

具有不确定性的非线性系统自适应 神经网络 L_2 增益控制

李桂英, 魏莹, 张扬, 孙来军

(黑龙江大学 电气工程及其自动化实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 针对存在不确定性的非线性系统, 提出了自适应神经网络 L_2 增益控制器设计方法, 将基于 Hamilton-Jacobi-Issacs (HJI) 不等式和自适应神经网络策略相结合, 有效地克服了需要被控对象精确建模的局限性。神经网络对系统模型的偏差进行拟合; 为了补偿拟合误差, 引入补偿控制器和神经网络权值自适应调节律, 通过在线自适应修正神经网络权值, 来保证闭环系统满足相应的 L_2 性能准则。仿真结果表明提出的控制器设计方法是有效的, 克服了一般方法需要被控对象精确建模的局限性。

关键词: L_2 增益; 神经网络控制; HJI 不等式

中图分类号: TP273 文献标识码: A 文章编号: 1673-4785(2009)04-0357-06

An adaptive neural network L_2 -gain controller for nonlinear systems with uncertainty

LI Gui-ying, WEI Ying, ZHANG Yang, SUN Lai-jun

(Laboratory of Electrical Engineering & Automation, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract: A scheme for an adaptive neural network L_2 -gain controller was proposed for nonlinear systems with uncertainty. By combining the Hamilton-Jacobi-Issacs (HJI) inequality with an adaptive neural network, limitations on the precision of previous models can be effectively overcome. With this controller, errors from the model were fitted by the neural network. In order to compensate for the fitting errors, a compensation controller and an adaptive law for the weights of the neural network were introduced. By on-line adaptive adjustment of these weights, L_2 -gain performance of the closed-loop system could be guaranteed. Simulation results are shown to demonstrate the effectiveness and the advantages of the proposed approach. To avoid the limitation of the precision model of the plant in the common approach.

Keywords: L_2 -gain; neural network control; HJI inequality

许多与 L_2 增益约束有关的控制问题, 如 L_2 综合问题、控制以及 L_2 干扰控制等, 都可以归结为使系统成为耗散系统的问题。非线性 H_∞ 控制的经典方法是基于 HJI 偏微分不等式的方法。对于非线性系统, 假设其 L_2 增益控制器存在, 那么控制器设计问题的关键是如何找到满足 HJI 不等式的存储函数。虽然解 HJI 偏微分不等式可以获得 L_2 增益控制器, 但是一般求 HJI 不等式的解析解比较困难。特别是对于高阶系统, 尚且没有求解 HJI 的一般理论。近年来, 通过神经网络控制得到广泛关注^[1-6], 利用其

函数拟合特性可以得到满足 HJI 不等式的解^[7]。一般来说, 若不能够获得非线性系统的一个不精确模型, 且对于不确定性不具有太多的先验信息, 为了减轻神经网络对模型的学习负担, 要充分利用这些已有的系统模型信息, 让神经网络对系统模型的偏差进行拟合。控制器设计的基本思想是在控制器中引入神经网络的可调的权值参数, 通过在线自适应修正该参数来保证整个闭环系统的动态特性。

1 问题的描述

考虑下面具有不确定性的非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \Delta(x) + g(x)u + k(x)w, \\ y = h(x). \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2008-03-21。

基金项目: 黑龙江省自然科学基金资助项目(F2007-07); 黑龙江大学青年科学基金资助项目(QL200736)。

通信作者: 李桂英。E-mail: lgy996032@163.com。

式中: $x \in \mathbf{R}^n$, $u \in \mathbf{R}^m$, $w \in \mathbf{R}^r$, $y \in \mathbf{R}^p$ 分别为状态向量、输入向量、干扰输入向量和输出向量; $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$ 和 $k(x)$ 均为适当维数的光滑函数向量或矩阵; $\Delta(x)$ 为未知且有界光滑的函数向量。

定义 1^[8] 如果存在常数 $\gamma \geq 0$ 和 $\beta \geq 0$, 对于所有的 $w \in L_2[0, T]$ 和 $T \in [0, \infty)$ 满足

$$\int_0^T \|y\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|w\|^2 dt + \beta, \quad (2)$$

则称系统(1)的 L_2 增益小于或等于 γ , 并且称该系统是有限增益 L_2 稳定。其中 $L_2[0, T]$ 表示扩展的 L_2 空间。 $\|\cdot\|$ 是 Euclidean 范数。

