



## 基于多粒度犹豫模糊语言术语集的TOPSIS决策方法研究

金薇, 钱进, 余鹰, 苗夺谦

引用本文:

金薇, 钱进, 余鹰, 苗夺谦. 基于多粒度犹豫模糊语言术语集的TOPSIS决策方法研究[J]. 智能系统学报, 2024, 19(4): 1052-1060.

JIN Wei, QIAN Jin, YU Ying, et al. Research on TOPSIS decision-making method based on multi-granularity hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2024, 19(4): 1052-1060.

在线阅读 View online: <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202306015>

## 您可能感兴趣的其他文章

### 相似度三支决策模糊粗糙集模型的决策代价研究

Decision costs of the similarity three-way decision-theoretic fuzzy rough set model  
智能系统学报. 2020, 15(6): 1068-1078 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201909015>

### 集对分析在不确定性智能决策中的应用

Application of set pair analysis in the uncertainty intelligent decision making  
智能系统学报. 2020, 15(1): 121-135 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201910025>

### 基于TOPSIS的语言真值直觉模糊多属性决策

Linguistic truth-valued intuitionistic fuzzy multi-attribute decision making based on TOPSIS  
智能系统学报. 2017, 12(4): 504-510 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201608008>

### 广义优势多粒度直觉模糊粗糙集及规则获取

Generalized dominance-based multi-granularity intuitionistic fuzzy rough set and acquisition of decision rules  
智能系统学报. 2017, 12(6): 883-888 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201706034>

### 犹豫模糊集的 $\alpha$ -截集及其应用

$\alpha$ -cut sets of hesitant fuzzy sets and their applications  
智能系统学报. 2017, 12(3): 362-370 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201704026>

### 从人类智能到机器实现模型——粒计算理论与方法

From human intelligence to machine implementation model: theories and applications based on granular computing  
智能系统学报. 2016, 11(6): 743-757 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201612014>

DOI: 10.11992/tis.202306015

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1538.TP.20240315.0828.002>

# 基于多粒度犹豫模糊语言术语集的 TOPSIS 决策方法研究

金薇<sup>1</sup>, 钱进<sup>1</sup>, 余鹰<sup>1</sup>, 苗夺谦<sup>1,2</sup>

(1. 华东交通大学软件学院, 江西 南昌 330013; 2. 同济大学电子与信息工程学院, 上海 201804)

**摘要:** 为了解决在实际决策时, 由于知识背景不同决策者采用不同粒度语言术语集来表达而导致决策结果不准确的问题, 本文提出了一种基于多粒度犹豫模糊语言术语集的逼近理想解排序 (technique for order preference by similarity to ideal solution, TOPSIS) 决策方法。首先选用各术语集中的最大粒度作为标准粒度, 通过转换算法将每个决策者的语言术语集转换到同一标准粒度下进行集结, 得出相应的隶属度语言术语集; 然后结合 TOPSIS 方法, 计算每个备选方案与正、负理想点距离, 以相对贴近度的大小排序实现最优方案的选择; 最后, 通过一个实例, 验证该方法的可行性和优越性。本文所提方法可应用于最优方案的选择问题中, 提升决策结果准确度。  
**关键词:** 多粒度; 多属性决策; 犹豫模糊集; 语言术语集; 模糊语言; 决策模型; 逼近理想解排序法; 最优方案选择  
**中图分类号:** TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2024)04-1052-09

中文引用格式: 金薇, 钱进, 余鹰, 等. 基于多粒度犹豫模糊语言术语集的 TOPSIS 决策方法研究 [J]. 智能系统学报, 2024, 19(4): 1052-1060.

英文引用格式: JIN Wei, QIAN Jin, YU Ying, et al. Research on TOPSIS decision-making method based on multi-granularity hesitant fuzzy linguistic term sets [J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2024, 19(4): 1052-1060.

## Research on TOPSIS decision-making method based on multi-granularity hesitant fuzzy linguistic term sets

JIN Wei<sup>1</sup>, QIAN Jin<sup>1</sup>, YU Ying<sup>1</sup>, MIAO Duoqian<sup>1,2</sup>

(1. School of Software, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. College of Electronic and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that decision makers adopt different granularity linguistic term sets for expression and thus lead to inaccurate decision results due to different knowledge backgrounds in practical decision making, this paper proposes a technique for order preference by similarity to ideal solution (TOPSIS) decision-making method based on multi-granularity hesitant fuzzy linguistic term sets. Firstly, the maximum granularity of each term set is selected as the standard granularity, and the linguistic term set of each decision maker is converted to the same standard granularity for clustering through the conversion algorithm, which results in corresponding subordination linguistic term set; Then, combining with TOPSIS, the distance between each alternative and the positive and negative ideal points is calculated, and the selection of the optimal solution is realized by the ordering of the magnitude of relative closeness; Finally, the feasibility and superiority of the method are verified by an example. The method proposed in this paper can be applied to the problem of choosing the optimal solution to improve the accuracy of decision-making results.

**Keywords:** multi-granularity; multi-attribute decision; hesitant and fuzzy set; linguistic term set; ambiguous linguistic; decision model; TOPSIS method; optimal solution selection

多属性决策是决策者根据多个属性对若干方

案进行评价后排序并择优的过程, 很多现实世界中的管理决策问题, 如飞机健康监测、图像识别和铁路智能等领域都可以从多属性决策的视角进行考虑<sup>[1-6]</sup>。但多属性决策问题存在着一定的不确定性, 导致决策者难以用精确的数值描述评价

收稿日期: 2023-06-08. 网络出版日期: 2024-03-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62066014, 62163016, 61976158); 江西省自然科学基金项目 (20202BAB202010, 20212ACB202001).

