

DOI:10.11992/tis.201507037

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/23.1538.tp.20151110.1354.016.html>

# 数值求解优化问题在活动轮廓模型上的应用

廖翠萃<sup>1</sup>, 李敏<sup>2</sup>, 梁久祯<sup>2</sup>, 廖祖华<sup>1</sup>

(1. 江南大学 理学院, 江苏 无锡 214122; 2. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

**摘要:**针对活动轮廓模型图像分割过程中迭代次数多, 分割速度慢的问题, 提出一种高阶的数值求解方法。分析活动轮廓模型中基于全局信息的 CV 模型, 以及基于局部信息的 LBF 模型, LIF 模型。使用二阶、三阶 Runge-Kutta 方法, 原始 Euler 方法对模型进行数值求解实验对比分析。并对 LBF 模型中平滑项系数, 时间步长的选取进行讨论。通过对非同质图像、同质图像的实验结果分析表明, 所采用的数值方法能够有效地提高数值收敛精度、减少迭代次数、计算效率高。对不同系数和时间步长, 数值方法也能表现出较好的稳定性。

**关键词:** CV 模型; LBF 模型; Runge-Kutta 方法; 数值求解优化; 图像分割

**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2015)06-0886-07

中文引用格式: 廖翠萃, 李敏, 梁久祯, 等. 数值求解优化问题在活动轮廓模型上的应用[J]. 智能系统学报, 2015, 10(6): 886-892.

英文引用格式: LIAO Cuicui, LI Min, LIANG Jizhen, et al. Application of a numerical solution to the optimization problem in the active contour model[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2015, 10(6): 886-892.

## Application of a numerical solution to the optimization problem in the active contour model

LIAO Cuicui<sup>1</sup>, LI Min<sup>2</sup>, LIANG Jiuzhen<sup>2</sup>, LIAO Zuhua<sup>1</sup>

(1. Department of Information and Computation Science, College of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Institute of Intelligent Systems and Network Computing, School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** In this paper, we analyze numerical optimization procedures and propose high-order numerical methods to deal with the problems of slow convergence and low efficiency in the active contour model. First, we analyze the global information region-based active contour Chan-Vese (CV) model, the local information region-based local binary fitting (LBF) model, and the local image fitting (LIF) model. Then, we compare and analyze image segment results utilizing second-and third-order explicit Runge-Kutta methods, and the standard explicit Euler method. We also analyze the segment results of different sliding coefficient parameters and time steps of the LBF model. The experimental results for the intensity inhomogeneities and common images show that the proposed numerical methods can reduce the number of iterations, and improve convergence accuracy and computational efficiency. In addition, for different coefficients and time steps, the proposed methods yield greater stability.

**Keywords:** CV model; LBF model; Runge-Kutta method; numerical optimization procedure; image segment

活动轮廓模型<sup>[1]</sup> 图像分割方法近年来得到了很好的发展, 大体可分为基于图像边界信息的分割和基于图像区域信息的分割模型 2 种。其中基于图

像区域信息的 Chan-Vese (CV) 模型<sup>[2]</sup>, 主要是依赖于图像全局的灰度信息, 再使用曲线演化理论和水平集方法。模型的求解过程可以转化为寻找能量泛函的极小值问题, 通常采用显示欧拉的数值求解方法<sup>[3]</sup>, 通过变分法得到能量泛函的 Euler-Lagrange 方程, 最后用有限差分方法进行迭代求解。

CV 模型中水平集函数增加了其计算量, 存在

收稿日期: 2015-04-30. 网络出版日期: 2015-11-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11401259); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (jusr11407).

通信作者: 廖翠萃. E-mail: cliao@jiangnan.edu.cn.

着耗时长、效率低以及易于陷入局部极小值等问题。针对模型的改进,李春明等<sup>[4]</sup>提出的处理强度不均匀图像的局部二元拟合模型;此外,潘改等<sup>[5]</sup>结合了 LBF 模型和 GAC 活动轮廓模型这 2 种方法,能有效地处理弱边界图像的分割;张开华等<sup>[6]</sup>提出的局部图像拟合模型,基于高斯滤波的变分水平集方法来处理强度不均匀的图像分割;刘瑞娟等<sup>[7]</sup>提出的融合局部和全局信息的活动轮廓模型方法;王小峰等<sup>[8]</sup>提出了一种局部 CV 活动模型,将局部图像信息融入到模型中。对于数值求解方面的改进,如牛顿方法、与置信域相结合的一般牛顿方法<sup>[9]</sup>以及在此基础上的改进牛顿方法。此外还有二阶、三阶 Runge-Kutta 方法<sup>[10]</sup>在 CV 模型上的应用。这些算法都能有效地增加了模型的求解速度,并针对不同的问题都有所改进。目前, CV 模型被广泛地应用于医学图像分割,并具有很好的发展前景。