在定义 1 中, 给出了由外界干扰 w 到系统输出 $y = h(x)$ 的 L_2 增益; 即 $w \rightarrow y$ 的 L_2 增益。 γ 表示系统的干扰抑制能力。显然, 对于同一干扰, γ 越小, 系统状态偏离平衡点的程度越小; 控制系统的干扰抑制问题可以归结为设计控制器使得 L_2 增益尽可能小于或等于给定值。

给定的非线性系统(1), 鲁棒 L_2 性能准则设计问题描述为: 对于给定的正数 γ , 设计神经网络状态反馈控制器以及未知参数 Θ 调节律

$$u = \alpha(x), \quad (3)$$

$$\dot{\Theta} = C(x, \Theta). \quad (4)$$

使得该闭环系统满足如下性能指标:

1) 神经网络权值 Θ 有界, 即存在 $K > 0$ 使得 $\|\Theta(t)\| \leq K, \forall t \geq 0$; 同时若系统($f(x), h(x)$)是零状态可检测的, 当 $w=0$ 时, 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ 。

2) 当 $w \neq 0$ 时, 对于预先给定的 $\gamma > 0$ 以及任意的 $T > 0$, 该系统的 L_2 增益小于 γ 。

2 非线性系统 L_2 增益控制器

L_2 干扰控制问题都可以归结为闭环系统的耗散性问题。一般来讲, 这类设计问题都需要解适当的 Hamilton-Jacobi-Issacs(HJI) 偏微分不等式, 这是非线性 H_∞ 控制的经典方法。该结果源于 Van der Schaft 的出色工作^[9], 通过导出一定形式的 HJI 不等式的解, 给出了大量的非线性鲁棒 H_∞ 控制的结果。关于非线性系统 L_2 增益控制器的设计有如下定理。

定理 1 给定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u + k(x)w, \\ y = h(x). \end{cases} \quad (5)$$

对于任意的 $\gamma > 0$, 若存在连续可微的半正定函数 $V(x)$ (称为存储函数), 满足 HJI (Hamilton-Jacobi-Issacs) 不等式:

$$\frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}.$$

$$\left[\frac{1}{\gamma^2} k(x) k^T(x) - g(x) g^T(x) \right] \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{2} h^T(x) h(x) \leq 0. \quad (6)$$

则该系统的 L_2 增益小于或等于 γ , 其中状态反馈控制律为

$$u = -g^T(x) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}. \quad (7)$$

证明 设 $V(x) \geq 0$ 为光滑的存储函数, $V(x)$

沿该闭环系统轨迹的时间的微分为 $\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x) + w$, 若 $V(x)$ 满足 HJI 不等式(6), 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial x} \left[\frac{1}{\gamma^2} k(x) k^T(x) - g(x) g^T(x) \right] + \\ &\quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{1}{2} h^T(x) h(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x) u + \\ &\quad \frac{\partial V}{\partial x} k(x) w = \frac{1}{2} \|u + g^T(x) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}(x)\| - \\ &\quad \frac{1}{2} \gamma^2 \|w - \frac{1}{\gamma^2} k^T(x) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}(x)\| + \\ &\quad \frac{1}{2} (\gamma^2 \|w\|^2 - \|y\|^2 - \|u\|^2). \end{aligned}$$

将式(7)代入上式, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \gamma^2 \|w - \frac{1}{\gamma^2} k^T(x) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\|^2 + \\ &\quad \frac{1}{2} (\gamma^2 \|w\|^2 - \|y\|^2 - \|u\|^2) \leq \\ &\quad \frac{1}{2} (\gamma^2 \|w\|^2 - \|y\|^2). \end{aligned}$$

从 $t=0$ 到 $t=T$ 对上式两边积分, 得

$$\begin{aligned} V(x(T)) - V(x(0)) &\leq \\ &\quad \frac{1}{2} \int_0^T \gamma^2 \|w\|^2 dt - \frac{1}{2} \int_0^T \|y\|^2 dt. \end{aligned}$$

由于 $V(x) \geq 0$, 则

$$\int_0^T \|y\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|w\|^2 dt + 2V(x(0)). \quad (8)$$

