data Engineering (IScIDE 2015) aims at a collective venue for introducing world frontier researchers to China and for introducing researchers of an ever developing and huge population of Chinese colleagues to international communities. This meeting is scheduled as the fifth of a serial annual meetings that promotes academic exchange of researches on various areas of intelligence science and intelligent data engineering in China and abroad, and will be held in Suzhou.

IScIDE 2015 is intended to have a broad scope, including information theoretic and Bayesian approaches, probabilistic graphical models, Big data analysis, neural networks and neuro-informatics, bioinformatics and computational biology, as well as advances in fundamental pattern recognition techniques relevant to image processing, computer vision and machine learning. Submissions will be rigorously reviewed, and should clearly make the case for a documented improvement over the existing state of the art. Experimental results for contributions in established areas such as speech, face, iris and gait are encouraged to use the largest and most challenging existing publicly available datasets.

The submission covers various topics that include, but are not limited to:

- 1) Information theoretic and Bayesian approaches;
- 2) Probabilistic graphical models;
- 3) Neural networks and neuro-informatics;
- 4) Bioinformatics and computational biology;
- 5) Pattern recognition and computer vision;
- 6) Signal processing and image processing;
- 7) Machine learning and computational intelligence;
- 8) Data mining and information retrieval;
- 9) Speech recognition and natural language processing;
- 10) Big data analysis.

Website: <http://iscide2015.usts.edu.cn/>