本文在优化模型的同时,主要对模型的数值求解过程进行分析改进。首先,分析活动轮廓模型中基于全局信息的 CV 模型,以及基于局部信息的 LBF 模型、LIF 模型。使用二阶、三阶 Runge-Kutta 方法,并与 Euler 方法进行对比实验。主要围绕 LBF 模型中平滑项系数,时间步长的选取进行讨论。最后通过对非同质图像和同质灰度图像的实验结果分析表明,该模型能够有效地提高数值求解的迭代次数,计算效率高,对不同系数,时间步长的稳定性好。

## 1 活动轮廓模型

### 1.1 基于全局区域信息的 CV 模型

经典 CV 模型<sup>[5]</sup>是简化 Mumford-Shah 模型,由学者 Chan 和 Vese 提出的一种利用图像区域信息的灰度图像分割方法。在能量泛函中添加了面积项  $\text{Area}(\text{inside}(C))$  和 Mumford-Shah 模型中原有的长度项  $\text{Length}(C)$  一起推动演化曲线到达分割物体的边界。求解过程中使用变分水平集方法,最小化能量泛函,通过 Euler-Lagrange 方法进行迭代数值求解。定义能量泛函为

$$E(c_1, c_2, C) = \mu \cdot \text{Length}(C) + \gamma \cdot \text{Area}(\text{inside}(C)) + F^{cv} \quad (1)$$

式中:  $\mu, \gamma \geq 0$  为权重系数,  $I_0(x, y)$  为待分割图像,  $\text{Length}(C)$  表示边界曲线  $C$  的长度项,  $\text{Area}(\text{inside}(C))$  为曲线  $C$  的内部区域的面积项,  $F^{cv}$  为活动轮廓线运动的基于全局信息的拟合项:

$$F^{cv} = + \lambda_1 \int_{\text{inside}(C)} |I_0(x, y) - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \int_{\text{outside}(C)} |I_0(x, y) - c_2|^2 dx dy \quad (2)$$

式中:  $c_1, c_2$  为活动轮廓线内部和外部的强度均值:

$$c_1 = \frac{\int_{\Omega} I(x, y) H(\phi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} K \cdot H(\phi(x, y)) dx dy} \quad (3)$$

$$c_2 = \frac{\int_{\Omega} I(x, y) (1-H(\phi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} K \cdot (1-H(\phi(x, y))) dx dy} \quad (4)$$

式中:  $H(\cdot)$  为 Hessian 函数。最终的分割轮廓线  $C$  的位置及未知常量  $c_1, c_2$  通过最优能量泛函得到:

$$E\{C^0, c_1^0, c_2^0\} = \text{Min}_{C, c_1, c_2} E(C, c_1, c_2) \quad (5)$$

### 1.2 基于局部区域信息的 LBF 模型及 LIF 模型

李春明等<sup>[4]</sup>提出的局部二元拟合模型,有效地解决了 C-V 模型难以准确分割强度不均匀图像的问题,该模型使用了图像的局部信息,引入一个以高斯函数为核函数的局部二值拟合能量泛函代替 C-V 模型的全局二值拟合能量项。对于任意像素点  $x, x \in \Omega$ , 其拟合项能量泛函:

$$F_x^{\text{LBF}} = \int_{\text{inside}(C)} K_{\sigma}(x-y) * |I(y) - f_1(x)|^2 dy + \int_{\text{outside}(C)} K_{\sigma}(x-y) * |I(y) - f_2(x)|^2 dy \quad (6)$$

式中:轮廓曲线将图像分为区域内和区域外。 $f_1(x)$  和  $f_2(x)$  分别为像素点  $x$  在区域内和区域外的灰度拟合值,具体由像素点  $x$  邻域内各个像素点所确定。 $K_{\sigma}(x-y)$  是标准差为  $\sigma$  的高斯核函数,通常取式 (7) 表达式:

$$K_{\sigma}(x-y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-y)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

当  $\sigma$  的取值过大时,计算量增大;而  $\sigma$  的取值过小时,获取局部区域灰度变化信息的能力降低,一般  $\sigma$  取 5。

关于嵌入函数  $\varphi(\cdot)$  的能量泛函最小值得到  $f_1(x)$  和  $f_2(x)$ :

$$f_1(x) = \frac{K_{\sigma}(x-y) * [H_{\phi}(\varphi(x)) I(x)]}{K_{\sigma}(x-y) * H_{\phi}(\varphi(x))} \quad (8)$$

$$f_2(x) = \frac{K_{\sigma}(x-y) * [1-H_{\phi}(\varphi(x)) I(x)]}{K_{\sigma}(x-y) * (1-H_{\phi}(\varphi(x)))} \quad (9)$$

局部图像拟合 (LIF) 模型是基于 LBF 提出的改进区域活动轮廓模型,利用分片光滑函数近似待分割图像。与 LBF 模型相类似, LIF 模型采用了像素点和邻域像素点差值来拟合能量。最后采用高斯滤波器,使得模型对噪声具有较好的鲁棒性和平滑性。其能量泛函的水平集形式可以表示:

$$E^{\text{LIF}}(\phi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |I(x) - I^{\text{LIF}}(x)|^2 dx \quad (10)$$