因此该闭环系统 L_2 增益小于或等于 γ , 其中 $\beta = 2V(x(0))$ 。

3 鲁棒 L_2 增益控制器设计

根据神经网络的拟和能力, 利用神经网络来拟合非线性系统中存在的不确定性 $\Delta(x)$ 。设控制输入通道与不确定性 $\Delta(x)$ 之间满足匹配条件, 即存在适当的函数矩阵 $S(x|\Theta)$, 使得

$$\Delta(x) = g(x)S(x|\Theta) = g(x)\Theta^T\varphi(x) \quad (9)$$

成立。其中, 神经网络的输出为 $S(x|\Theta) = \Theta^T\varphi(x)$, 其输入 $x = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$; $\Theta = (\Theta_1 \ \Theta_2 \ \dots \ \Theta_L)^T$ 为未知

的神经网络权值矩阵; $\varphi(\mathbf{x}) = (\phi_1(\mathbf{x}) \cdots \phi_L(\mathbf{x}))^\top$ 为神经网络的基函数向量; L 为神经网络基函数的个数.

设理想的神经网络权值 $\boldsymbol{\Theta}^*$ 定义如下: $\boldsymbol{\Theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\Theta} \in \Omega} [\sup_{\mathbf{x} \in K} |\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{S}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\Theta}^*) - \Delta(\mathbf{x})|]$. 理想的网络权重 $\boldsymbol{\Theta}^*$ 是使得拟合误差 $|\varepsilon|$ 为最小时的神经网络权值. 其中, 神经网络的理想输出为 $\mathbf{S}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\Theta}^*)$, 神经网络的函数拟合误差 ε 满足:

$$\begin{aligned} \Delta(\mathbf{x}) &= \mathbf{g}(\mathbf{x})(\mathbf{S}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\Theta}^*) + \varepsilon) = \\ &\quad \mathbf{g}(\mathbf{x})(\boldsymbol{\Theta}^{*\top}\varphi(\mathbf{x}) + \varepsilon). \end{aligned} \quad (10)$$

由于假设不确定性 $\Delta(\mathbf{x})$ 有界, 那么存在一个正的常数 δ 作为一个界, 即使得 $\|\varepsilon\| < \delta$ 成立. 对于非线性系统(5)(不包含不确定性的)来说, 根据定理1可得该名义反馈控制律:

$$\mathbf{u}_r = -\mathbf{g}^\top(\mathbf{x})\partial V(\mathbf{x}|\mathbf{w})/\partial \mathbf{x}. \quad (11)$$

式中: $V(\mathbf{x}|\mathbf{w})$ 满足 HJI 不等式(6).

为了补偿神经网络的输出 $\mathbf{S}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\Theta})$ 对不确定性 $\Delta(\mathbf{x})$ 的拟合误差 ε , 引入补偿控制律 \mathbf{u}_c , 于是控制器设计为

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_r + \mathbf{u}_c, \quad (12)$$

补偿控制律 \mathbf{u}_c 的设计将在下面分析中给出.

首先, 定义 Lyapunov 函数:

$$\mathbf{U} = V(\mathbf{x}|\mathbf{w}) + \frac{1}{2} \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)\}. \quad (13)$$

式中: $V(\mathbf{x}|\mathbf{w})$ 满足 HJI 不等式(6). 对 \mathbf{U} 对于时间 t 求微分, 可得

$$\dot{\mathbf{U}} = \dot{V}(\mathbf{x}|\mathbf{w}) + \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \dot{\boldsymbol{\Theta}}\}.$$

为了书写简便起见, 令 $\mathbf{M} = \frac{\partial V(\mathbf{x}|\mathbf{w})}{\partial \mathbf{x}}$, 并利用上式以及式(1)得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}} &= \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} + \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \dot{\boldsymbol{\Theta}}\} = \\ &\quad \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w} + \Delta(\mathbf{x})] + \\ &\quad \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \dot{\boldsymbol{\Theta}}\}. \end{aligned}$$

将式(12)代入上式, 得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}} &= \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})(\mathbf{u}_r + \mathbf{u}_c) + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w} + \\ &\quad \Delta(\mathbf{x})] + \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \dot{\boldsymbol{\Theta}}\} = \\ &\quad \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_r + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w}] + \mathbf{M}\Delta(\mathbf{x}) + \\ &\quad \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_c + \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \dot{\boldsymbol{\Theta}}\}. \end{aligned} \quad (14)$$

