

DOI: 10.11992/tis.201702008

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20171109.1243.002.html>

基于二阶邻居事件触发多智能体系统的一致性

夏倩倩¹, 刘开恩¹, 纪志坚²

(1. 青岛大学数学与统计学院, 山东 青岛 266071; 2. 青岛大学自动化与电气工程学院, 山东 青岛 266071)

摘要:针对多智能体系统的平均一致性问题, 采用二阶邻居信息设计一致性协议以加速一致性收敛速度。同时, 为了减少系统的通信次数, 基于事件控制的方法被用于一致性协议的设计中。首先在固定拓扑网络下研究了多智能体系统利用二阶邻居信息来加速一致性收敛速度的问题, 随后在切换拓扑网络下对类似问题进行了分析。最后, 把该协议应用到数值仿真中, 并与只利用一阶邻居信息的协议比较, 仿真结果表明所设计的协议能够加快收敛速度。

关键词:一阶动力学方程; 多智能体系统; 一致性; 事件触发; 二阶邻居; 李雅普诺夫函数; 收敛速度; 仿真

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2017)06-0833-08

中文引用格式: 夏倩倩, 刘开恩, 纪志坚. 基于二阶邻居事件触发多智能体系统的一致性 [J]. 智能系统学报, 2017, 12(6): 833-840.

英文引用格式: XIA Qianqian, LIU Kaien, JI Zhijian. Event-triggered consensus of multi-agent systems based on second-order neighbors[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2017, 12(6): 833-840.

Event-triggered consensus of multi-agent systems based on second-order neighbors

XIA Qianqian¹, LIU Kaien¹, JI Zhijian²

(1. School of Mathematics and Statistics, Qingdao University, Qingdao 266071, China; 2. School of Automation and Electrical Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

Abstract: Based on the second-order neighbors' information, consensus algorithm was proposed to accelerate the consensus convergence speed for the average consensus problem of multi-agent systems. Meanwhile, the event-based control method was used in the design of consensus algorithm in order to reduce the number of communications in the systems. Firstly, under a fixed topology network, we looked at speeding up the consensus convergence by getting the multi-agent systems to apply information to their second-order neighbors; then, similar problems were analyzed under a switching topology network; finally, the protocol was applied in a numerical simulation and was compared with a protocol that applied information to only the first-order neighbors. The simulation results show that the proposed protocol can accelerate the convergence speed.

Keywords: first-order dynamics equation; multi-agent systems; consensus; event-triggering; second-order neighbors; Lyapunov function; convergence rate; simulation

近几年, 由于多智能体系统一致性问题在机器人编队问题^[1]、群集运动问题^[2]等方面得到广泛应用, 这一问题成为了当前控制领域的研究重点。一致性控制就是设计一个一致性协议使得所有智能体

的状态渐近达到一个共同的值。许多学者已经研究了在拓扑网络、非线性、时滞等约束条件下, 以一阶、二阶或高阶动力学方程为模型的多智能体系统的一致性问题^[3-7]。

用基于事件触发控制代替时间触发控制具有十分重要的意义^[8]。通过与时间触发控制的比较发现, 基于事件触发控制在减少通信次数方面具有明显的优点, 在多数情况下, 基于事件触发控制要优

收稿日期: 2017-02-18. 网络出版日期: 2017-11-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61374062); 山东省自然科学基金项目 (ZR2015FM023); 中国博士后科学基金面上项目 (2015M571995); 青岛市博士后应用研究项目

通信作者: 刘开恩. E-mail: kaenliu@pku.edu.cn.

于传统的时间触发控制^[9]。2013年, X.Y.Meng等^[10]在固定拓扑网络下针对特定事件设计了一致性协议来探索多智能体系统的一致性问题, 随后又提出了在切换拓扑网络下的基于事件的一致性协议。2014年, 王航飞等^[1]将基于事件触发控制应用到了环形编队问题中; 2016年, K.Liu等^[11]基于一致性理论研究成果研究了一阶和二阶多智能体系统在有向图下基于事件的包容控制问题, 基于一定的事件, 智能体决定何时传递状态给它的邻居, 并且利用这些采样状态设计了分布式协议, 从而使得跟随者最终收敛到领导者所形成的凸包中; Y.Fan等^[12]对进行周期采样的多智能体系统设计了基于事件一致性协议, 并且在此基础上设计了自触发一致性协议来减少通信次数和采样次数; 2017年, W.Zhu等^[13]研究了二阶多智能体系统在离散时间情况下的基于事件触发控制的一致性问题, 通过自触发方式避免了观察智能体及其邻居在所有离散时刻的状态; 文献[14]针对二阶多智能体系统提出了基于事件触发控制的一致性协议, 对固定有向拓扑网络下的系统一致性问题进行了分析; 2013年, 胡春健^[15]采用事件驱动控制方法, 研究了一类一般线性多智能体系统的一致性问题, 研究方法上不再要求拉普拉斯矩阵具有对称性, 并获得了一类线性多智能体系统达到一致的充分条件; 2016年, D.P.Yang等^[16]研究了一般线性多智能体系统在有向图中的基于事件触发控制的一致性问题, 基于状态反馈, 采用分布式事件触发一致性协议使得所有智能体都实现了一致性, 不需要智能体之间进行连续通信; 文献[17]研究了一般线性模型多智能体系统在基于事件触发情况下的采样数据一致性问题, 分别设计了固定和切换拓扑情况下的分布式事件触发策略。