通信作者: 钱进. E-mail: [qjqilqyf@163.com](mailto:qjqilqyf@163.com).

对象,于是便会选择用语言术语来表达信息。传统语言决策问题中,只考虑决策者使用单个语言术语表示,而面对高度复杂的决策问题时,决策者很有可能会在一些语言术语之间犹豫,无法给出唯一的准确评价值,为此Rodriguez等<sup>[6]</sup>提出犹豫模糊语言术语集(hesitant fuzzy linguistic term sets, HFLTSs)的概念,它允许决策者使用多个连续的语言术语来表达他们的评价。这类决策被归为语言类多属性决策问题,使用的语言表述方式在捕捉日常决策中的评价信息方面更具贴切性,受到学者广泛关注<sup>[7-9]</sup>。

近些年,学者们对犹豫模糊集进行了大量的研究。例如,为了描述犹豫模糊集之间的接近程度,Xu等<sup>[10]</sup>定义了犹豫模糊集之间的距离测度和相似测度,并将它们应用于多属性决策中。为了描述犹豫模糊集之间的相关性,许叶军等<sup>[11]</sup>提出了多粒度语言术语集的转化准则,并且定义了相应的转换函数及其性质,以实现多粒度语言术语集的统一化。实际上,单个数值通常不能准确地表示评价信息,区间评价信息往往更贴近现实情形。因此,Chen等<sup>[12]</sup>提出了区间值犹豫模糊集,它的隶属度是由多个属于 $[0,1]$ 的区间组成的。同样,基于区间值犹豫模糊集,Wei等<sup>[13]</sup>提出了区间值犹豫模糊集之间的距离测度和相似性测度,并给出了它们的相关性质。由于犹豫模糊集的隶属度是由多个数值组成的,存在一定的不确定性。为了刻画这种不确定性,Li等<sup>[14]</sup>提出犹豫模糊集的犹豫度,并且在犹豫度的基础上定义了犹豫模糊集之间的距离测度和相似性测度。

自犹豫模糊集的犹豫度提出以来,引起了专家学者的广泛关注,许多学者对犹豫模糊语言集进行了进一步拓展研究。例如,Liao等<sup>[15]</sup>定义了犹豫模糊语言集间的距离和相似性测度,并将它们应用于实际决策中。Rodríguez等<sup>[16]</sup>优化大规模群体决策下凝聚力驱动,定义犹豫模糊语言共识达成过程。Liu等<sup>[17]</sup>扩展犹豫模糊语言集的Type-2模糊包络,将复杂的语言信息应用到犹豫模糊语言术语集中来减少偏好聚合过程中的信息丢失,并将其应用至多属性决策问题中。Ali等<sup>[18]</sup>提出对偶犹豫模糊语言术语集的向量相似度,并将其应用于实际问题中。

然而在面对实际的多属性决策问题时,由于自身专业知识、个人偏好等因素的影响,在决策过程中决策者通常更偏向于对评价对象采用语言术语集进行定性描述,此时多粒度犹豫模糊语言又为多属性决策问题提供了一条新的思路。Meng

等<sup>[19]</sup>基于逼近理想解排序(technique for order preference by similarity to ideal solution, TOPSIS)法提出了一种处理多粒度犹豫模糊语言群决策问题的方法;Wu等<sup>[20]</sup>提出2个基于犹豫模糊语言的多属性决策模型,考虑犹豫模糊语言术语集具有额外可能性分布,能代表更广泛的语言。Jin等<sup>[21]</sup>定义两对邻域犹豫模糊关系,构造相应的犹豫模糊覆盖粗糙集,并提出一种基于犹豫模糊邻域的改进TOPSIS决策方法。陈秀明等<sup>[22]</sup>基于熵权提出了多粒度犹豫模糊语言VIKOR群推荐方法;于文玉等<sup>[23]</sup>基于指派模型提出了权重信息不完全的多粒度犹豫模糊语言的群决策方法;Zhao等<sup>[24]</sup>通过扩展有序加权平均算子,在基于多粒度犹豫模糊语言术语集的相对投影模型上,提出了基于相似度的多粒度犹豫诱导加权平均算子来集结专家的意见。在熵测度方面,Wang等<sup>[25]</sup>提出了多粒度概率语言术语集的扩展交叉熵测度;Zhang等<sup>[26]</sup>将多粒度犹豫模糊语言转换为语言分布评估,通过统一语言分布评估来解决双向匹配决策问题,并以绿色建筑匹配证明该方法的特点;Zhang等<sup>[27]</sup>提出全集赋值法,即将概率总和与1的差值分配给当前语言变量所属的语言术语集;Li等<sup>[28]</sup>采用语言术语的语义来实现语言术语间的相互转换,把这种方法的思想应用于处理多粒度犹豫模糊语言信息,有益于解决更多实际问题。

在实际决策问题中,当决策者使用不同粒度的犹豫模糊语言术语集来评价时,会出现决策信息的不匹配性以及决策结果的不准确性的问题。本文的研究动机为通过构建多粒度犹豫模糊语言术语集的TOPSIS决策方法,将各决策者给出的不同粒度的语言术语集转换到同一粒度下进行集结,得到同一粒度下的隶属度语言术语集,计算相应权重之后得出所有备选方案的决策矩阵,结合TOPSIS方法对方案进行优劣排序从而选择最优方案,来帮助决策者做出更准确的决策。实例的结果也验证了提出方法的可行性和准确性。

## 1 基础知识与理论背景

多属性决策是指根据各方案的指标属性值,采用某种集成融合的方法,将属性值转化为方案的综合评价值,以此获得方案的排序结果,选择出最优方案。在决策时,决策者会使用语言术语来表示他们的评估信息,并且会在一些语言术语之间犹豫而无法给出唯一的评价值。下面简单介绍相关概念。