如果令补偿控制器 \mathbf{u}_c 为

$$\mathbf{u}_c = -\mathbf{S}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\Theta}) - \delta \text{sgn}(\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})). \quad (15)$$

并且将式(11)和(15)代入式(14), 得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}} &= \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_r + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w}] + \\ &\quad \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})(\mathbf{S}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\Theta}^*) - \mathbf{S}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\Theta}) + \varepsilon) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})\delta \text{sgn}(\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})) + \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \dot{\boldsymbol{\Theta}}\} &= \\ \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_r + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w}] + \\ \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})((\boldsymbol{\Theta}^* - \boldsymbol{\Theta})^\top \varphi(\mathbf{x})) + \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x}) \cdot \\ (-\delta \text{sgn}(\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})) + \varepsilon) + \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \dot{\boldsymbol{\Theta}}\}. \end{aligned} \quad (16)$$

如果令权值自适应学习律 $\dot{\boldsymbol{\Theta}}$ 为

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \varphi(\mathbf{x})\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x}). \quad (17)$$

根据式(17), 得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}} &= \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_r + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w}] + \\ &\quad \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})((\boldsymbol{\Theta}^* - \boldsymbol{\Theta})^\top \varphi(\mathbf{x})) - \\ &\quad \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})(\delta \text{sgn}(\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})) - \varepsilon) + \\ &\quad \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \varphi(\mathbf{x})\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})\} < \\ &\quad \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_r + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w}] + \\ &\quad \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})((\boldsymbol{\Theta}^* - \boldsymbol{\Theta})^\top \varphi(\mathbf{x})) + \\ &\quad \text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \varphi(\mathbf{x})\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})\}. \end{aligned}$$

因为 $\text{tr}\{(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \varphi(\mathbf{x})\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})\} = \mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{x})(\boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Theta}^*)^\top \varphi(\mathbf{x})$, 则上式变成:

$$\dot{\mathbf{U}} < \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_r + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w}].$$

由于 \mathbf{u}_r 是对于系统(5)的 L_2 增益控制器, 根据式(8)有

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_r + \mathbf{k}(\mathbf{x})\mathbf{w}] &\leqslant \\ \frac{1}{2}(\gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 - \|\mathbf{y}\|^2). \end{aligned}$$

根据上式, 得

$$\dot{\mathbf{U}} < \frac{1}{2}\gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 - \frac{1}{2}\|\mathbf{y}\|^2,$$

$$\text{则} \quad \mathbf{U}(\mathbf{x}(T)) - \mathbf{U}(\mathbf{x}(0)) < \frac{1}{2} \int_0^T \gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 dt - \frac{1}{2} \int_0^T \|\mathbf{y}\|^2 dt.$$

由于 $\mathbf{U} \geq 0$ 得 $\int_0^T \|\mathbf{y}\|^2 dt < \int_0^T \gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 dt + 2\mathbf{U}(\mathbf{x}(0))$, 因此该闭环系统的 L_2 增益小于或等于 γ . 即满足性能指标(2).

当 $\mathbf{w} = 0$ 时, 可得 $\dot{\mathbf{U}} < -\frac{1}{2}\|\mathbf{y}\|^2 \leq 0$, 根据式(13)(Lyapunov 函数), $\mathbf{U}(\mathbf{x}_0) = 0$, 且 $\mathbf{U}(\mathbf{x}) > 0$ ($\mathbf{x} \neq \mathbf{x}_0$), 则根据上式可知系统(1)的平衡点 $\mathbf{x}_0 = 0$ 是渐近稳定的. 亦有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\Theta}(t) = \boldsymbol{\Theta}^*$. 此时, 性能指标(1)得到满足.

为了保证自适应调节的神经网络权值 $\boldsymbol{\Theta}(t)$ 有界, 定义紧集 Ω_b , 使得神经网络权值 $\boldsymbol{\Theta}(t)$ 满足 $\Omega_b = \{\|\boldsymbol{\Theta}\| \leq M_b\}$. 其中 $\|\cdot\|$ 表示向量的 2-范数. 根据投影算法, 将式(17)中的权值自适应学习律 $\dot{\boldsymbol{\Theta}}$ 修 改如下:

$$\dot{\Theta} = \begin{cases} \varphi(x)Mg(x), & \text{如果 } \|\Theta\| < M_b, \\ \text{或者 } (\|\Theta\| = M_b, \text{ 并且 } \Theta^T \varphi(x) Mg(x) \leq 0), \\ \varphi(x)Mg(x) - \frac{\Theta \Theta^T}{\|\Theta\|^2} \varphi(x) Mg(x), \\ \text{如果 } \|\Theta\| = M_b, \text{ 并且 } \Theta^T \varphi(x) Mg(x) > 0. \end{cases} \quad (18)$$