虽然利用一阶邻居信息研究多智能体系统的一致性较为普遍, 但由于系统的复杂性, 为了提高系统的收敛速率, 许多学者开始利用二阶邻居信息对多智能体系统的一致性问题进行研究。2010年, D.Yuan等^[18]研究了一阶多智能体系统利用二阶邻居信息来加速分布式平均一致性的问题, 解决了在离散和连续时间情况下的加速平均一致性问题, 并发现了利用二阶邻居信息要比只使用一阶邻居信息的协议收敛速度快; 不同于Z.Liu等^[19]在2010年利用全局信息对多智能体系统的一致性进行研究的结果, 文中只需要利用一阶和二阶邻居信息来研究一阶多智能体系统的一致性问题, 结合二阶邻居信息和事件触发条件, 通过对一阶多智能体系统加速平均一致性问题的研究来提高网络收敛速度;

2017年, 王康等^[20]为了研究一阶多智能体系统的一致性特点及能控、能观性保持策略, 分析了具有时变拓扑结构的多智能体系统在一阶邻居和二阶邻居协议下的一致性速度, 并且得出了系统在二阶邻居协议下具有更快的收敛速度的结论; 2014年, H.Pan等^[21]证明了在二阶动力学方程下利用二阶邻居信息并不一定能够加速一致性速度, 一致性速度还和二阶邻居协议的参数有关系。

本文将针对一类一阶多智能体系统的一致性问题展开研究, 通过合理设计事件触发条件和一致性协议得到事件触发时刻序列, 并获得使系统达到一致性的条件。本文采用的是文献[10]中的研究模型。

1 准备知识

1.1 代数图论

令 $G = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathbf{A}\}$ 表示含有 n 个节点的无向图, 其中 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示节点的集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示边的集合, 若 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$, 那么 v_i 与 v_j 称为是相邻的。 $N_i = \{j | (v_i, v_j) \in \mathcal{E}, j \neq i\}$ 表示节点 v_i 的一阶邻居, $N_i^2 = \{k | k \in N_j, j \in N_i, k \neq i, k \neq j\}$ 表示节点 v_i 的二阶邻居。邻接矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{n \times n}$ 定义为: 若 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$, 那么 $a_{ij} = 1$; 否则 $a_{ij} = 0$ 。由于在无向图 G 中, $a_{ij} = a_{ji}$, $\forall i \neq j$, 所以 \mathbf{A} 为对称阵。在无向图 G 中, 度矩阵 $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ 是一个对角阵, 其中 d_i 表示节点 v_i 的邻居集 N_i 的势。矩阵 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ 称为与图 G 中一阶邻居信息对应的拉普拉斯矩阵。类似地可以定义二阶邻居信息对应的拉普拉斯矩阵 $\tilde{\mathbf{L}}$ 。在无向图 G 中, \mathbf{L} 是对称的半正定矩阵, 即 $\mathbf{L} = \mathbf{L}^T \geq 0$, 因此它的特征值都是非负实数^[3], 记为 $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n$ 。对于无向图 G , 如果两个节点 v_{i_0} 与 v_{i_r} 之间存在一组边 $(v_{i_0}, v_{i_1}), (v_{i_1}, v_{i_2}), \dots, (v_{i_{r-1}}, v_{i_r})$, 则称从节点 v_{i_0} 到 v_{i_r} 存在长度为 r 的一条路。如果对于 G 中的任意两个顶点都有一条路, 则称 G 为连通图。在连通图中, $\lambda_1 = 0$, λ_2 是最小的非零特征值, 且 $\mathbf{1}_n = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ 为零特征值所对应的特征向量。在无向连通图中, $\mathbf{1}_n^T \mathbf{L} = \mathbf{0}_n^T$, 其中 $\mathbf{0}_n = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ 。

1.2 模型描述

考虑具有 n 个智能体的多智能体系统, 且该系统由无向图 $G = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathbf{A}\}$ 描述, 即每个智能体被描述为图 G 中的节点, 智能体之间的通信用节点间的连接来表示, 每个智能体 $v_i \in \mathcal{V}$ 的状态遵循一阶动力学方程:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中: $x_i \in \mathbf{R}$ 表示第 i 个智能体的状态, $u_i \in \mathbf{R}$ 表示第 i 个智能体的控制输入, \mathbf{R} 表示全体实数集。

设智能体 v_i 的事件触发判定条件为

$$\|e_i(t_r^i + lh)\|_2^2 \leq \sigma_i \|z_i(t_r^i + lh)\|_2^2, l = 1, 2, \dots \quad (2)$$

式中: $\sigma_i > 0$, t_r^i 表示第 i 个智能体的第 r 个事件触发时刻, 且 t_r^i 是 h 的整数倍, h 表示所有智能体的采样周期。 $e_i(t_r^i + lh) = x_i(t_r^i) - x_i(t_r^i + lh)$ 表示智能体 v_i 在最近的一个事件触发时刻的状态与当前采样时刻的状态的差值, 而 $z_i(t_r^i + lh) = \sum_{j \in N_i} (x_i(t_r^i + lh) - x_j(t_r^i + lh)) + \sum_{k \in N_i^2} (x_i(t_r^i + lh) - x_k(t_r^i + lh))$ 表示在当前采样时刻, 智能体 v_i 的状态与其一阶邻居状态的差值以及智能体 v_i 的状态与其二阶邻居状态差值的和。

在每个采样时刻, 每个智能体都传递自己的状态信息给它的一阶邻居和二阶邻居并且也接收来自它一阶邻居和二阶邻居的状态信息用于事件检测。如果条件 (2) 满足, 那么智能体 v_i 不需要更新自己的控制输入; 否则, v_i 将更新它自己的控制输入并且通知它的一阶邻居和二阶邻居利用 v_i 当前的状态信息来更新它们的控制输入, 同时将误差 $e_i(t_r^i + lh)$ 置为零, 这时就满足了条件 (2)。也即 v_i 的事件触发时刻为

$$t_{r+1}^i = t_r^i + h \inf\{l : \|e_i(t_r^i + lh)\|_2^2 > \sigma_i \|z_i(t_r^i + lh)\|_2^2\}$$