### 1.1 多属性决策

**定义1** 在一个多属性决策问题中, 设  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$  是由  $m$  个方案组成的方案集,  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$  是由  $n$  个属性组成的属性集, 其对应的权重向量为  $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_n]^T, \omega_j \in [0, 1], \sum_{j=1}^n \omega_j = 1$ 。方案  $A_j$  在属性  $C_j$  下的属性值可以用一个直觉模糊数表示, 其中隶属度  $\mu_{ij}$  和非隶属度  $\nu_{ij}$  分别表示方案  $A_j$  对属性  $C_j$  的满足程度和不满足程度, 决策专家可以通过以上信息对方案进行决策。

### 1.2 犹豫模糊语言术语集

在模糊集的基础上, Rodriguez 等<sup>[6]</sup>提出了由多个语言变量组合形式来评价的犹豫模糊语言术语集 (hesitant fuzzy linguistic term sets, HFLTSs)。

**定义2** 设  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  是一个固定集合,  $S = \{s_\varepsilon = \varepsilon = -\tau, \dots, \tau\}$  是语言集, 则  $X$  上的犹豫模糊语言集  $H_s$  可以定义为

$$H_s = \{\langle x_i, h_s(x_i) \rangle | x_i \in X\}$$

式中  $h_s(x_i) = \{s_l | s_l \in S, l = 1, 2, \dots, L(h_s(x_i))\}$  表示  $x_i \in X$  所有可能的隶属度。当  $X$  只含有一个元素  $x$  时, 称  $h_s(x)$  为犹豫模糊语言术语, 简记为  $h_s$ 。

### 1.3 多粒度语言术语集

在实际决策问题中, 不同决策者所使用的“不确定性的粒度”(语言术语集的基数)有可能不同, 针对此问题, Herrera-Viedma 等<sup>[7]</sup>提出了多粒度语言术语集。

**定义3** 语言术语集是一个含有奇基数离散元素的集合, 定义为

$$Y = \{g_\alpha | \alpha = -m, \dots, 0, \dots, m, \ m \in N^+\}$$

式中:  $g_\alpha$  为第  $\alpha$  个语言术语,  $N^+$  为正整数, 语言术语集的粒度(基数)是  $2m+1$ 。多粒度语言术语集是具有不同粒度级别的语言术语集的组合, 即

$$Y_n^{(n)} = \{g_\alpha^{(n)} | \alpha = -m_n, \dots, 0, \dots, m_n\}, \ (n = 1, 2, \dots, N)$$

式中:  $Y_n^{(n)}$  为第  $n$  个语言术语集,  $t(n) = 2m_n + 1$  为粒度,  $N$  为语言术语集的个数。

## 2 多粒度犹豫模糊语言 TOPSIS 方法

### 2.1 多粒度犹豫模糊语言信息的转换

Chen 等<sup>[29]</sup>为了将多粒度语言信息进行集结, 提出了一种多粒度语言信息的转换方法, 从而实现多个粒度间的相互转换。

$S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}, s_i (0 \leq i \leq g)$  的语义长度为  $\left[\frac{i}{g+1}, \frac{i+1}{g+1}\right]$ ,  $S$  中的各部分均匀覆盖在  $[0, 1]$ , 且相互之间没有重叠, 同时称  $S^{g_T} = \{s_0^{g_T}, s_1^{g_T}, \dots, s_{g_T}^{g_T}\}$  为其隶属度语言术语集。

**定义4** 设  $S^{g_i} = \{s_0^{g_i}, s_1^{g_i}, \dots, s_{g_i}^{g_i}\}$  和  $S^{g_T} = \{s_0^{g_T}, s_1^{g_T}, \dots, s_{g_T}^{g_T}\}$  是 2 个语言术语集, 其中  $g_i \neq g_T$ , 从  $S^{g_i}$  转换到  $S^{g_T}$  的隶属度语言术语集的函数如下:

$$\tau_{S^{g_i} S^{g_T}}(s_j^{g_i}) = \left\{ \left( s_k^{g_T}, \mu_{jk}(x) \right) \right\}, \forall s_j^{g_i} \in S^{g_i}$$

$$\mu_{jk}(x) = \begin{cases} 1, & k_{\min} < k < k_{\max} \\ \left( \frac{k+1}{g_T+1} - \frac{j}{g_i+1} \right) (g_T+1), & k = k_{\min} \\ \left( \frac{j+1}{g_j+1} - \frac{k}{g_T+1} \right) (g_T+1), & k = k_{\max} \\ \frac{g_T+1}{g_i+1}, & k = k_{\min} = k_{\max} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

式中:  $k_{\min}$  和  $k_{\max}$  的取值是  $s^{g_T}$  和  $s_j^{g_i}$  语义相交部分的首位和末位语言术语的下标, 定义为

$$\frac{k_{\min}}{g_T+1} \leq \frac{j}{g_i+1} \leq \frac{k_{\min}+1}{g_T+1}, \quad j = 0, 1, \dots, g_i$$

$$\frac{k_{\max}}{g_T+1} \leq \frac{j+1}{g_i+1} \leq \frac{k_{\max}+1}{g_T+1}, \quad j = 0, 1, \dots, g_i$$

