

# 多目标微粒群优化算法综述

王艳<sup>1,2</sup>,曾建潮<sup>2</sup>

(1. 兰州理工大学 电信工程学院,甘肃 兰州 730050; 2. 太原科技大学 复杂系统和智能计算实验室,山西 太原 030024)

**摘要:**作为一种有效的多目标优化工具,微粒群优化(PSO)算法已经得到广泛研究与认可。首先对多目标优化问题进行了形式化描述,介绍了微粒群优化算法与遗传算法的区别,并将多目标微粒群优化算法(MOPSO)分为以下几类:聚集函数法、基于目标函数排序法、子群法、基于 Pareto 支配算法和其他方法,分析了各类算法的主要思想、特点及其代表性算法。其次,针对非支配解的选择、外部档案集的修剪、解集多样性的保持以及微粒个体历史最优解和群体最优解的选取等热点问题进行了论述,并在此基础上对各类典型算法进行了比较。最后,根据当前 MOPSO 算法的研究状况,提出了该领域的发展方向。

**关键词:**多目标优化;微粒群优化算法;非支配解;外部档案;多样性

中图分类号:TP18 文献标识码:A 文章编号:1673-4785(2010)05-00377-08

## A survey of a multi-objective particle swarm optimization algorithm

WANG Yan<sup>1,2</sup>, ZENG Jian-chao<sup>2</sup>

(1. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. Complex System and Computational Intelligence Laboratory, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

**Abstract:** Particle swarm optimization (PSO) algorithms have been widely studied and approved as effective multi-objective paper optimizers. In this paper, first of all multi-objective problems were formally described, and the difference between a PSO and genetic algorithm (GA) was introduced. Then the taxonomy of current multi-objective PSO (MOPSO) algorithms, which include aggregate functions, sorting based on objective functions, sub-population methods, Pareto dominated based algorithms, and other algorithms, was presented. Additionally, the main ideas, features, and representative algorithms of each approach were analyzed. Secondly, hot topics in MOPSO algorithms such as selecting non-dominated solutions, pruning archive sets, maintaining the diversity of the solutions set, and selecting both the best personal and global solutions were discussed on the basis of which all typical algorithms were compared. Finally, several viewpoints for the future research of MOPSO were proposed according to the present studies.

**Keywords:** multi-objective optimization; particle swarm optimization; non-dominated solutions; archive; diversity

在科学实践、工程系统设计及社会生产活动中,许多问题都是多目标优化问题。通常多目标优化问题中的各个目标函数之间可能会存在冲突,这就意味着多目标优化问题不存在惟一的全局最优解,使得所有目标函数同时达到最优。为了达到总目标的最优化,需要对相互冲突的目标进行综合考虑,对各子目标进行折衷。最初,多目标优化问题往往通过加权等方式转化为单目标优化问题,但这样需要事先

知道每个目标函数所占的权重,并且对目标给定的次序也比较敏感。

微粒群优化(PSO)算法是 1995 年由 Kennedy 和 Eberhart 提出的一种基于群体智能的优化算法,应用于单目标优化问题时表现出了快速收敛的特点。随着对 PSO 研究的深入,该算法已经由用来解决单目标优化问题逐步拓展到用来解决多目标优化问题。1999 年 Moore 和 Chapman 首次提出将 PSO 算法应用于解决多目标优化问题<sup>[1]</sup>,但这个思想未公开发表。从此以后用 PSO 解决多目标优化问题开始得到研究人员的关注,但直到 2002 年 Coello 等<sup>[2]</sup>和

收稿日期:2009-09-22。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60674104)。

通信作者:曾建潮. E-mail:zengjianchao@263.net.

Ray 等<sup>[3]</sup>先后发表了多目标微粒群优化算法(MOPSO)的论文,继之多目标微粒群优化算法逐渐被研究者们重视,出现了大量研究成果<sup>[1-9]</sup>.

纵观国内外该领域的研究情况,国外 Sierra 和 Coello 在 2006 年发表了该领域较为全面的综述<sup>[4]</sup>,但主要是针对 2005 年以前的 MOPSO 算法,那时 MOPSO 算法的研究刚刚起步不久,研究成果并不是很多.而国内该领域的综述非常少<sup>[10]</sup>,并且只是简单从算法设计和应用方面回顾了其研究进展,所以有必要对该领域进行一个较为全面的介绍.

## 1 多目标优化问题的数学描述

一般情况,多目标优化问题可以形式化描述为如下形式:

$$\begin{aligned} \min \mathbf{Y} = f(\mathbf{X}) &= (f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_r(\mathbf{X})) , \\ g_i(\mathbf{X}) &\geq 0, i = 1, 2, \dots, k, \\ h_j(\mathbf{X}) &= 0, j = 1, 2, \dots, l. \end{aligned}$$

式中:决策向量  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^n$ ,目标向量  $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^r$ , $f_i(\mathbf{X})$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ) 是目标函数, $g_i(\mathbf{X}) \geq 0$  和  $h_j(\mathbf{X}) = 0$  是约束条件.