修改后的权值调节律可以保证神经网络的权值有界。下面证明使用投影算法后,对原闭环系统提出的性能指标仍然能够满足。

当 $\|\Theta\| < M_b$ 或者 $\|\Theta\| = M_b$, $\Theta^T \varphi(x) Mg(x) \leq 0$ 时, 证明同前所述。

当 $\|\Theta\| = M_b$ 并且 $\Theta^T \varphi(x) Mg(x) > 0$ 时, 式(13)的导数重写为

$$\begin{aligned} \dot{U} = & M[f(x) + g(x)u_r + k(x)w] + \\ & Mg(x)((\Theta^* - \Theta)^T \varphi(x)) - \\ & Mg(x)(\delta \operatorname{sgn}(Mg(x)) - \varepsilon) + \\ & \operatorname{tr}\{(\Theta - \Theta^*)^T \varphi(x) Mg(x)\} < \\ & M[f(x) + g(x)u_r + k(x)w] + \\ & Mg(x)((\Theta^* - \Theta)^T \varphi(x)) + \\ & \operatorname{tr}\{(\Theta - \Theta^*)^T \varphi(x) Mg(x)\} - \\ & \operatorname{tr}\left\{(\Theta - \Theta^*)^T \frac{\Theta \Theta^T}{\|\Theta\|^2} \varphi(x) Mg(x)\right\} < \\ & M[f(x) + g(x)u_r + k(x)w] - \\ & \operatorname{tr}\left\{(\Theta - \Theta^*) \frac{\Theta \Theta^T}{\|\Theta\|^2} \varphi(x) Mg(x)\right\}. \end{aligned}$$

因为 $\|\Theta\| = M_b > \|\Theta^*\|$, 所以 $(\Theta - \Theta^*)^T \Theta = \frac{1}{2} \cdot (\|\Theta^*\|^2 - \|\Theta\|^2 - \|\Theta^* - \Theta\|^2) > 0$, 又因为 $\operatorname{tr}\{(\Theta - \Theta^*)^T \frac{\Theta \Theta^T}{\|\Theta\|^2} \varphi(x) Mg(x)\} > 0$, 所以 $\dot{U} < M[f(x) + g(x)u_r + k(x)w]$ 由 $M[f(x) + g(x)u_r + k(x)w] \leq \frac{1}{2}(\gamma^2 \|w\|^2 - \|y\|^2)$, 得 $\dot{U} < \frac{1}{2}\gamma^2 \cdot \|w\|^2 - \frac{1}{2}\|y\|^2$, 于是有 $\int_0^T \|y\|^2 dt < \int_0^T \gamma^2 \cdot \|w\|^2 dt + 2U(x(0))$. 因此该闭环系统的 L_2 增益

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{pmatrix} -2(x_1(t) + 0.25) + (x_2(t) + 0.5) \exp(25x_1(t)/(x_1(x) + 2)) \\ 0.5 - x_2(t) - (x_1(t) + 0.5) \exp((x_1(t) + 2)) \end{pmatrix}, \\ g(x) &= \begin{pmatrix} -x_1(t) - 0.25 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

状态变量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 分别是反应器中的温度误差和反应物的浓度误差, 控制量 $u(t)$ 是冷却剂的流量。输出方程和干扰增益向量分别为 $h(x) = 10x_1(t)$, $k(x) = (0.1 \ 0)^T$. 在该系统中引入如下的不确定性