但上述方法只适用于决策者只用一个术语进行评价时的转换, 而当决策者在几个术语之间犹豫不决时, 则会产生多粒度犹豫模糊语言术语集的转换。

图1是将  $S^{g_i}$  中某个犹豫模糊语言术语集  $\{s_{j-1}^{g_i}, s_j^{g_i}, s_{j+1}^{g_i}\}$  转换为目标语言术语集  $S^{g_T}$  中的语言信息的基本思想。其中设  $s_{j-1}^{g_i}$  覆盖  $s_{j-2}^{g_T}$  的长度为  $a$ ,  $s_{j+1}^{g_i}$  覆盖  $s_{j+2}^{g_T}$  的长度为  $b$ ,  $S^{g_T}$  的语义长度为  $c$ 。故  $s_{j-2}^{g_T}$ 、 $s_{j-1}^{g_T}$ 、 $s_j^{g_T}$ 、 $s_{j+1}^{g_T}$ 、 $s_{j+2}^{g_T}$  的隶属度为  $\frac{a}{c}$ 、 $1$ 、 $1$ 、 $1$ 、 $\frac{b}{c}$ ,  $S^{g_i}$  则可以转换为  $S^{g_T}$  中的相应的隶属度语言术语集  $\left\{ \left( s_{j-2}^{g_T}, \frac{a}{c} \right), \left( s_{j-1}^{g_T}, 1 \right), \left( s_j^{g_T}, 1 \right), \left( s_{j+1}^{g_T}, 1 \right), \left( s_{j+2}^{g_T}, \frac{b}{c} \right) \right\}$ 。

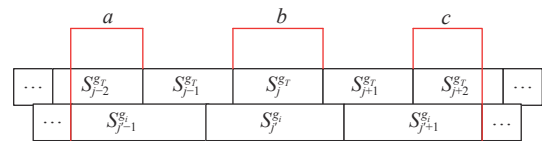


图1 多粒度 HFLTSs 转换

Fig. 1 Multi-grained HFLTs conversion

**定义5** 设  $S^{g_i} = \{s_0^{g_i}, s_1^{g_i}, \dots, s_{g_i}^{g_i}\}$  和  $S^{g_T} = \{s_0^{g_T}, s_1^{g_T}, \dots, s_{g_T}^{g_T}\}$  为 2 个不同粒度的语言术语集,  $S^{g_i}$  上犹豫模糊语言术语集为

$$H^{S^{g_i}} = \left\{ \left\{ s_p^{g_i}, s_{p+1}^{g_i}, \dots, s_{p+q}^{g_i} \right\} \middle| \forall s_{p+q}^{g_i} \in S^{g_i} \right\}$$

其转换函数为

$$\tau_{H^{S^{g_i}} S^{g_T}} \left( \left\{ s_p^{g_i}, s_{p+1}^{g_i}, \dots, s_{p+q}^{g_i} \right\} \right) = \left\{ \left( s_k^{g_T}, \mu_{\{s_p^{g_i}, s_{p+1}^{g_i}, \dots, s_{p+q}^{g_i}\} k(x)} \right) \right\}, \quad k \in \{0, 1, \dots, g_T\},$$

$$\forall \{s_p^{g_i}, s_{p+1}^{g_i}, \dots, s_{p+q}^{g_i}\} \in H^{S^{g_i}}.$$

$$\mu_{\{s_p^{g_i}, \dots, s_{p+q}^{g_i}\}, k(x)} = \begin{cases} 1, & k_{\min} < k < k_{\max} \\ \left( \frac{k+1}{g_T+1} - \frac{p}{g_i+1} \right) (g_T+1), & k = k_{\min} \\ \left( \frac{p+q+1}{g_i+1} - \frac{k}{g_T+1} \right) (g_T+1), & k = k_{\max} \\ \frac{(q+1)(g_T+1)}{g_i+1}, & k = k_{\min} = k_{\max} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

与多粒度语言信息转化类似,  $k_{\min}$  和  $k_{\max}$  的取值是  $S^{g_T}$  与  $\text{HFLTS}\{s_p^{g_i}, s_{p+1}^{g_i}, \dots, s_{p+q}^{g_i}\}$  语义相交部分的首位和末位语言术语的下标, 定义为

$$\frac{k_{\min}}{g_T+1} \leq \frac{p}{g_i+1} \leq \frac{k_{\min}+1}{g_T+1}$$

$$\frac{k_{\max}}{g_T+1} \leq \frac{p+q+1}{g_i+1} \leq \frac{k_{\max}+1}{g_T+1}$$

为方便决策过程, 定义隶属度语言术语集加权平均算子。

**定义 6**<sup>[30]</sup> 设  $z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ ,  $z_i = \{(s_0, p_0^i), (s_1, p_1^i), \dots, (s_{g_T}, p_{g_T}^i)\}$ , 其对应权向量为  $\omega = (\omega_1, \omega_2, L, \omega_n)^T$ , 式中  $\sum_{i=1}^n \omega_j = 1, \omega_j \geq 0$ ,  $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  的加权平均算子为

$$W_{\omega}(z_1, z_2, \dots, z_n) = \{(s_t, \bar{p}_t) | t = 0, 1, 2, \dots, g_T\} \bar{p}_t = \sum_{i=1}^n w_i p_t^i \quad (2)$$

第  $k$  个决策者的决策矩阵转换为相应的隶属度语言集的过程为

$$X^k = (x_{ij}^k)_{n \times m} = \begin{bmatrix} x_{11}^k & x_{12}^k & \dots & x_{1m}^k \\ x_{21}^k & x_{22}^k & \dots & x_{2m}^k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1}^k & x_{n2}^k & \dots & x_{nm}^k \end{bmatrix}, \quad k \in K$$

$$z_{ij}^k = \{(s_t^{g_T}, p_{i,j,t}^k) | t = 0, 1, \dots, g_T\}$$

$$Z^k = (z_{ij}^k)_{n \times m} = \begin{bmatrix} z_{11}^k & z_{12}^k & \dots & z_{1m}^k \\ z_{21}^k & z_{22}^k & \dots & z_{2m}^k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1}^k & z_{n2}^k & \dots & z_{nm}^k \end{bmatrix}, \quad k \in K$$