式中: $t_0^i = 0$ 是初始时刻。很明显, 所有测量 $x_i(t_r^i)$ 是采样状态 $x_i(rh)$ 的一个子序列。也就是说, 事件触发时刻 $\{t_0^i, t_1^i, \dots\} \subseteq \{0, h, 2h, \dots\}$ 。这意味着事件内部时刻 $\{t_{r+1}^i - t_r^i, r = 0, 1, \dots\}$ 至少是以所有智能体采样时刻 h 为下界。

为了减少符号的复杂程度, 定义

$$\hat{x}_i(t) \triangleq x_i(t_r^i), t_r^i \leq t < t_{r+1}^i$$

即通过在下一个事件出现之前都保持状态不变将离散时间信号 $x_i(t_r^i)$ 转换成分段连续时间信号 $\hat{x}_i(t)$ 。

根据定义的符号, 考虑利用二阶邻居信息构造一致性协议, 由此给出下面的基于事件一致性协议:

$$u_i(t) = -\left(\sum_{j \in N_i} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) + \sum_{k \in N_i^2} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_k(t))\right) \quad (3)$$

2 固定拓扑网络下的一致性研究

暂且假设系统具有固定拓扑网络结构, 由协议 (3) 式得到智能体 v_i 的闭环系统为

$$\dot{\hat{x}}_i(t) = -\left(\sum_{j \in N_i} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) + \sum_{k \in N_i^2} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_k(t))\right)$$

根据前面定义的 $e_i(t_r^i + lh)$ 可以得到在 $t \in [t_r^i + lh, t_{r+1}^i + lh + h)$ 这一时间段内的智能体 v_i 的动力学方程如下:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) = & -\left(\sum_{j \in N_i} (x_i(t_r^i) - x_j(t_r^j)) + \sum_{k \in N_i^2} (x_i(t_r^i) - x_k(t_r^k))\right) = \\ & -\sum_{j \in N_i} (x_i(t_r^i + lh) - x_j(t_r^j + lh)) - \\ & \sum_{j \in N_i} (x_i(t_r^i) - x_i(t_r^i + lh)) + \sum_{j \in N_i} (x_j(t_r^j) - x_j(t_r^j + lh)) - \\ & \sum_{k \in N_i^2} (x_i(t_r^i + lh) - x_k(t_r^k + lh)) - \\ & \sum_{k \in N_i^2} (x_i(t_r^i) - x_i(t_r^i + lh)) + \sum_{k \in N_i^2} (x_k(t_r^k) - x_k(t_r^k + lh)) = \\ & -\sum_{j \in N_i} (x_i(t_r^i + lh) - x_j(t_r^j + lh)) - \sum_{j \in N_i} (e_i(t_r^i + lh) - \\ & e_j(t_r^j + lh)) - \sum_{k \in N_i^2} (x_i(t_r^i + lh) - x_k(t_r^k + lh)) - \\ & \sum_{k \in N_i^2} (e_i(t_r^i + lh) - e_k(t_r^k + lh)) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $t_r^j = \max\{t | t \in \{t_r^j, r = 0, 1, \dots\}, t \leq t_r^i + lh\}$, $t_r^k = \max\{t | t \in \{t_r^k, r = 0, 1, \dots\}, t \leq t_r^i + lh\}$, 注意此处 l 的取值可以是 $0, 1, 2, \dots$ 直到下一事件发生。

由式 (4) 可得, 当 $t \in [rh, (r+1)h)$ 时, 有

$$\dot{\hat{x}}(t) = -(L + \tilde{L})x(rh) - (L + \tilde{L})e(rh) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$, $\mathbf{e} = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]^T$ 。

在无向连通图中, 由于 L 的非对角线元素不大于零, 主对角线元素大于等于零且行和为零, \tilde{L} 具有相同的性质, 容易得到 $L + \tilde{L}$ 具有同样的性质, 所以 $L + \tilde{L}$ 仍为拉普拉斯矩阵。

引理 1 对于半正定对称矩阵 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\forall a, b \in \mathbf{R}^n$, 有

$$|2a^T A b| \leq a^T A a + b^T A b$$

证明 由于 A 是对称矩阵, 所以存在正交矩阵 U , 使得 $U A U^T = \Lambda$, 其中 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, 且 $\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$ 。记 $\alpha = U a$, 则

$$a^T A a = a^T U^T U A U^T U a = \alpha^T \Lambda \alpha = \lambda_1 \alpha_1^2 + \dots + \lambda_n \alpha_n^2$$

记 $\beta = U b$, 则

$$b^T A b = b^T U^T U A U^T U b = \beta^T \Lambda \beta = \lambda_1 \beta_1^2 + \dots + \lambda_n \beta_n^2$$

由于 $|2\alpha_i \beta_i| \leq \alpha_i^2 + \beta_i^2, i = 1, 2, \dots, n$, 那么

$$\begin{aligned} a^T A a + b^T A b &= \alpha^T \Lambda \alpha + \beta^T \Lambda \beta = \\ &= \lambda_1 \alpha_1^2 + \dots + \lambda_n \alpha_n^2 + \lambda_1 \beta_1^2 + \dots + \lambda_n \beta_n^2 = \\ &= \lambda_1 (\alpha_1^2 + \beta_1^2) + \dots + \lambda_n (\alpha_n^2 + \beta_n^2) \geq \\ &= 2(\lambda_1 |\alpha_1 \beta_1| + \dots + \lambda_n |\alpha_n \beta_n|) = 2|\alpha^T \Lambda \beta| = \\ &= 2|a^T U^T U A U^T U b| = 2|a^T A b| \end{aligned}$$