小于或等于 γ , 即性能指标(2)得到满足。重复上面的分析, 仍然可以满足性能指标(1)。

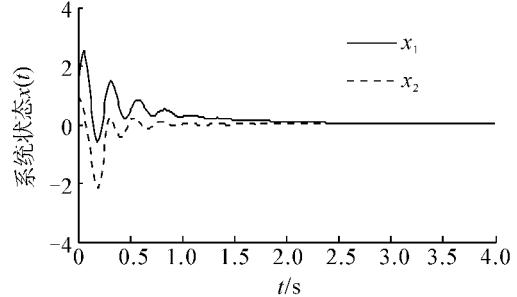


图1 系统的状态变量
Fig. 1 The state of the system

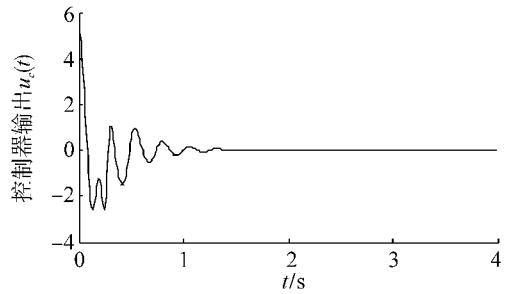


图2 补偿控制器的输出
Fig. 2 The output of the compensation controller

总结以上分析, 给出下面的定理。

定理2 给定具有不确定性的非线性系统(1), 对于任意的 $\gamma > 0$, 并且 $(f(x), h(x))$ 是零状态可检测的, 则存在状态反馈控制器(12)以及权值自适应学习律(18)和补偿控制器(15), 使得该闭环系统满足提出的性能指标。

4 仿真分析

被控制对象是搅拌式化学反应器。化学反应物质连续流入反应器中, 在冷却剂的控制下, 发生化学反应, 最终产物不断流出反应器。控制的目的是控制冷却剂的流量来控制化学反应过程的温度。该被控制对象的动态方程描述如下:

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{pmatrix} -2(x_1(t) + 0.25) + (x_2(t) + 0.5) \exp(25x_1(t)/(x_1(x) + 2)) \\ 0.5 - x_2(t) - (x_1(t) + 0.5) \exp((x_1(t) + 2)) \end{pmatrix}, \\ g(x) &= \begin{pmatrix} -x_1(t) - 0.25 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \Delta(x) &= 0.2 \begin{bmatrix} -x_1 - 0.25 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(5\pi x_1 + 5\pi x_2). \end{aligned}$$

由式(9)得 $S(x|\Theta^*) = \Theta^{*T} \varphi(x) = 0.2 \cos(5\pi x_1 + 5\pi x_2)$, $\Theta^* = 1$.

名义控制器为 $u = -g^T(x) \partial V(x|w)/\partial x$, 这里

神经网络权值 w 为未知的. 利用神经网络的拟合特性可以使得存储函数 $V(x|w)$ 满足 HJI 不等式(6), 便可得到名义控制器 u_r .

补偿控制器为式(15)的 u_c 和神经网络的权值自适应调节律 Θ 为式(19), 其中控制器参数 $\delta = 0.25$, $M_b = 10$. 当干扰输入 $w = 0$, 初始状态 $(x_1, x_2) = (1, 1)$ 时, 该控制系统状态仿真结果如图 1、图 2 所示. 此时, 该系统渐近稳定在平衡点 $(0, 0)$. 所以, 满足提出的性能指标(1).

当干扰输入 $w = 0.5\cos(4t)$, 初始状态 $(x_1(0), x_2(0)) = (1, 1)$ 时, 定义性能指标 $S(T) = ((\int_0^T \|y\|^2 dt - \beta)/\int_0^T \|w\|^2 dt)^{1/2}$, ($T > 0$), 根据式(8)有 $\beta = 2U(x(0), \Theta^*)^2 = 2V(x|w) + (\Theta + \Theta^*)^2 = 19.52$. 其中 $\Theta = \Theta^*$, 且 $\Theta^* = 1$. 控制系统仿真结果如图 3、图 4 和图 5 所示. 根据图 3, 当 $T > 0$ 时, $S(T) < 0.5$ ($\gamma = 0.5$), 因此该系统 L_2 增益小于给定值. 所以, 满足该节中提出的性能指标(2).