**定义 1** 个体间的支配关系:设  $p$  和  $q$  是进化群体中的任意 2 个不同的个体,称  $p$  支配  $q$ ,则必须满足下列 2 个条件:

- 1) 对所有的子目标,  $p$  不比  $q$  差, 即  $\forall i \in \{1, 2, \dots, r\}, f_i(p) \leq f_i(q)$ ;
- 2) 存在一个子目标使  $p$  比  $q$  好, 即  $\exists l \in \{1, 2, \dots, r\}, f_l(p) < f_l(q)$ .

其中  $r$  为子目标的数量,此时  $p$  为非支配的,  $q$  为被支配的, 定义为  $p \succ q$ , “ $\succ$ ” 表示支配关系.

**定义 2** Pareto 最优解集:对于决策空间中的向量  $\mathbf{X}^* \in \mathbf{F} \subset \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{F}$  是搜索区域,若在  $\mathbf{F}$  区域内,  $\mathbf{X}^*$  是非支配的, 则  $\mathbf{X}^*$  是  $\mathbf{F}$  内的一个 Pareto 最优解.由搜索空间中所有 Pareto 最优解组成的解集就称为 Pareto 最优解集,即  $P^* = \{\mathbf{X} \in \mathbf{F} | \mathbf{X}^* \text{ 是 Pareto 最优解}\}$ .

**定义 3** Pareto 最优边界:Pareto 最优解表现在目标空间上就是 Pareto 最优边界,或称为 Pareto 前沿(Pareto front),即  $\mathbf{PF}^* = \{f(\mathbf{X}) \in \mathbf{R}^k | \mathbf{X} \in P^*\}$ .

## 2 微粒群优化(PSO)算法

PSO 算法是一种基于种群的启发式优化算法,由于其参数设置少,实现简单,决策变量是实数,收敛速度快等特点,使其得到充分研究. 标准 PSO 算法的运动方程<sup>[11]</sup>如下:

$$\begin{aligned} V_i(t+1) &= wV_i(t) + c_1r_1(\mathbf{P}_i - \mathbf{X}_i(t)) + \\ &c_2r_2(\mathbf{P}_g - \mathbf{X}_i(t)), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{X}_i(t+1) = \mathbf{X}_i(t) + V_i(t+1).$$

式中: $w$  为惯性权重, $c_1, c_2$  为加速常数, $r_1, r_2$  表示区间  $[0, 1]$  内均匀分布的随机数, $\mathbf{P}_i$  为粒子自身经历的最好历史位置,而  $\mathbf{P}_g$  为粒子所对应的全局最好位置,它是整个群体所经历的最好位置, $\mathbf{X}_i(t)$  与  $V_i(t)$  为微粒  $i$  在时刻  $t$  的位置与速度. 式(1)表示微粒速度由 3 部分决定:惯性部分、认知部分和社会部分,它们共同改变微粒飞行速度,但速度会受到最大速度  $V_{\max}$  的限制.

PSO 算法与遗传算法不同,在 PSO 算法运行过程中,没有选择或变异操作,因而种群的规模是固定的,微粒不会被舍弃与替换,被替换的是迄今为止微粒经历的历史最好位置(称为个体极值,用  $\mathbf{p}_{best}$  表示)和群体的最好位置(称为全局极值,用  $\mathbf{g}_{best}$  表示),种群中所有微粒的调整均依赖于  $\mathbf{p}_{best}$  和  $\mathbf{g}_{best}$  的值. 所以将 PSO 算法引入来解决多目标优化问题时, $\mathbf{p}_{best}$  和  $\mathbf{g}_{best}$  的选取非常重要,而这在多目标进化算法的设计中是没有的.

## 3 多目标微粒群算法分类

根据对多个优化目标处理方式以及种群最优解选取方式,多目标微粒群算法大致可以分为以下几类:聚集函数法、基于目标函数排序法、子群法、基于 Pareto 支配算法和其他方法.

### 3.1 聚集函数法

聚集函数法是解决多目标优化问题的一种最直接的方法,基本思想就是将多目标优化问题转换为单目标优化问题. 聚集函数可以是线性的,也可以是非线性的,当聚集函数是线性时往往无法搜索到非凸解,当聚集函数是非线性的时候就可以解决这个问题了<sup>[12]</sup>. 在这种方法中较具有代表性的研究是文献[8, 13-14].

文献[8]分析了固定权重、突变权重和动态权重这 3 种权重聚集方法. 固定权重在优化过程中权重是固定不变的,但计算量很大,并且无法找到非凸解. 突变权重和动态权重可以克服这个缺点,只是突变权重一般是周期函数的复合函数,变化比较频繁,变化的尺度由周期函数的外层函数决定. 动态权重在突变权重的基础上将复合函数变成了周期函数的绝对值函数,这样变化的尺度相对突变权重要缓和一些.

文献[13]使用了一种线性权重聚集法. 在这类方法中,整个群体被平均分成了若干个子群体,每个子群体被赋予不同的权重,每个子群体中的微粒都朝着自己所处子群中的最优解“飞行”,然后通过线

性权重进行聚集,得到总目标下群体全局最优微粒.