考虑系统的平均状态:

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t)$$

在无向连通图中, $\mathbf{1}_n^T (L + \tilde{L}) = \mathbf{0}_n^T$, 根据协议 (3) 式得到 $\dot{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \dot{\hat{x}}_i(t) = \frac{1}{n} \mathbf{1}_n^T \dot{\hat{x}}(t) = -\frac{1}{n} \mathbf{1}_n^T (L + \tilde{L}) \hat{x}(t) \equiv 0$, 其中 $\hat{x}(t) = [\hat{x}_1(t) \ \hat{x}_2(t) \ \dots \ \hat{x}_n(t)]^T$ 。

因此, $\bar{x}(t)$ 它是时不变的。定义非一致性向量

$$\delta(t) = \mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t)\mathbf{1}_n = \mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}\mathbf{1}_n$$

考虑李雅普诺夫函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

即状态的平方和的 1/2。

引理 2 (Lasalle 不变原理) 设 C 是有界闭集, 从 C 内出发的系统 $\frac{dx}{dt} = f(x)$ 的解 $x(t, t_0, x_0) \subset C$, 若存在 $V(x) : C \rightarrow \mathbf{R}$, 具有连续一阶偏导数, 满足 $\frac{dV}{dt} \leq 0$ 。又设 $E = \{x | \frac{dV}{dt} = 0, x \in C\}$, $M \subset E$ 是最大不变集, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $x(t, t_0, x_0) \rightarrow M$ 。

定理 1 设系统 (1) 具有连通通信拓扑, 采用协议 (3) 的系统 (1) 在事件触发条件 (2) 的驱动下, 若条件

$$0 < h \leq \frac{1}{2\lambda_n}, 0 < \sigma_{\max} < \frac{1}{\lambda_n^2} \quad (7)$$

或者

$$\frac{1}{2\lambda_n} < h < \frac{3}{4\lambda_n}, 0 < \sigma_{\max} < \frac{3-4h\lambda_n}{(4h\lambda_n-1)\lambda_n^2} \quad (8)$$

成立, 其中 $\sigma_{\max} = \max\{\sigma_i, i = 1, 2, \dots, n\}$, 则所有智能体的状态都渐近收敛到它们的初始状态平均值。

证明 考虑函数 (6) 式在 $t \in [rh, (r+1)h)$ 时间段内沿 (4) 生成轨线的时间演变, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \mathbf{x}^T(t) \dot{\mathbf{x}}(t) = -\mathbf{x}^T(t)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})(\mathbf{x}(rh) + \mathbf{e}(rh)) = \\ &= (t-rh)(\mathbf{x}(rh) + \mathbf{e}(rh))^T(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})^2(\mathbf{x}(rh) + \mathbf{e}(rh)) - \\ &= \mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})(\mathbf{x}(rh) + \mathbf{e}(rh)) \leq -\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \\ &= \tilde{\mathbf{L}})(\mathbf{x}(rh) + \mathbf{e}(rh)) + h\lambda_n(\mathbf{x}(rh) + \mathbf{e}(rh))^T(\mathbf{L} + \\ &= \tilde{\mathbf{L}})(\mathbf{x}(rh) + \mathbf{e}(rh)) = -(1-h\lambda_n)\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) - \\ &= \mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) + h\lambda_n\mathbf{e}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) + \\ &= 2h\lambda_n\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) = -(1-h\lambda_n)\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \\ &= \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + (2h\lambda_n-1)\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) + \\ &= h\lambda_n\mathbf{e}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) \end{aligned}$$

应用引理 1, 当 $2h\lambda_n - 1 \leq 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -(1-h\lambda_n)\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + (1-2h\lambda_n) \\ &= \left(\frac{1}{2}\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + \frac{1}{2}\mathbf{e}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh)\right) + \\ &= h\lambda_n\mathbf{e}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) = -\frac{1}{2}\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + \\ &= \frac{1}{2}\mathbf{e}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) \end{aligned}$$

结合事件触发条件 (2) 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\frac{1}{2}\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + \frac{1}{2}\lambda_n^2\sigma_{\max}\mathbf{x}^T(rh) \\ &= (\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) = -\frac{1}{2}(1-\lambda_n^2\sigma_{\max})\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) \end{aligned}$$

当式 (7) 成立时, 有 $\dot{V}(t) \leq 0$ 。

当 $2h\lambda_n - 1 > 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -(1-h\lambda_n)\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + (2h\lambda_n-1) \\ &= \left(\frac{1}{2}\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + \frac{1}{2}\mathbf{e}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh)\right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h\lambda_n\mathbf{e}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) &= (2h\lambda_n - \frac{3}{2})\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \\ &= \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + (2h\lambda_n - \frac{1}{2})\mathbf{e}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) \end{aligned}$$

结合事件触发条件 (2) 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq (2h\lambda_n - \frac{3}{2})\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) + \\ &= (2h\lambda_n - \frac{1}{2})\lambda_n^2\sigma_{\max}\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{e}(rh) = \\ &= (2h\lambda_n - \frac{3}{2} + (2h\lambda_n - \frac{1}{2})\lambda_n^2\sigma_{\max})\mathbf{x}^T(rh)(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}(rh) \end{aligned}$$