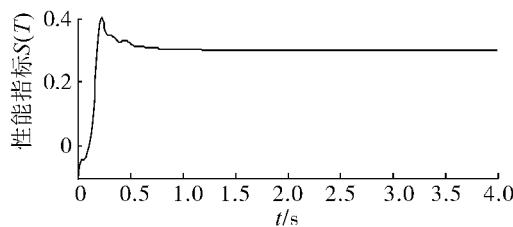
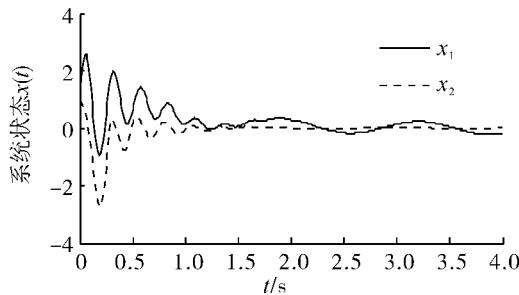
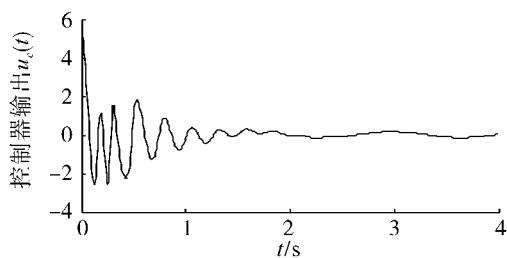
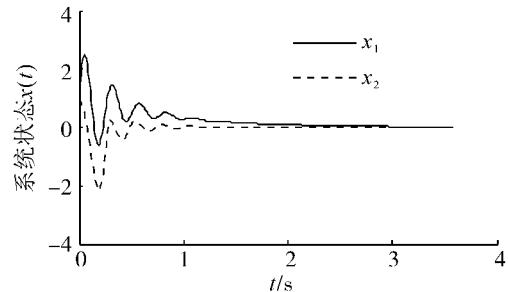
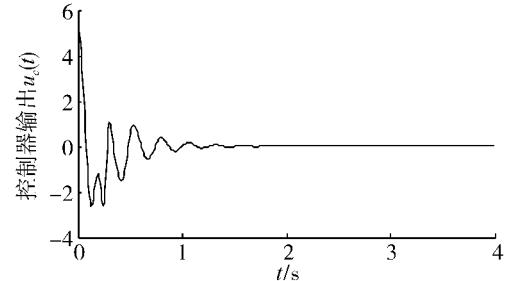


图 3 性能指标

Fig. 3 The performance index

图 4 系统的状态变量, $\gamma = 0.5$ Fig. 4 The state of the system, $\gamma = 0.5$ 图 5 补偿控制器的输出, $\gamma = 0.5$ Fig. 5 The output of the compensation controller, $\gamma = 0.5$ 图 6 系统的状态变量, $\gamma = 0.2$ Fig. 6 The state of the system, $\gamma = 0.2$ 图 7 补偿控制器的输出, $\gamma = 0.2$ Fig. 7 The output of the compensation controller, $\gamma = 0.2$

当 $\gamma = 0.2$ 时, 干扰抑制能力比 $\gamma = 0.5$ 要强, γ 越小, 系统状态偏离平衡点的程度越小. 控制系统仿真结果如图 6 和图 7 所示. 控制系统的干扰抑制问题可以归结为设计控制器使得 L_2 增益尽可能小于或等于给定值.

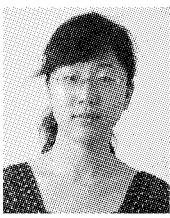
5 结束语

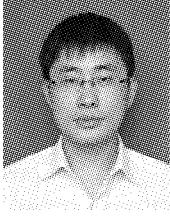
研究具有不确定性的非线性系统的自适应神经网络 L_2 增益控制器设计问题. 提出了自适应神经网络 L_2 增益控制器的设计方法, 给出控制器的设计以及闭环系统的稳定性分析. 有效地克服了一般方法(例如反馈线性化方法等)需要被控对象精确建模的局限性. 并且说明了对于含有不确定性可以用未知摄动函数来描述的系统, 不需要利用关于不确定过多的先验信息, 只要求不确定性是有界的.