文献[14]使用了一种类似于权重聚集的方法.首先找到在每个目标下群体的全局极值和每个微粒在每个目标下的个体极值,然后用各目标下全局极值的均值作为整个群体在总目标下的全局极值,并通过判断每个微粒在每个目标下相对于该目标下全局极值的离散程度来选取该粒子在总目标下的个体极值.

以上3种方法都比较简单,容易实现.但是算法每迭代1次只能产生1个“最优解”,所以要得到接近 $\text{PF}_{\text{true}}$ 的Pareto front则需要的迭代次数较大,从而带来的计算量就会较大.并且这3种方法都没有很好地体现出Pareto支配的概念,没有精英解保留机制,这样使解的质量受到影响.

### 3.2 基于目标函数排序方法

在这种方法中目标函数通常要根据某个标准进行排序,然后按照此顺序对目标函数进行优化.比较具有代表性的方法是Hu和Eberhart的动态邻域策略<sup>[15]</sup>及其扩展<sup>[9]</sup>.前者主要针对2个目标函数在环形邻域上进行的优化,没有采用外部存储体保存精英个体,后者在前者的基础上引入了精英解的保留机制.这类方法的主要思想是首先根据第1个目标来计算当前考察微粒与其他微粒的距离,并根据距离建立若干个邻域,然后根据第2个目标函数选取邻域最优解.

这类方法中目标函数的顺序是非常重要的,并且这种方法处理的目标函数往往较少.

### 3.3 子群法

这类方法的基本思想是将整个群体划分为若干子群,每个子群中进行单目标优化,然后通过子群间交换信息或将子群信息组合来产生群体的最优解.比较具有代表性的方法有Parsopoulos等的算法<sup>[8]</sup>及其改进算法VEPSO<sup>[16]</sup>,张利彪等的算法<sup>[17]</sup>.

文献[8]针对2个优化函数的多目标优化问题提出了用2个子群体分别进行单目标优化,然后把第1个子群得到的最优解作为第2个子群更新速度的全局最优解,将第2个子群的最优解作为第1个子群更新速度的全局最优解.文献[16]将此思想进行了改进,把每一维目标作为一个子群,每个子群进行单目标优化得到最优解,并将其作为邻接子群更新速度的全局最优解.

文献[17]对2个目标函数同时进行优化,根据多目标优化问题的特点将进化群体划分为第1个目标下的全优、第1个目标下的半优、第2个目标下的全优、第2个目标下的半优以及2个目标下的全劣

这几个子群体.然后根据支配关系找出每个子群体中的全局最优个体,它们构成一个非支配集,从中选出群体的全局最优解.

文献[18]利用Pareto支配确定微粒的“飞行”方向,采用聚类的方法将微粒群分为几个子群,每个子群体产生非支配解集,从其中随机选择一个作为每个子群执行PSO算法时的全局最优解,子群间通过移植不同子群中的非支配解交换信息.

### 3.4 基于Pareto的方法

现在的大多数研究主要集中于这种方法,借鉴以前用进化算法解决多目标优化问题的一些成功经验,在进化过程中经常保持2个群体,一个是进化的基本种群population,另一个是用来存储进化过程中的精英个体的群体archive.首先通过evaluate来确定基本种群中个体的优劣,然后通过确定基本种群的全局最优个体和每个个体的历史最好位置,利用PSO公式进行更新,得到下一代基本群体.对archive一般要进行2种操作:update和truncate,前者用来更新archive中的个体保持为进化中的最优个体,后者是当要进入archive中实际个体的数目大于archive容量时,对其中个体进行修剪剔除.

通常具有精英解保留机制的MOPSO算法伪码如图1所示,其中Quality( $p_{\text{best}}$ )和Quality( $g_{\text{best}}$ )是指个体历史最优位置的选取和种群全局最优微粒的选取. Mutation是可以选择的,用来对微粒进行变异,以保持基本种群的多样性.

```

Begin
     $T = 0$ 
    Initialize population
    For each particle
        Evaluate fitness
        Quality( $p_{\text{best}}$ )
    Endfor
    Put nondominate solutions into archive
    Quality( $g_{\text{best}}$ )
    While  $T < \text{Maxlt}$ 
        For each particle
            Update position
            Mutation
            Evaluate fitness
            Update ( $p_{\text{best}}$ )
        Endfor
        Update archive
        Quality( $g_{\text{best}}$ )
         $T ++$ 
    Endwhile
    Report results in archive
End

```

图1 MOPSO算法伪码  
Fig.1 Pseudocode of MOPSO

该类方法中,比较具有代表性的算法有 Coello 等提出的 MOPSO<sup>[2,5]</sup>以及后来研究者对其进行的改进算法<sup>[18-21]</sup>.