## 2.2 基于多粒度犹豫模糊语言术语集的 TOPSIS 决策方法

本节所提出的核心模型, 首先采用上文提出的犹豫模糊语言术语集转化为隶属度语言术语集的方法将每个决策者的信息进行统一; 然后将所得隶属度语言术语集集结成各方案的综合评价; 最后结合 TOPSIS 方法得出决策结果。具体步骤如下:

1) 根据式 (1), 将各决策者原始不同粒度下的犹豫模糊语言集转换为同一粒度下的语言术语集 (规定选择粒度大的语言术语集作为标准)。

设  $S^{g_T} = \{s_0^{g_T}, s_1^{g_T}, \dots, s_{g_T}^{g_T}\}$ , 将  $x_{ij}^k$  转换为

$$z_{ij}^k = \{(s_t^{g_T}, p_{i,j,t}^k) | t = 0, 1, 2, \dots, g_T\}, i \in I, j \in J, k \in K.$$

转换后每个决策者的决策矩阵为

$$Z^k = (z_{ij}^k)_{n \times m} = \begin{bmatrix} z_{11}^k & z_{12}^k & \dots & z_{1m}^k \\ z_{21}^k & z_{22}^k & \dots & z_{2m}^k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1}^k & z_{n2}^k & \dots & z_{nm}^k \end{bmatrix}, k \in K$$

2) 假设每个决策者的权重为  $\lambda = [0.3 \ 0.4 \ 0.3]^T$ , 由式 (2), 得到  $\bar{Z} = (\bar{z}_{ij})_{n \times m}$ ,  $\bar{z}_{ij} = W_{\lambda}(Z^1, Z^2, \dots, Z^q)$ , 从而得出决策者综合评价矩阵。

3) 假设属性的权重为  $\omega = [0.5, 0.3 \ 0.2]^T$ , 由式 (2) 得  $\bar{z}_i = W_{\omega}(\bar{z}_{i1}, \bar{z}_{i2}, \dots, \bar{z}_{im})$ , 从而得出所有备选方案的综合评价矩阵。

4) 根据群体决策矩阵确定正理想解  $Z_s^+$ 、负理想解  $Z_s^-$ 。

5) 分别计算每个备选方案与正理想解和负理想解的距离。

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (Z_{ij} - Z_s^+)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (Z_{ij} - Z_s^-)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

6) 最后计算每个备选方案的贴近度系数。

$$R_i = \frac{D_i^-}{D_i^- + D_i^+}, i = 1, 2, \dots, m$$

7) 根据  $R_i$  的大小将所有备选方案进行排序,  $R_i (i = 1, 2, \dots, m)$  越大, 方案越佳。

## 3 案例分析

本文采用文献 [23, 31-32] 中的例子来对所提的决策方法进行说明。

某医院现有  $A_1$  焚烧处理、 $A_2$  填埋处理、 $A_3$  蒸汽灭菌、 $A_4$  微波处理、 $A_5$  电化技术处理 5 个医疗废物处理技术可供选择。为选择最佳的医疗废物处理技术, 该医院邀请了 3 组不同领域的专家进行决策分析, 3 组专家分别包括该医院的专家  $d_1$ 、相关研究机构专家  $d_2$  和废物处理方面的技术专家  $d_3$ , 3 组专家的权重向量为  $\lambda = [0.3 \ 0.4 \ 0.3]^T$ 。同时和以下 3 个准则一起进行了讨论:  $U_1$  成本、 $U_2$  环保和  $U_3$  技术可靠性, 3 个准则的权重分别为  $\omega = [0.5 \ 0.3 \ 0.2]^T$ 。

经过讨论, 每组专家均使用犹豫模糊语言术语集对  $A_1 \sim A_5$  这 5 种处理技术进行了语言评价, 给出的模糊评价信息如表 1 和表 2 所示。



技术方案的综合评价:

$$\bar{z}_1 = (0, 0, 0.15, 0.32, 0.368, 0.446, 0.45)$$

$$\bar{z}_2 = (0, 0, 0.272, 0.47, 0.362, 0.246, 0.18)$$

$$\bar{z}_3 = (0, 0.15, 0.242, 0.47, 0.422, 0.18, 0)$$

$$\bar{z}_4 = (0, 0, 0.092, 0.12, 0.294, 0.674, 0.42)$$

$$\bar{z}_5 = (0.09, 0.18, 0.222, 0.5, 0.03, 0.164, 0.12)$$

从而得到7粒度语言术语集下的综合评价矩阵:

$$\bar{Z}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.15 & 0.32 & 0.368 & 0.446 & 0.45 \\ 0 & 0 & 0.272 & 0.47 & 0.362 & 0.246 & 0.18 \\ 0 & 0.15 & 0.242 & 0.47 & 0.422 & 0.180 & 0 \\ 0 & 0 & 0.092 & 0.12 & 0.294 & 0.674 & 0.42 \\ 0.09 & 0.18 & 0.222 & 0.50 & 0.03 & 0.164 & 0.12 \end{bmatrix}$$