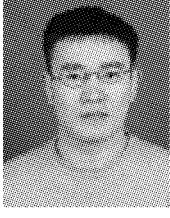
参考文献:

- [1] 李占山, 王晓飞, 杨新宇. 一类非线性 MIMO 系统鲁棒自适应神经网络 DSC 设计 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2009, 30(2): 121-125.
LI Zhanshan, WANG Xiaofei, YANG Xinyu. DSC design of a robust adaptive NN control for a class of nonlinear MIMO systems [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2009, 30(2): 121-125.
- [2] 许昌, 吕剑虹, 程明, 等. 一种改进 RBF 网络与 PID 相协调的自适应控制 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2007, 28(6): 660-664.
XU Chang, LU Jianhong, CHENG Ming, et al. Self-adaptive

- control with coordinated PID and improved RBF network [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2007, 28 (6): 660-664.
- [3] 何文广. 基于模糊神经控制的机器人避障算法[J]. 黑龙江工程学院学报, 2008, 22(3): 63-66.
HE Wenguang. The caculation of avoiding barriers for robot based on fuzzy neural control [J]. Journal of Heilongjiang Institute of Technology, 2008, 22(3): 63-66.
- [4] 吴珠, 刘国栋. 线性不确定离散时滞系统的鲁棒非脆弱 H_∞ 控制[J]. 智能系统学报, 2008, 3(1): 66-70.
WU Zhu, LIU Guodong. Robust and non-fragile H_∞ control for linear discrete-time systems with time-delay and uncertainties [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2008, 3(1): 66-70.
- [5] 冯筱林, 李斌, 靳伟, 侯东良. 一种非线性系统的神经网络自适应控制[J]. 应用科技, 2007, 34(5): 39-41.
FENG Xiaolin, LI Bin, JIN Wei, HOU Dongliang. Adaptive control of a kind of nonlinear system using neural networks [J]. Applied Science and Technology, 2007, 34(5): 39-41.
- [6] 张子迎, 刘心, 杨霁. 基于神经网络 PID 的 AUV 控制方法研究[J]. 应用科技, 2007, 34(8): 25-28.
ZHANG Ziying, LIU Xin, YANG Ji. AUV's motion control based on NN PID [J]. Applied Science and Technology, 2007, 34(8): 25-28.
- [7] AHMED M S. Neural controllers for nonlinear state feedback L_2 -gain control [C]//Control Theory and Applications. United Kingdom, 2000, 147(3): 239-246.
- [8] HASSAN H K. 非线性系统[M]. 3 版. 北京: 电子出版社, 2005: 141-154.
- [9] SCHAFER A J. L_2 -gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state feedback control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(6): 770-784.
- 作者简介:**
- 

李桂英, 女, 1974 年生, 讲师, 主要研究方向为智能系统、优化算法. 发表学术论文 3 篇.
- 

魏莹, 女, 1978 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为自动化测试与控制. 发表学术论文 2 篇.
- 

张扬, 男, 1982 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为微控制器及嵌入式系统应用. 发表学术论文 3 篇.
- 

孙来军, 1977 年生, 男, 博士, 讲师, 硕士生导师, 主要研究方向为设备监测与故障诊断技术、无损检测技术.

第 7 届神经网络国际研讨会

Seventh International Symposium on Neural Networks (ISNN 2010)

The Seventh International Symposium on Neural Networks (ISNN 2010) will be held in Shanghai, following the successes of previous events. Shanghai is the largest city in China, located in her eastern coast at the outlet of the Yangtze River. Originally a fishing and textiles town, Shanghai grew to importance in the 19th century. In 2005 Shanghai became the world's busiest cargo port. The city is an emerging tourist destination renowned for its historical landmarks such as the Bund and Xintiandi, its modern and ever-expanding Pudong skyline including the Oriental Pearl Tower, and its new reputation as a cosmopolitan center of culture and design. Today, Shanghai is the largest center of commerce and finance in mainland China, and has been described as the "showpiece" of the world's fastest-growing economy. In addition, Shanghai is the venue of forthcoming World Expo 2010 to take place from May 1 to October 31. ISNN 2010 aims to provide a high-level international forum for scientists, engineers, and educators to present the state of the art of neural network research and applications in related fields. The symposium will feature plenary speeches given by world renowned scholars, regular sessions with broad coverage, and special sessions focusing on popular topics.

Prospective authors are invited to contribute high-quality papers to ISNN 2010. In addition, proposals for special sessions within the technical scopes of the symposium are solicited. Special sessions, to be organized by internationally recognized experts, aim to bring together researchers in special focused topics. Papers submitted for special sessions are to be peer-reviewed with the same criteria used for the contributed papers. Researchers interested in organizing special sessions are invited to submit formal proposals to ISNN 2010. A special session proposal should include the session title, a brief description of the scope and motivation, names, contact information and brief biographical information on the organizers. Website: <http://isnn2010.mae.cuhk.edu.hk>.