MOPSO 算法是基于 PSO 求解多目标优化问题中最经典的算法,在这个算法中 Coello 等首次提出了除基本微粒群引入第 2 个群体来保存生成的非支配解,并第一次用(超)网格来保存精英解. 文献[5]是对文献[2]的改进,将原来固定的(超)网格变为自适应(超)网格,并使用了变异算子来更新种群微粒和决策变量的范围,变异尺度与进化代数成比例. 这种方法成为后来研究者们改进的基础,也是研究者们对比算法优劣的重要参照.

文献[19]在文献[2]的基础上借鉴 SPEA2 算法<sup>[22]</sup>中环境选择和配对选择策略,并使用了密度估计技术,提高了解的多样性和搜索精度. 但该算法中有 3 个群体,计算量较大.

文献[20]在文献[2]的基础上对算法进行了 2 方面的改进:1) 算法迭代到一定次数时对某个重要目标进行单目标优化,以此来解决 MOPSO 中出现的难以找到边界点的问题;2) 对超出边界的位置变量用一个随机数来取代. 这 2 方面的改进主要提高了 Pareto 解集的分布性,但要求事先知道各优化目

标的重要程度.

文献[21]对文献[5]中的自适应网格进行了改进,加入了非支配解集中微粒密度估计信息,在剔除密度较大网格中微粒的时候,确定了需要剔除的微粒的数量,给出了计算公式. 并且该算法在全局最优解的选取方式上也进行了改进.

### 3.5 其他方法

文献[23]提出了一种新的多目标微粒群算法:EMOPSO,该算法在 MOEA 的基础上进行了修改. 对非支配解集分布性的保持提出了一种新颖的“hyper-plane”方法,该方法在文献[5]中超网格的基础上,针对 2 个目标函数首先找到每一个目标的最小值  $A$  和  $B$ ,然后将这 2 点用直线连接,如果需要找到  $n$  个非支配解,则在此线段上均匀地再选择  $n - 1$  个点,接着在这  $n - 1$  个点上作直线  $AB$  的垂线,非支配解中距离此垂线最近的点被选中,其余各点被删除. 此算法为了避免早熟收敛而加入了扰动因子,随着迭代次数的增加,扰动因子逐渐减小. 此算法对约束处理方法以及参数自适应调整等方面都进行了研究.

对于上述所分析的 MOPSO 算法及其特征如表 1 所示.

表 1 经典 MOPSO 算法及其特征  
Table 1 Characteristics of classic MOPSO

算法	例子	archive	修剪 archive	变异算子	$g_{best}$ 选取
聚集法	Parsopoulos 等 <sup>[8]</sup>	无	-	无	单目标
	Baumgarther 等 <sup>[13]</sup>	无	-	无	单目标
	张利彪等 <sup>[8]</sup>	无	-	无	评估选取
排序法	Hu 和 Eberhart <sup>[15]</sup>	无	-	无	单目标
	Hu 和 Eberhart <sup>[9]</sup>	有	-	无	单目标
子群法	Parsopoulos 等 <sup>[8]</sup>	无	-	无	单目标
	Parsopoulos 等 <sup>[16]</sup>	有	-	无	单目标
	张利彪等 <sup>[17]</sup>	有	-	有	-
	Pulido 等 <sup>[18]</sup>	无	-	无	子群最优解交换
基于 Pareto 方法	Coello 等 <sup>[2]</sup>	有	(超)网格	有	网格中微粒密度
	Coello 等 <sup>[5]</sup>	有	自适应网格	有	网格中微粒密度
	熊盛武等 <sup>[19]</sup>	有	密度和优劣信息	无	轮盘赌
	Chamaani 等 <sup>[20]</sup>	有	网格	有	网格和单目标
	杨俊杰等 <sup>[21]</sup>	有	自适应网格	无	密度和所支配的微粒个数
其他方法	Pulido 等 <sup>[23]</sup>	有	hyper-plane	有	-

## 4 多目标微粒群算法研究热点

用 PSO 解决多目标优化问题往往借鉴多目标进化算法中的成功经验,但 MOPSO 既不同于 MOEA,又不同于用 PSO 解决单目标优化问题,当前

对 MOPSO 算法的研究一般围绕以下研究热点进行:如何选择非支配解、如何剔除 archive 集中的个体以保持其良好的分布性、如何保持解集多样性和  $g_{best}$ 、 $p_{best}$  如何选取等.

#### 4.1 非支配解的选择

对于这个问题的研究涉及到传统 Pareto 支配的概念及后来研究者们对其发起的挑战. 现有的大多数研究都是基于传统 Pareto 支配机制的, 即个体支配机制. 2002 年, Laumanns 和 Deb 等提出  $\varepsilon$ -支配概念<sup>[24]</sup> 后, 其思想被借鉴与改进, 2003 年 Mostaghim 等<sup>[25]</sup> 将其引入到 MOPSO 算法中.  $\varepsilon$ -支配是一种基于格子的支配机制, 格子的边长为  $\varepsilon$ , 所以  $\varepsilon$  决定格子的数目和大小. 每个格子内只允许有 1 个解, 这样支配的概念由原来个体间的比较转化为格子间的比较, 后来的研究中人们在选取非支配解时有些采用或改进了  $\varepsilon$ -支配的概念. 文献[26]为了保持解集良好的分布性, 针对原有  $\varepsilon$ -支配可能会丢失边界点的情况提出了强  $\varepsilon$ -支配概念, 在原有  $\varepsilon$ -支配概念的基础上又加入了个体支配的概念.