4) 确定决策矩阵的正、负理想解(低粒度代表专家对该方案不满意,故选用最小值作为正理想点,最大值作为负理想点;高粒度则代表专家对该方案满意,故选用最大值作为正理想点,最小值作为负理想点)。

$$Z_s^+ = \{0, 0, 0.092, 0.12, 0.422, 0.674, 0.45\}$$

$$Z_s^- = \{0.09, 0.18, 0.272, 0.5, 0.03, 0.164, 0\}$$

在综合考虑专家和属性准则的权重后,所得出的每个方案综合评价值与该决策矩阵正、负理想解之间的关系如图2~6所示。

当专家评价信息在高粒度下值越大时,证明专家对此方案越满意,可以看出在同等粒度评价信息下, $A_4$ 在高粒度下最接近正理想解, $A_5$ 在低粒度下最接近负理想解。

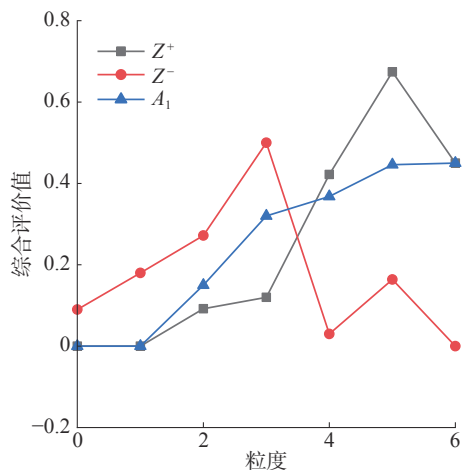


图2  $A_1$  与正负理想解关系

Fig. 2 Relationship between  $A_1$  and positive and negative ideal solutions

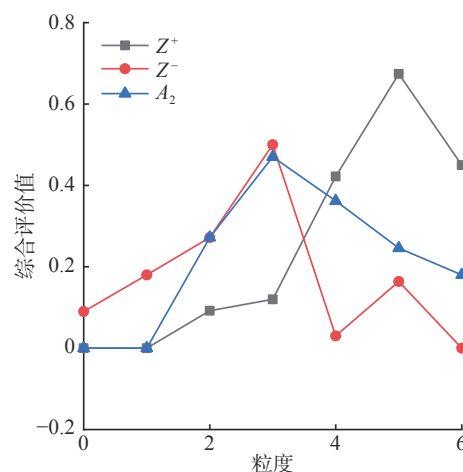


图3  $A_2$  与正负理想解关系

Fig. 3 Relationship between  $A_2$  and positive and negative ideal solutions

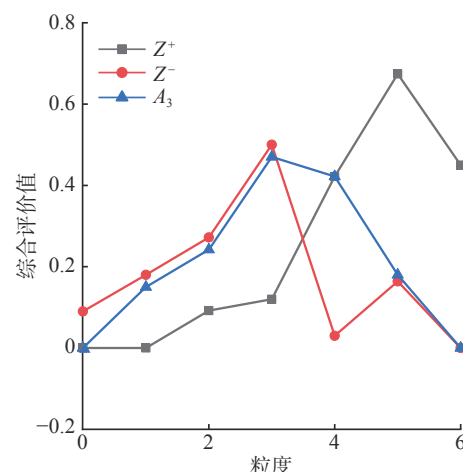


图4  $A_3$  与正负理想解关系

Fig. 4 Relationship between  $A_3$  and positive and negative ideal solutions

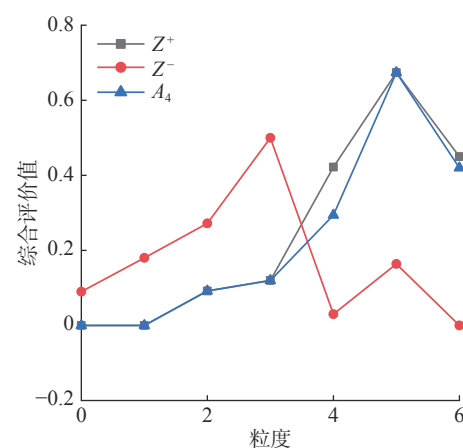
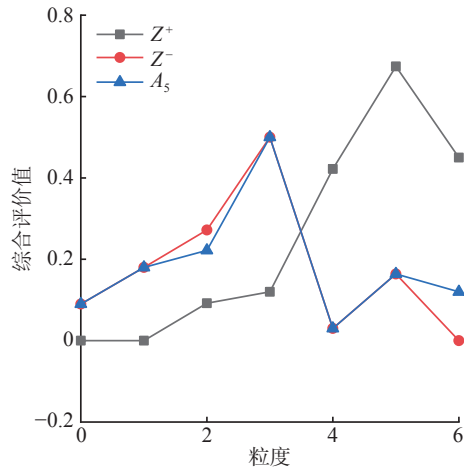


图5  $A_4$  与正负理想解关系

Fig. 5 Relationship between  $A_4$  and positive and negative ideal solutions

图6  $A_5$  与正负理想解关系Fig. 6 Relationship between  $A_5$  and positive and negative ideal solutions

5) 分别计算每个技术方案与正理想解以及负理想解的距离:

$$D_1^+ = \sqrt{0.098} = 0.314, D_1^- = \sqrt{0.484} = 0.696$$

$$D_2^+ = \sqrt{0.292} = 0.54, D_2^- = \sqrt{0.191} = 0.437$$

$$D_3^+ = \sqrt{0.614} = 0.784, D_3^- = \sqrt{0.165} = 0.406$$

$$D_4^+ = \sqrt{0.017} = 0.131, D_4^- = \sqrt{0.724} = 0.801$$

$$D_5^+ = \sqrt{0.725} = 0.851, D_5^- = \sqrt{0.017} = 0.131$$

6) 计算每个技术方案的贴近度系数  $R_i$ :

$$R_1 = \frac{D_1^-}{D_1^- + D_1^+} = \frac{0.696}{1.01} = 0.689$$

$$R_2 = \frac{D_2^-}{D_2^- + D_2^+} = \frac{0.437}{0.977} = 0.447$$

$$R_3 = \frac{D_3^-}{D_3^- + D_3^+} = \frac{0.406}{1.19} = 0.341$$

$$R_4 = \frac{D_4^-}{D_4^- + D_4^+} = \frac{0.801}{0.932} = 0.859$$

$$R_5 = \frac{D_5^-}{D_5^- + D_5^+} = \frac{0.131}{0.982} = 0.133$$

根据  $R_i$  的大小对 5 个技术方案进行降序排序, 可得备选方案之间的优先级排序为  $A_4 > A_1 > A_2 > A_3 > A_5$ , 故  $A_4$  为最佳方案, 且与文献 [23, 31-32] 的结果对比如表 3 所示。