当式 (8) 成立时, 有 $\dot{V}(t) \leq 0$ 。

由于 G 为连通图, $E = \{x \in \mathbf{R}^n | \dot{V}(t) = 0\} = \text{span}\{\mathbf{1}_n\}$, 由 Lasalle 不变原理可知所有智能体一致收敛。

采样周期 h 和 $\sigma_i, i = 1, 2, \dots, n$ 的选取需要拓扑的全局信息 λ_n 。根据圆盘定理^[22]及 $d_{\max} \leq (n-1)$, 最大特征值 λ_n 的上界可根据 $\lambda_n \leq 2d_{\max} \leq 2(n-1)$ 确定。因此, 由式 (7) 可知, 如果每个智能体都知道整个系统的个体数量 n , 那么采样周期 h 和 σ_i 可以根据下式选择:

$$0 < \sigma_{\max} < \frac{1}{4(n-1)^2}, 0 < h < \frac{1}{4(n-1)}$$

可以通过一个公共标量 $\alpha, 0 < \alpha < 1$, 来缩放采样周期的最大值保证 $0 < h < \frac{1}{4(n-1)}$ 成立, 即每个智能体都选择 $h = \frac{\alpha}{4(n-1)}$ 作为它的采样周期。同时注意 $h, \sigma_i, i = 1, 2, \dots, n$ 只有上限, 即 h, σ_i 可以足够小, 且 σ_i 越小将会使控制更新的频率越高, 系统收敛速度越快, 所以在某种意义上, 这是一个在性能和控制更新频率之间的取舍问题。

3 切换拓扑网络下的一致性研究

在这部分中, 将固定拓扑网络下的研究成果扩展到了 G 在连通图之间切换的情况, 假定所有可能的连通图构成有限集 $\{G_1, G_2, \dots, G_m\}$, 定义下标集 $J = \{1, 2, \dots, m\}$, 引入一个分段常数切换信号 $s(t) : [0, +\infty) \rightarrow J$ 来描述 t 时刻系统具有的拓扑结构, $G_{s(rh)}$ 表示在采样触发时刻 rh 时的活动拓扑, $(\mathbf{L} + \tilde{\mathbf{L}})_{s(rh)}$ 表示其对应的由一阶和二阶邻居所确定的拉普拉斯矩阵。

在切换拓扑情况下, 根据 (2) 式和 (3) 式类似地定义事件触发条件和基于事件的一致性协议。在切换拓扑情形下, 李雅普诺夫函数不变, 仍是

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{x}(t)$$

定理 2 设系统 (1) 式的通信拓扑网络在有限个连通图之间进行切换, 采用协议 (3) 式的系统 (1) 式在事件触发条件 (2) 式的驱动下, 若满足下列条件

$$0 < h \leq \frac{1}{2\lambda_{\max}}, 0 < \sigma_{\max} < \frac{1}{\lambda_{\max}^2}$$

或者

$$\frac{1}{2\lambda_{\max}} < h < \frac{3}{4\lambda_{\max}}, 0 < \sigma_{\max} < \frac{3-4h\lambda_{\max}}{(4h\lambda_{\max}-1)\lambda_{\max}^2},$$

其中 $\lambda_{\max} = \max\{\lambda_n(G), G \in \{G_1, \dots, G_m\}\}$, $\lambda_n(G)$ 是拉普拉斯矩阵 $(L + \tilde{L})(G)$ 的最大特征值, 那么所有智能体的状态都渐近收敛到它们的初始状态平均值。

证明 类似于定理 1 的证明过程得到李雅普诺夫函数在区间 $[rh, (r+1)h)$ 内的导数为

$$\dot{V}(t) = -\mathbf{x}^T(t)(L + \tilde{L})_{s(rh)}(\mathbf{x}(rh) + \mathbf{e}(rh))$$

若 $0 < h \leq \frac{1}{2\lambda_n(G_{s(rh)})}$, 且 $0 < \sigma_{\max} < \frac{1}{\lambda_n^2(G_{s(rh)})}$, 或者

$$\frac{1}{2\lambda_n(G_{s(rh)})} < h < \frac{3}{4\lambda_n(G_{s(rh)})}, \text{ 且}$$

$$0 < \sigma_{\max} < \frac{3-4h\lambda_n(G_{s(rh)})}{(4h\lambda_n(G_{s(rh)})-1)\lambda_n^2(G_{s(rh)})}$$

那么类似于固定拓扑情况, 有 $\dot{V}(t) - \frac{1}{2}(1 - \lambda_n^2(G_{s(rh)})\sigma_{\max})\mathbf{x}^T(rh)(L + \tilde{L})_{s(rh)}\mathbf{x}(rh)$, 或者 $\dot{V}(t) \leq (2h\lambda_n(G_{s(rh)}) - \frac{3}{2} + (2h\lambda_n(G_{s(rh)}) - \frac{1}{2})) \lambda_n^2(G_{s(rh)})\sigma_{\max}\mathbf{x}^T(rh)(L + \tilde{L})_{s(rh)}\mathbf{x}(rh)$ 。

式中: $\lambda_n(G_{s(rh)})$ 是拉普拉斯矩阵 $(L + \tilde{L})_{s(rh)}$ 的最大特征值。

因为系统在有限个连通图之间切换, 可得集合 $E = \{x \in \mathbf{R}^n | \dot{V}(t) = 0\} = \text{span}\{\mathbf{1}_n\}$, 根据 Lasalle 不变原理得到所有智能体的状态都渐近收敛到它们的初始状态平均值。