#### 4.2 archive 集的修剪

当前 MOPSO 算法中绝大多数都用到了容量受限的 archive 集来保存精英解, 所以一般要对 archive 集进行修剪, 剔除掉一部分非支配解, archive 集中的结果就是将来要输出的解, 所以在剔除的过程中要考虑到多目标优化问题的特点. 研究者们一般在这个阶段考虑较多的是如何剔除 archive 集中的个体, 保持解集良好的分布性. 通常采用的方法有: 随机选择<sup>[27]</sup>、小生镜技术<sup>[28-29]</sup>、网格技术<sup>[2,5,7,21]</sup>、拥挤距离<sup>[30-33]</sup>、密度熵<sup>[34]</sup>、聚类技术<sup>[23,35-36]</sup>等.

1) 随机选择. 这类方法的基本思想是将算法迭代过程中产生的非支配解存放于 archive 集中, 当非支配解的个数超过 archive 的容量时随机地删除 archive 集中的部分个体. 这种修剪方法简单, 容易实现, 但没有充分考虑解集的分布性.

2) 小生镜技术. 这类方法一般通过小生镜技术给 archive 集中的非支配解分配适应度值, 聚集程度越大的微粒适应度越小. 当非支配解个数超出 archive 集的容量时, 则删除其中适应度最小的部分个体. 这种修剪方法可以提高解集的分布性, 但需要小生镜半径的先验信息, 计算复杂度较大.

3) 网格技术. 现有的 MOPSO 算法很大一部分是在 Coello 等的 MOPSO 算法<sup>[5]</sup> 基础上改进的, 而这个算法就是使用网格来保存非支配解的, 所以现有很多算法都采用这种方法来保存和修剪 archive 集. 这类方法的基本思想就是当非支配解个数大于 archive 容量时, 根据网格中微粒的数量来决定删除哪些微粒.

4) 拥挤距离. 近年来使用这类方法修剪 archive 集的算法越来越多. 这类方法的基本思想就是通过 archive 集中个体的拥挤距离来判断解之间的疏密

程度, 在对 archive 集进行修剪时, 拥挤距离大的微粒被保留下, 拥挤距离小的微粒被删除.

5) 密度熵. 这类方法具有一定的特点, 但在 MOPSO 中并不多见. 其基本思想就是定义一个影响函数来衡量 archive 集中每 2 个微粒间的相似程度, 而 archive 中微粒的密度是周围微粒对其影响因子的聚集. 当每个微粒的密度熵确定后, 找出微粒中密度最大的进行删除. 这类方法中 archive 集更新时计算复杂度为  $O(MN^2)$ ,  $M$  为子目标个数,  $N$  为 archive 集大小.

6) 聚类技术. 这类修剪 archive 集的方法是借鉴于多目标进化算法的一种技术, 其基本思想是在算法的每一次迭代过程中, 通过聚类方法将整个 archive 集中的非支配解分成若干个聚类, 当聚类的个数超过一定数量时将距离最近的 2 个聚类合并, 将合并后的中心点作为新类的位置.

#### 4.3 保持解集多样性

PSO 算法最突出的一个特点就是收敛速度快, 但这个特点同时也带来了算法早熟收敛的问题. 为了增加解的多样性, 避免早熟收敛, 将 PSO 应用于解决多目标优化问题时往往借鉴多目标进化算法中的变异算子, 有的 MOPSO 算法对微粒进行变异的同时对决策变量的范围进行变异, 有的研究采用对“飞”出可行域的微粒进行重新初始化的方法来保持非支配解集中解的多样性.

文献[5]提出了一种使用变异因子来更新基本种群中微粒和决策变量范围的方法. 该方法在搜索开始时对所有微粒进行变异, 随着迭代次数的进行, 种群中变异的微粒数量迅速下降, 对每个决策变量范围也采用同样操作. 这样, 算法可以有一个很强的搜索能力, 随着迭代次数的增加, 变异算子的作用逐渐减小, 从而避免了算法早熟. 文献[32]也采用了同样的方法来保持解的多样性.

文献[28,31]使用了小概率随机变异的方法来保持解集的多样性. 这类方法的基本思想是在基本种群每次迭代的过程中随机选择(或从被支配解中选)很少一部分(例如变异概率为 5%)微粒进行变异, 以增强算法的全局搜索能力.

文献[20]对超出边界的微粒不用传统方法中将其拉至边界的处理方式, 而是用一个可行域内的随机数将其替代, 这样以增加解的多样性.