表 3 结果比较

Table 3 Comparison of results

方法	排序结果	最优方案
文献[23]方法	$A_4 > A_1 > A_2 > A_3 > A_5$	$A_4$
文献[31]方法	$A_4 > A_1 > A_2 > A_3 > A_5$	$A_4$
文献[32]方法	$A_4 > A_1 > A_2 > A_3 > A_5$	$A_4$
本文方法	$A_4 > A_1 > A_2 > A_3 > A_5$	$A_4$

由表 3 可知, 本文提出方法所决策出的最佳方案结果与其他方法一致, 说明了此方法的可行性和准确性。对于排序结果的不同, 原因在于本文提出的方法和文献 [30] 的方法同时考虑了专家权重与属性权重对决策结果的影响, 而文献 [23] 和文献 [31] 的方法只考虑了专家权重或只考虑了属性权重。

## 4 结束语

基于多粒度犹豫模糊语言术语集的多属性决策方法具有十分重要的应用背景, 但目前相关研究较少。本文在已有研究基础上, 将多粒度犹豫模糊语言术语集转换为同一粒度下的隶属度语言术语集, 通过引用 TOPSIS 方法将所有备选方案进行优劣排序, 最终向决策者给出最佳方案。案例表明模型为解决多粒度犹豫模糊多属性决策问题提供了另一种新思路。在未来的研究中, 将继续开展基于多粒度犹豫模糊语言术语集的相关决策问题。

## 参考文献:

- [1] 陈华鹏, 鹿守山, 雷晓燕, 等. 数字孪生研究进展及在铁路智能运维中的应用 [J]. 华东交通大学学报, 2021, 38(4): 27-44.  
CHEN Huapeng, LU Shoushan, LEI Xianyan, et al. Progress of digital twin research and its application in railroad intelligent operation and maintenance[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2021, 38(4): 27-44.
- [2] 李杰, 孟凡熙, 张子辰, 等. 基于融合神经网络的发动机排气温度裕度预测 [J]. 华东交通大学学报, 2022, 39(6): 90-97.  
LI Jie, MENG Fanxi, ZHANG Zichen, et al. Engine exhaust temperature margin prediction based on fusion neural network[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2022, 39(6): 90-97.
- [3] SUN Hong, YANG Zhen, CAI Qiang, et al. An extended exp-TODIM method for multiple attribute decision making based on the Z-Wasserstein distance[J]. Expert systems with applications, 2023, 214: 119114.
- [4] 张泓, 范自柱, 石林瑞, 等. 一种基于多尺度特征融合的人头计数检测方法研究 [J]. 华东交通大学学报, 2021, 38(2): 115-121.  
ZHANG Hong, FAN Zizhu, SHI Linrui, et al. Research on a head counting detection method based on multi-scale feature fusion[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2021, 38(2): 115-121.