通过与文献 [10] 的比较发现: 即使多智能体系统 (1) 只采用一阶邻居信息用于研究系统的一致性收敛问题, 与文献 [10] 的采样周期 $0 < h \leq \frac{1}{2\lambda_{\max}}$ 相比, 本文所提出的采样周期的选取范围也比文献 [10] 中的采样周期选取范围更大。

4 仿真

在理论分析的基础上, 本部分将通过仿真实验对所得出的理论结果进行验证。

考虑由 4 个智能体组成的多智能体系统, 为了便于比较, 采用与文献 [10] 相同的通信拓扑和参数。图 1 是无向连通图, 其利用二阶邻居信息所得的拉普拉斯矩阵为

$$L + \tilde{L} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

拉普拉斯矩阵的最大特征值 $\lambda_n = 4$, 取智能体的事件检测器的参数为 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.033$, $\sigma_3 = 0.02$, $\sigma_4 = 0.06$, 所有智能体的采样周期为 $h = 0.002$, 其中所取数值满足 $\sigma_{\max} < 0.0625$, $h \leq 0.125$ 。智能体初始状态为 $\mathbf{x}(0) = [0.4773 \ 0.3392 \ 0.5 \ -0.6381]^T$ 。接下来在

图 1 所示的通信拓扑图中利用事件触发条件 (2), 在 $t \in [0, 10]$ 进行仿真。

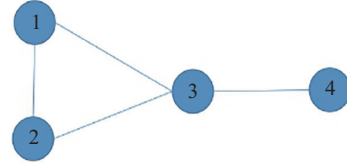


图 1 通信拓扑图

Fig. 1 Communication topology

图 2 是所有智能体在基于事件一致性协议 (3) 下的状态演变, 从图 2 可以看出系统达到了一致, 所有智能体的状态趋于一个共同的值。

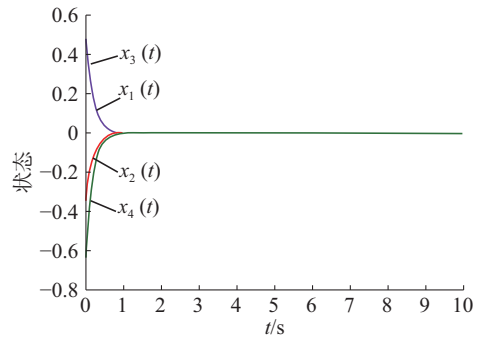


图 2 智能体的状态

Fig. 2 States of the agents

图 3 是所有智能体在基于事件一致性协议 (3) 下的非一致向量 $\|\mathbf{x}(t) - \bar{x}\mathbf{1}_n\|$ 的演变过程, 从图 3 可以看出所有智能体的状态都趋于它们的初始状态平均值。

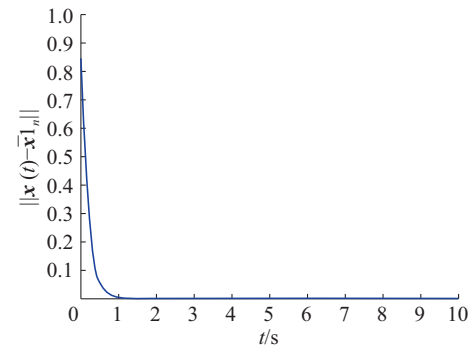


图 3 非一致向量范数

Fig. 3 Norm of the disagreement vector

图 4 是所有智能体在基于事件一致性协议 (3) 下的控制输入的仿真结果, 最终所有智能体的控制输入都趋于 0。

图 5 是所有智能体在基于事件一致性协议 (3) 下的事件触发时刻, 说明只在特定时刻对智能体施加控制输入系统就能实现一致性。

图 6 和图 7 分别是文献 [7] 中所有智能体利用一阶邻居信息在基于事件一致性协议下的状态和非一致向量 $\|\mathbf{x}(t) - \bar{x}\mathbf{1}_n\|$ 的演变过程。