#### 4.4 $p_{best}$ 和 $g_{best}$ 的选取

在 PSO 算法中, 微粒是在种群全局最优位置  $g_{best}$  及个体历史最优位置  $p_{best}$  的指导下“飞行”的. 将 PSO 算法应用于解决多目标优化问题时, 每次迭代不再是仅仅产生一个单个的  $p_{best}$  值和  $g_{best}$  值, 而是

一组非支配解,如何选择合适的  $p_{best}$  和  $g_{best}$  来指导种群中微粒的“飞行”就显得非常重要了.

通常对于  $p_{best}$  的选取一般都基于 Pareto 支配概念,新产生的  $p_{best}$  与原来的  $p_{best}$  进行比较,选择非支配者作为算法迭代中的  $p_{best}$ ,若二者不存在支配关系,则随机选择其中之一即可.但也有算法根据所支配的群体中微粒的个数来选择<sup>[35]</sup>.

$g_{best}$  的选取是 MOPSO 算法设计中的关键,  $g_{best}$  的选取在很大程度上与 archive 集的修剪及更新方式相关.  $g_{best}$  选取最简单最直接的方法就是从 archive 集中随机选取一个微粒作为基本种群更新的全局最优解<sup>[7,34,37]</sup>. 文献[28]采用轮盘赌概率方法从 archive 中选取精英微粒作为  $g_{best}$ ,文献[30]通过随机从 archive 中选取 2 个微粒,从多个目标函数中随机选取 1 个目标进行比较的方法来选取  $g_{best}$ . 张利彪等<sup>[14]</sup>使用最优解评估选取的方式来选择种群更新的  $g_{best}$ ,文献[38]也使用了这种方法.

现有 MOPSO 算法中,  $g_{best}$  的选取除了随机选择外,通过密度信息来进行选择的也较多. 文献[2,5]使用(超)网格中微粒的密度信息,密度小者优先的方法来选取  $g_{best}$ ,后来在其算法基础上进行改进的一些算法一般沿用了这种方式,或对其稍作调整<sup>[21]</sup>.

还有其他的一些选取  $g_{best}$  的方法. 文献[26]使用了一种极值变异的方法来选择  $g_{best}$ ,首先从 archive 中随机选择一个非支配解,然后将此解与当前  $g_{best}$  比较,较好者作为此次迭代的  $g_{best}$ ,若两者一样好,则根据极值变异概率来决定  $g_{best}$  是否需要重新从 archive 中随机选择. 文献[35]将距离当前微粒最近的 archive 集中的非支配解作为更新群体所用的  $g_{best}$ .

## 5 总结与展望

本文首先简要介绍了进化多目标优化及多目标微粒群优化研究概况,然后根据对多个优化目标处理方式以及种群最优解选取方式,将多目标微粒群算法大致分为聚集函数法、基于目标函数排序法、子群法、基于 Pareto 支配算法和其他方法,并对上述各类算法的基本思想进行了分析,对各类算法中具有代表性的算法进行了详细介绍. 最后对当前多目标微粒群算法的 4 个研究热点进行了讨论. 虽然多目标微粒群算法从出现至今不足 10 年,但其发展是非常迅猛的,在今后的研究中以下几个方向应该引起研究者们的重视.

1) 如何用 PSO 算法处理高维 ( $m > 5$ ) 多目标优化问题. 对于高维多目标优化问题想要找到一组合适的 Pareto 最优解是很困难的,许多在处理低维

数目标时不会出现的问题就会凸现出来,空间复杂度、时间复杂度以及选择压力等都将需要重点考虑的问题. 如何用 PSO 解决高维多目标优化问题将是研究者们未来一段时间研究的内容之一.

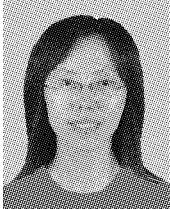
2) MOPSO 算法自适应参数的选择. 现在 MOPSO 算法对处理单目标优化问题的 PSO 算法中的参数没有作太大调整,但多目标优化问题与单目标优化问题的特征相差较大,如何根据多目标优化问题自身的特点来自适应调整 MOPSO 参数,这方面研究已经开始,估计将会成为今后一段时间研究的另一个热点.

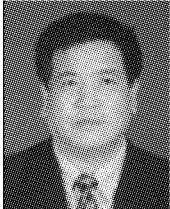
3) 有效的算法停止准则. 现有的 MOPSO 算法中,绝大多数算法都是通过预先设置迭代次数来停止算法,因为算法进化到哪一代就达到最优往往是无法判断的. 在单目标 PSO 算法中,当  $g_{best}$  在一定代数内不再变化就可以认为算法已经收敛到了最优解,可以停止迭代. 但这种策略是不能直接应用于 MOPSO,因为在算法的执行过程中很少会出现这种情况,即使有部分解与上一代相同,但多少个解相同就能说明算法已经收敛于 Pareto front,至今还没有这方面的证明.