- [5] 王茜玉.基于多粒度概率语言信息的多属性决策方法及应用研究[D]. 济南: 山东财经大学, 2022.  
WANG Xiyu. Research on multi-attribute decision-making method and application based on multi-granularity probabilistic linguistic information[D]. Jinan: Shandong University of Finance and Economics, 2022.
- [6] RODRIGUEZ R M, MARTINEZ L, HERRERA F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making[J]. IEEE transactions on fuzzy systems, 2011, 20(1): 109–119.
- [7] HERRERA-VIEDMA E, PALOMARES I, LI C C, et al. Revisiting fuzzy and linguistic decision making: Scenarios and challenges for making wiser decisions in a better way[J]. IEEE transactions on systems, man, and cybernetics:systems, 2020, 51(1): 191–208.
- [8] JIN Feifei, GUO Shuyan, CAI Yuhang, et al. 2-tuple linguistic decision-making with consistency adjustment strategy and data envelopment analysis[J]. *Engineering applications of artificial intelligence*, 2023, 118: 105671.
- [9] XUE Siyu, YANG Yang, DENG Xinyang. A novel probabilistic linguistic decision-making model based on discrete evidence fusion and attribute weight optimization[J]. *Engineering applications of artificial intelligence*, 2023, 125: 106706.
- [10] XU Zeshui, XIA Meimei. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets[J]. *Information sciences*, 2011, 181(11): 2128–2138.
- [11] 许叶军, 达庆利. 基于不同粒度语言判断矩阵的多属性群决策方法[J]. *管理工程学报*, 2009(2): 69–73.  
XU Yejun, DA Qingli. A multi-attribute group decision-making method based on different granularity linguistic judgment matrices[J]. *Journal of management engineering*, 2009(2): 69–73.
- [12] CHEN Na, XU Zeshui. Interval-valued hesitant preference relations and their applications to group decision making[J]. *Knowledge-based systems*, 2013, 37: 528–540.
- [13] WEI Guiwu, LIN Rui, WANG Hongjun. Distance and similarity measures for hesitant interval-valued fuzzy sets[J]. *Journal of intelligent & fuzzy systems*, 2014, 27(1): 19–36.
- [14] LI Deqing, ZENG Wenyi, LI Junhong. New distance and similarity measures on hesitant fuzzy sets and their applications in multiple criteria decision making[J]. *Engineering applications of artificial intelligence*, 2015, 40: 11–16.
- [15] LIAO Huchang, XU Zeshui, ZENG XiaoJun. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy linguistic term sets and their application in multi-criteria decision making[J]. *Information sciences*, 2014, 271: 125–142.
- [16] RODRÍGUEZ R M, LABELLA A, SESMA-SARA M, et al. A cohesion-driven consensus reaching process for large scale group decision making under a hesitant fuzzy linguistic term sets environment[J]. *Computers & industrial engineering*, 2021, 155: 107158.
- [17] LIU Y, RODRÍGUEZ R M, QIN J, et al. Type-2 fuzzy envelope of extended hesitant fuzzy linguistic term set: application to multi-criteria group decision making[J]. *Computers & industrial engineering*, 2022, 169: 108208.
- [18] ALI J, AL-KENANI A N. Vector similarity measures of dual hesitant fuzzy linguistic term sets and their applications[J]. *Symmetry*, 2023, 15(2): 471.
- [19] MENG Fanyong, CHEN Xiaohong. A hesitant fuzzy linguistic multi-granularity decision making model based on distance measures[J]. *Journal of intelligent & fuzzy systems*, 2015, 28(4): 1519–1531.
- [20] WU Zhibin, XU Jiuping, JIANG Xianglan, et al. Two MAGDM models based on hesitant fuzzy linguistic term sets with possibility distributions: VIKOR and TOPSIS[J]. *Information sciences*, 2019, 473: 101–120.
- [21] JIN Chenxia, MI Jusheng, LI Fachao, et al. An improved TOPSIS method for multi-criteria decision making based on hesitant fuzzy  $\beta$  neighborhood[J]. *Artificial intelligence review*, 2023: 1–39.
- [22] 陈秀明, 刘业政. 基于熵权的多粒度犹豫模糊语言VIKOR群推荐方法[J]. *控制与决策*, 2018, 33(1): 111–118.  
CHEN Xiuming, LIU Yezheng. Multi-granular hesitant fuzzy linguistic term sets and their application in group recommendation based on entropy measure and VIKOR method [J] *Control and decision*, 2018, 33 (1): 111–118.
- [23] 于文玉, 仲秋雁, 张震. 权重信息不完全的多粒度犹豫模糊语言群决策[J]. *系统工程理论与实践*, 2018, 38(3): 777–785.  
YU Wenyu, ZHONG Qiuyan, ZHANG Zhen. Multi-grained hesitation fuzzy linguistic group decision making with incomplete weight information[J]. *System engineering theory and practice*, 2018, 38 (3): 777–785.
- [24] ZHAO Mengke, WU Jian, CAO Mingshuo, et al. A dematel and consensus based MCGDM approach for with multi-granularity hesitant fuzzy linguistic term set[J]. *Journal of intelligent & fuzzy systems*, 2020, 38(4): 5215–5229.
- [25] WANG Juxiang. A MAGDM algorithm with multi-granular probabilistic linguistic information[J]. *Symmetry*, 2019, 11(2): 127.

- [26] ZHANG Zhen, GAO Junliang, GAO Yuan, et al. Two-sided matching decision making with multi-granular hesitant fuzzy linguistic term sets and incomplete criteria weight information[J]. *Expert systems with applications*, 2021, 168: 114311.
- [27] ZHANG Xiaolu, LIAO Huchang, XU Bin, et al. A probabilistic linguistic-based deviation method for multi-expert qualitative decision making with aspirations[J]. *Applied soft computing*, 2020, 93: 106362.
- [28] LI Congcong, GAO Yuan, DONG Yucheng. Managing ignorance elements and personalized individual semantics under incomplete linguistic distribution context in group decision making[J]. *Group decision and negotiation*, 2021, 30(1): 97–118.
- [29] CHEN Z, BEN-ARIEH D. On the fusion of multi-granularity linguistic label sets in group decision making[J]. *Computers & industrial engineering*, 2006, 51(3): 526–541.
- [30] FACCHINETTI G, RICCI R G, MUZZIOLI S. Note on ranking fuzzy triangular numbers[J]. *International journal of intelligent systems*, 1998, 13(7): 613–622.
- [31] WEI Cuiping, LIAO Huchang. A multigranularity linguistic group decision-making method based on hesitant 2-tuple sets[J]. *International journal of intelligent systems*, 2016, 31(6): 612–634.
- [32] 陈余杰, 朱兰萍, 魏翠萍. 多粒度犹豫模糊语言信息融

合方法及其在群决策中的应用[J]. *系统科学与数学*, 2022, 42(2): 355.

Chen Yujie, Zhu Lanping, Wei Cuiping. A fusion method of multi-granular hesitant fuzzy linguistic information and its application in group decision making[J]. *Systems science and mathematics*, 2022, 42(2): 355.

#### 作者简介:



金薇, 硕士研究生, 主要研究方向为粒计算、模糊集、多属性决策。  
E-mail: jinwei\_1009@163.com。



钱进, 教授, 博士, 主要研究方向为粒计算、大数据挖掘和机器学习。主持国家自然科学基金项目 2 项、省部级自然科学基金项目 3 项, 获江西省自然科学奖 1 项。发表学术论文 50 余篇。E-mail: qjqlqyf@163.com。



苗夺谦, 教授, 主要研究方向为粒计算、不确定性、大数据分析。国际粗糙集学会理事长、中国人工智能学会会士、中国计算机学会杰出会员。发表学术论文 180 余篇。E-mail: miao duoqian@163.com。