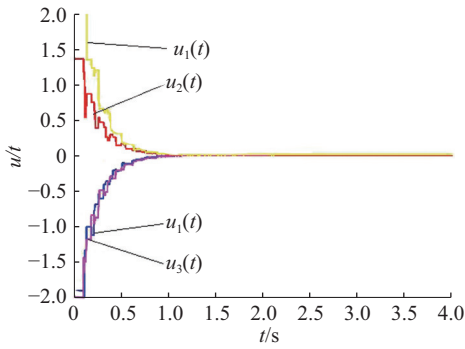


图4 智能体的控制输入

Fig. 4 Control inputs for the agents

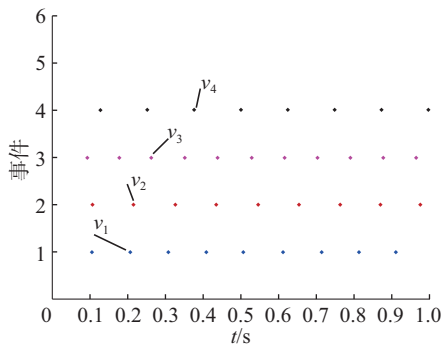


图5 智能体的事件触发时刻

Fig. 5 Event times for the agents

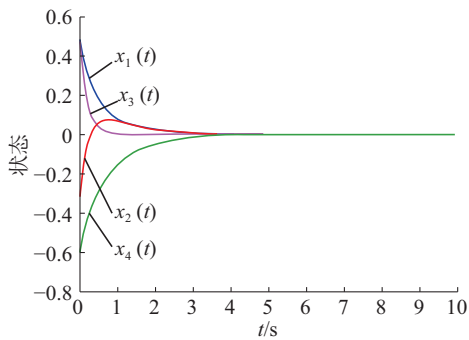


图6 智能体的状态

Fig. 6 States of the agents

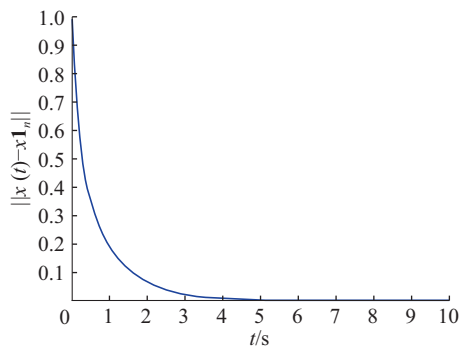


图7 非一致向量范数

Fig. 7 Norm of the disagreement vector

从图2可以看出所有智能体大约在 $t=1$ s 这一时刻收敛到了相同的值,从图6可以看出所有智能

体大约在 $t=3$ s 这一时刻收敛到了相同的值,通过比较可以发现利用二阶邻居信息之后所有智能体的状态达到一致性的速度更快。同样通过比较非一致性向量范数,我们发现图3在利用了二阶邻居信息之后所有智能体的状态趋于它们的初始状态平均值的速度明显比图7只利用一阶邻居信息时所有智能体的状态趋于它们的初始状态平均值的速度快。

下面给出在切换拓扑网络下的仿真实验。

考虑由4个智能体组成的多智能体系统在图 G_1 和图 G_2 之间进行切换,切换时刻是随机的,如图8所示。取智能体的事件检测器的参数为 $\sigma_i = 0.02, i = 1, \dots, 4$,所有智能体的采样周期为 $h = 0.05$,智能体初始状态为 $\mathbf{x}(0) = [6.25 \ 2.7 \ -7.975 \ 9.638 \ 1]^T$,在 $t \in [0, 10]$ 进行仿真。

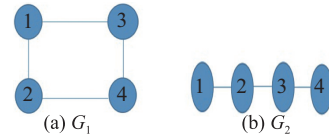


图8 切换拓扑图

Fig. 8 Switching topology

图9是所有智能体在基于事件一致性协议(3)下的状态演变,可以看出在切换拓扑网络下所有智能体的状态仍可以收敛到一个相同的值。

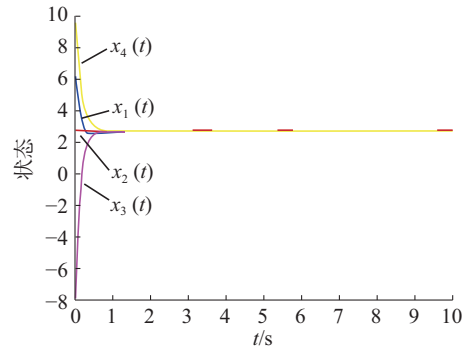


图9 智能体的状态

Fig. 9 States of the agents

图10是所有智能体在基于事件一致性协议(3)下的事件触发时刻。

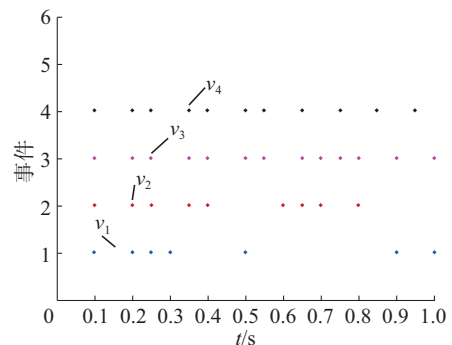


图10 智能体的事件触发时刻

Fig. 10 Event times for the agents

5 结束语

本文首先在特定事件条件下利用二阶邻居信息设计了一阶多智能体系统在固定拓扑网络下的一致性协议,利用李雅普诺夫函数,设计采样数据事件检测器使状态渐近收敛到它们的初始状态平均值,发现多智能体系统利用二阶邻居信息能够加快一致性收敛速度。在固定拓扑网络研究结果的基础上,同样给出在切换拓扑网络下的基于事件一致性结果,最后利用仿真加以说明。以后将在二阶动力学方程下利用特定的事件触发条件来研究多智能体系统的一致性问题。

参考文献:

- [1] 王航飞,禹梅,谢广明. 基于事件驱动的环形编队多智能体系统[J]. 系统科学与数学, 2014, 34(7): 815–827.
WANG Hangfei, YU Mei, XIE Guangming. Event-driven circle formation control for multi-agent systems[J]. Journal of systems science and mathematical sciences, 2014, 34(7): 815–827.
- [2] 庄昊,杨洪勇. 联合连通拓扑下的二阶多自主系统有限时间包容控制[J]. 智能系统学报, 2017, 12(2): 188–195.
ZHUANG Hao, YANG Hongyong. Finite-time containment control of second-order multi-agent systems with jointly connected topologies[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2017, 12(2): 188–195.
- [3] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE transactions on automatic control, 2004, 49(9): 1520–1533.
- [4] 俞辉,蹇继贵,王永骥. 多智能体时滞网络的加权平均一致性[J]. 控制与决策, 2007, 22(5): 558–561.
YU Hui, JIAN Jigui, WANG Yongji. Weighted average consensus for networks of multi-agent with time -delays[J]. Control and decision, 2007, 22(5): 558–561.
- [5] GUO Meng, D V DIMAROGONAS. Nonlinear consensus via continuous, sampled, and aperiodic updates[J]. International journal of control, 2013, 86(4): 567–578.
- [6] LI Hongjie, ZHU Yinglian, WANG Jietai, et al. Consensus of nonlinear second-order multi-agent systems with mixed time-delays and intermittent communications[J]. Neurocomputing, 2017, 251(16): 115–126.
- [7] REZAEI H, ABDOLLAHIA F. Discrete-time consensus strategy for a class of high-order linear multiagent systems under stochastic communication topologies[J]. Journal of the franklin institute, 2017, 354(9): 3690–3705.
- [8] LUNZE J, LEHMANN D. A state-feedback approach to event-based control[J]. Automatica, 2010, 46(1): 211–215.
- [9] MENG Xiangyu, CHEN Tongwen. Optimal sampling and performance comparison of periodic and event based impulse control[J]. IEEE transactions on automatic control, 2012, 57(12): 3252–3259.
- [10] MENG Xiangyu, CHEN Tongwen. Event based agreement protocols for multi-agent networks[J]. Automatica, 2013, 49(7): 2125–2132.
- [11] LIU Kaian, JI Zhijian, XIE Guangming, et al. Event-based broadcasting containment control for multi-agent systems under directed topology[J]. International journal of control, 2016, 89(11): 2360–2370.
- [12] FAN Yuan, YANG Yong, ZHANG Yang. Sampling-based event-triggered consensus for multi-agent systems[J]. Neurocomputing, 2016, 191: 141–147.
- [13] ZHU Wei, PU Huizhu, WANG Dandan, et al. Event-based consensus of second-order multi-agent systems with discrete time[J]. Automatica, 2017, 79: 78–83.
- [14] 黄红伟,黄天民. 基于事件触发的二阶多智能体领导跟随一致性[J]. 控制与决策, 2016, 31(5): 835–841.
HUANG Hongwei, HUANG Tianmin. Leader-following consensus of second-order multi-agent systems via event-triggered control[J]. Control and decision, 2016, 31(5): 835–841.
- [15] 胡春健. 基于事件驱动的一般线性多智能体系统的一致性[J]. 重庆邮电大学学报: 自然科学版, 2013, 25(4): 549–562.
HU Chunjian. Event-based consensus of general linear multi-agent systems[J]. Journal of chongqing university of posts and telecommunications: Natural science edition, 2013, 25(4): 549–562.
- [16] YANG Dapeng, REN Wei, LIU Xiaodong, et al. Decentralized event-triggered consensus for linear multi-agent systems under general directed graphs[J]. Automatica, 2016, 69: 242–249.
- [17] 张协衍. 网络化多智能体系统的一致性研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2015: 75–102.
ZHANG Xieyan. Consensus problem of network multi-agent systems[D]. Changsha: Hunan university, 2015: 75–102.
- [18] YUAN Deming, XU Shengyuan. Accelerating distributed average consensus by exploring the information of second-order neighbors[J]. Physics letters A, 2010, 374(24): 2438–2445.
- [19] LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang. Event-triggered average-consensus for multi-agent systems[J]. Proceedings of the 29th chinese control conference, 2010, 57(12): 4506–4511.
- [20] 王康,纪志坚,晁永翠. 二阶邻居协议下多智能体系统能控能观性保持[J]. 智能系统学报, 2017, 12(02): 213–220.
WANG Kang, JI Zhijian, CHAO Yongcui. A control Strategy for maintaining controllability and observability of a multi-agent system with the second-order neighbor-

hood protocol[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2017, 12(02): 213–220.

- [21] PAN Huan, NIAN Xiaohong. Second-order consensus in multi-agent systems based on second-order neighbours' information[J]. International journal of systems science, 2014, 45(5): 902–914.

- [22] HORN R A, JOHNSON C R. Matrix analysis[M]. Cambridge university press, 2012: 344.

作者简介:



夏倩倩, 女, 1992 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为多智能体系统协作控制。



刘开恩, 男, 1974 年生, 副教授, 博士, 主要研究方向多智能体系统分析与控制。主持山东省自然科学英才基金项目、中国博士后科学基金面上项目和青岛市博士后应用研究项目各 1 项, 被 SCI 检索论文 10 余篇。



纪志坚, 男, 1973 年生, 教授, 博士生导师, 博士, 主要研究方向为群体系统动力学与协调控制、复杂网络、切换动力系统的分析与控制、系统生物以及基于网络的控制系统。曾主持国家自然科学基金 3 项、山东省杰出青年科学基金项目 1 项。山东省杰出青

年基金获得者, 发表学术论文 70 余篇, 其中被 SCI 检索 23 篇, 被 EI 检索 50 余篇。

2018 第三届机电一体化和自动化技术国际会议 (ICMAT 2018) 2018 3rd International Conference on Mechatronics and Automation Technology (ICMAT 2018)

ICMAT 2018 是由皇家墨尔本理工大学, AUT 大学, 斯文本科技大学, 澳大利亚国立大学和香港机械工程师协会联合主办。本次会议将于 2018 年 9 月 27—29 日在泰国普吉岛举办。ICMAT2016 和 ICMAT2017 已成功在奥克兰和墨尔本举行。

欢迎在机电一体化和自动化技术, 在处理理论的新发展, 分析建模与仿真、实验、示范和数值, 高级部署和案例研究, 实验室或现场运行试验结果的投稿。此次会议将为世界各地机电一体化和自动化技术这一领域的科研专家们提供面对面的交流机会。

【出版与检索】

所有注册和提交的论文将发表在会议论文集, 并提交 EI Compendex, Scopus, Thomson Reuters (WoS), Inspec 及其他检索机构检索。

被选中的优秀论文将刊发在国际期刊上。

【征稿主题】

智能机电一体化	光电元件和材料
机器人	激光技术与激光加工
仿生	控制系统建模
自动化和控制系统	仿真技术

Website: <http://www.icmat.net/cfp.html>