## 参考文献:

- [1] MOORE J, CHAPMAN R. Application of particle swarm to multi-objective optimization [R]. Auburn, USA: Department of Computer Science and Software Engineering, Auburn University, 1999.
- [2] COELLO COELLO C A, LECHUGA M S. MOPSO: a proposal for multiple objective particle swarm optimization [C]//Congress on Evolutionary Computation (CEC 2002). Honolulu, USA, 2002, 2: 1051-1056.
- [3] RAY T, KANG T, CHYE S K. An evolutionary algorithm for constrained optimization[C]//Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference. Las Vegas, USA, 2000: 771-777.
- [4] REYES-SIERRA M, COELLO COELLO C A. Multi-objective particle swarm optimizers: a survey of the state-of-the-art [J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2006, 2(3): 287-308.
- [5] COELLO COELLO C A, PULIDO G T, LECHUGA M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.
- [6] COELLO COELLO C A, PULIDO G T. Using clustering techniques to improve the performance of a multi-objective particle swarm optimizer [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2004, 3102: 225-237.
- [7] CAGNINA L, ESQUIVEL S, COELLO COELLO C A. A

- particle swarm optimizer for multi-objective optimization [J]. Journal of Computer Science & Technology, 2005, 5 (4): 204-210.
- [8] PARSOPoulos K E, VRAHATIS M N. Particle swarm optimization method in multiobjective problems[C]//Proceedings of ACM Symposium on Applied Computing (SAC 2002). Madrid, Spain, 2002: 603-607.
- [9] HU Xiaohui, EBERHART R C, SHI Yuhui. Particle swarm with extended memory for multiobjective optimization[C]//IEEE Swarm Intelligence Symposium. Indianapolis, USA, 2003: 193-197.
- [10] 郑友莲,樊俊青. 多目标粒子群优化算法研究[J]. 湖北大学学报:自然科学版, 2008, 30(4): 351-355.  
ZHENG Youlian, FAN Junqing. Study on multi-objective particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Hubei University: Natural Science, 2008, 30(4): 351-355.
- [11] 曾建潮,介婧,崔志华. 微粒群算法[M]. 北京:科学出版社, 2004: 9-13.
- [12] 郑金华. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京:科学出版社, 2007: 9-10.
- [13] BAUMGARTNER U, MAGELE Ch, RENHART W. Pareto optimality and particle swarm optimization[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40(2): 1172-1175.
- [14] 张利彪,周春光,马铭,等. 基于粒子群算法求解多目标优化问题[J]. 计算机研究与发展, 2004, 41(7): 1286-1291.  
ZHANG Libiao, ZHOU Chunguang, MA Ming, et al. Solutions of multi-objective optimization problems based on particle swarm optimization[J]. Journal of Computer Research and Development, 2004, 41(7): 1286-1291.
- [15] HU Xiaohui, EBERHART R C. Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization[C]//Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. Honolulu, USA, 2002: 1677-1681.
- [16] PARSOPoulos K E, TASOULIS D K, VRAHATIS M N. Multiobjective optimization using parallel vector evaluated particle swarm optimization[C]//Proceedings of the IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Applications(AIA2004). Innsbruck, Austria, 2004: 823-828.
- [17] 张利彪,周春光,刘小华,等. 求解多目标优化问题的一种多子群体进化算法[J]. 控制与决策, 2007, 22(11): 1313-1320.  
ZHANG Libiao, ZHOU Chunguang, LIU Xiaohua, et al. A multiple subswarms evolutionary algorithm for multi-objective optimization problems[J]. Control and Decision, 2007, 22(11): 1313-1320.
- [18] PULIDO G T, COELLO COELLO C A. Using clustering techniques to improve the performance of a particle swarm optimizer[C]//Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference. Seattle, USA, 2004: 225-237.
- [19] 熊盛武,刘麟,王琼,等. 改进的多目标粒子群算法[J]. 武汉大学学报:理学版, 2005, 51(3): 308-312.  
XIONG Shengwu, LIU Lin, WANG Qiong, et al. Improved multi-objective particle swarm algorithm[J]. Wuhan University Journal: Natural Science Edition, 2005, 51 (3): 308-312.
- [20] CHAMAANI S, MIRTAHERI S A, TESHNEHLAB M, et al. Modified multi-objective particle swarm optimization for electromagnetic absorber design[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2008, 79: 353-366.
- [21] 杨俊杰,周建中,方仍存,等. 基于自适应网格的多目标粒子群优化算法[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(21): 5843-5847.  
YANG Junjie, ZHOU Jianzhong, FANG Rengcun, et al. Multi-objective particle swarm optimization based on adaptive grid algorithms[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(21): 5843-5847.
- [22] ZITZLER E, LAUMANNS M, THIELE L. SPEA2: improving the strength Pareto evolutionary algorithm[R]. Zurich, Swiss: ETH Zurich, 2001.
- [23] PULIDO G T, COELLO COELLO C A, SANTANA-QUINTERO L V. EMOPSO: a multi-objective particle swarm optimizer with emphasis on efficiency[C]//Proceedings of 4th International Evolutionary Multi-criterion Optimization. Matsushima, Japan, 2007: 272-285.
- [24] LAUMANNS M, THIELE L, DEB K, et al. Combining convergence and diversity in evolutionary multi-objective optimization[J]. Evolutionary Computation, 2002, 10 (3): 263-282.
- [25] MOSTAGHIM S, TEICH J. The role of dominance in multi-objective particle swarm optimization methods[C]//Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium. Indianapolis, USA, 2003: 26-33.
- [26] 蒋浩,郑金华,陈良军. 一种求解多目标优化问题的粒子群算法[J]. 模式识别与人工智能, 2007, 20(5): 606-610.  
JIANG Hao, ZHENG Jinhua, CHEN Liangjun. A particle swarm algorithm for multi-objective problem[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2007, 20(5): 606-610.
- [27] 金欣磊,马龙华,刘波,等. 基于动态交换策略的快速多目标粒子群优化算法研究[J]. 电路与系统学报, 2007, 12(2): 78-82.  
JIN Xinlei, MA Longhua, LIU Bo, et al. A fast multi-objective particle swarm optimization based on dynamic exchange strategy[J]. Journal of Circuits and Systems, 2007, 12(2): 78-82.
- [28] 李宁,邹彤,孙德宝,等. 基于粒子群的多目标优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2005, 23: 43-46.  
LI Ning, ZOU Tong, SUN Debao, et al. Multi-objective

- optimization utilizing particle swarm [J]. Computer Engineering and Applications, 2005, 23: 43-46.
- [29] SALAZAR-LECHUGA M, ROWE J E. Particle swarm optimization and fitness sharing to solve multi-objective optimization problems [C]//Proceedings of Congress on Evolutionary Computation. Edinburgh, UK, 2005: 1204-1211.
- [30] 王小刚, 李明杰, 王福利, 等. 一种新的多目标粒子群算法的研究与应用 [J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2008, 29(10): 1377-1380.
- WANG Xiaogang, LI Mingjie, WANG Fuli, et al. Study on a new MOPSO and its applications [J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2008, 29(10): 1377-1380.
- [31] 李中凯, 谭建荣, 冯毅雄, 等. 基于拥挤距离排序的多目标粒子群优化算法及其应用 [J]. 计算机基础制造系统, 2008, 14(7): 1329-1336.
- LI Zhongkai, TAN Jianrong, FENG Yixiong, et al. Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on crowding distance sorting and its application [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2008, 14(7): 1329-1336.
- [32] 王辉, 钱锋. 基于拥挤度与变异的动态微粒群多目标优化算法 [J]. 控制与决策, 2008, 23(11): 1238-1242.
- WANG Hui, QIAN Feng. Improved PSO-based multi-objective optimization by crowding with mutation and particle swarm optimization dynamic changing [J]. Control and Decision, 2008, 23(11): 1238-1242.
- [33] 王洪刚, 马良, 李高雅. 多目标微粒群优化算法 [J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(34): 64-66.
- WANG Honggang, MA Liang, LI Gaoya. Multi-objective particle swarm optimization [J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(34): 64-66.
- [34] 宋武, 郑金华. 基于密度熵的多目标粒子群算法 [J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(26): 41-44.
- SONG Wu, ZHENG Jinhua. MOPSO algorithm based on density entropy [J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(26): 41-44.
- [35] 孙小强, 张求明. 一种基于粒子群优化的多目标优化算法 [J]. 计算机工程与应用, 2006, 18: 40-42.
- SUN Xiaoqiang, ZHANG Qiuming. A particle swarm optimization method for multi-objective optimization [J]. Computer Engineering and Applications, 2006, 18: 40-42.
- [36] JANSON S, MERKLE D. A new multi-objective particle swarm optimization using clustering applied to automated docking [C]//Proceedings of Hybrid Metaheuristics. Barcelona, Spain, 2005: 128-141.
- [37] 王俊年, 刘建勋, 陈湘州. 一种多目标微粒群算法及其收敛性分析 [J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(22): 53-55.
- WANG Junnian, LIU Jianxun, CHEN Xiangzhou. Multi-objective particle swarm optimization and its convergence analysis [J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(22): 53-55.
- [38] 胡德峰, 张步涵, 姚建光. 基于改进粒子群算法的多目标最优潮流计算 [J]. 电力系统及其自动化学报, 2007, 19(3): 51-57.
- HU Defeng, ZHANG Buhan, YAO Jianguang. Improved particle swarm optimization algorithm for multi-objective optimal power flow [J]. Proceedings of CSU-EPSA, 2007, 19(3): 51-57.
- 作者简介:**
- 

王 艳,女,1975 年生,博士研究生,讲师. 主要研究方向为智能计算、多目标优化等,发表学术论文近 10 篇.
- 

曾建潮,男,1963 年生,教授、博士生导师、博士,中国自动化学会系统仿真专业委员会副主任委员,中国计算机学会 Petri 网专业委员会委员,山西省系统工程学会、山西省自动化学会和计算机学会副理事长,山西省自动化学会学术委员会主任. 主要研究方向为智能计算、复杂系统建模与仿真等. 承担或完成包括国家自然科学基金、国家科技攻关项目等 30 余项,获山西省科技进步奖、自然科学奖 5 项. 发表学术论文 300 余篇,被 SCI、EI 检索 100 余篇,出版专著 3 部.