综上所述,LBF、LIF 模型和 C-V 模型都是求取全局最小的能量泛函,因此对乘性噪声都具有良好的抗噪性,能分割弱边界或者无边界的图像目标,并且初始曲线可设置在图像任意位置。与 C-V 模型相比,LBF 方法和 LIF 方法的高斯核函数能获得图像灰度变化的信息,能更准确分割灰度不均匀的图像。LBF 方法的能量泛函是以全局误差平方和最小的准则建立起来的,在实际中得到广泛应用。LIF 在 LBF 的基础上,对含有噪声图像的处理结果更加理想。

但是,上述模型在分割灰度值不均匀的复杂图像时,真实的目标和背景的误差平方和往往不是全局最小,而是局部最小。因此,模型的能量泛函不能准确描述复杂图像的目标和背景的特征,容易产生错误分割,或者陷入局部极小值的情况。本文从数值求解优化的角度出发,使用高精度的二阶、三阶 Runge-Kutta 方法,对 CV 模型、LBF 模型、RIF 模型的数值求解进行讨论分析,加快模型的收敛速度,在更少的迭代次数内得到更为精确的数值解。

## 2 数值求解方法

本文使用二阶、三阶 Runge-Kutta 方法,对活动轮廓模型中有代表性的 CV 模型、LBF 模型、LIF 模型的数值求解问题进行讨论分析。

对活动轮廓模型迭代求解时,使用水平集变分法对能量泛函求解,原始 CV 模型及 LBF 模型能量泛函均可简化写为

$$E(c_1, c_2, C) = nu \cdot \text{Length}(C) + F_{\text{拟合项}} \quad (11)$$

水平集函数初始化定义为

$$\begin{cases} C = \partial w = \{(x, y) \in \Omega; \phi(x, y) = 0\} \\ \text{inside}(C) = w = \{(x, y) \in \Omega; \phi(x, y) > 0\} \\ \text{outside}(C) = \Omega \setminus w = \{(x, y) \in \Omega; \phi(x, y) < 0\} \end{cases} \quad (12)$$

变分法最小化能量泛函 E 使用 Heaviside 函数:

$$H(z) = \begin{cases} 1, z \geq 0 \\ 0, z < 0 \end{cases} \quad (13)$$

及一维的 Dirac 函数  $\delta(z) = \frac{dH(z)}{dz}$ ,使用变分水平集方法对能量泛函极小化,可得 Euler-Lagrange 方程:

$$L(\phi^n) = \frac{\partial E}{\partial \phi} = -\delta(\phi) \left[ nu \cdot \text{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + F_{\text{拟合项}} \right] \quad (14)$$

计算时,采用正则化函数  $H_\varepsilon(z) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left( \frac{z}{\varepsilon} \right) \right)$ ,及  $\delta_\varepsilon(z) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + z^2}$ , $\varepsilon \rightarrow 0$  代替  $H(z)$  和  $\delta(z)$ 。

对于 Euler-Lagrange 方程的数值求解,传统的方法是采用 Euler 方法,本文将采用二阶、三阶 Runge-Kutta 方法,这 2 类数值方法的构造思想如下。

### 2.1 Euler 方法

对于给定的初始条件的微分方程  $y'(t) = f(t, y(t))$ ,  $y(t_0) = y_0$ , Euler 方法迭代求解过程为

$$y^{n+1} = y^n + \Delta t * f(t^n, y^n), n \geq 0 \quad (15)$$

式中: $f(t^n, y^n)$  为 Euler-Lagrange 方程。对活动轮廓模型数值求解时,Euler 方法的格式为

$$\begin{cases} \phi^0 = \text{initial } C \\ \phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t * L(\phi^n), n = 0, 1, \dots, \text{iter} \end{cases} \quad (16)$$

式中:iter 为迭代次数。Euler 方法形式简单、计算速度快、易于求解,但其在数值精度和数值稳定性方面表现较弱。

### 2.2 Runge-Kutta 方法

二阶 Runge-Kutta 可以表示为

$$\begin{cases} y^{n+1} = y^n + \Delta t * f(t^n, y^n) \\ y^{n+1} = y^n + \frac{\Delta t}{2} * (f(t^n, y^n) + f(t^{n+1}, y^{n+1})) \end{cases} \quad (17)$$

对活动轮廓模型数值求解时,二阶 RK 格式为

$$\begin{cases} \phi^0 = \text{initial}(C) \\ \tilde{\phi}^{n+1} = \phi^n + \Delta t * L(\phi^n) \\ \phi^{n+1} = \phi^n + W_2(\phi), n = 0, 1, \dots, \text{iter} \end{cases} \quad (18)$$

式中: $W_2(\phi) = \frac{\Delta t}{2} * (L(\phi^n) + L(\tilde{\phi}^{n+1}))$ 。

三阶 RK 格式为

$$\begin{cases} \phi^0 = \text{initial}(C) \\ \tilde{\phi}^{n+1} = \phi^n + \Delta t * L(\phi^n) \\ \tilde{\phi}^{n+\frac{1}{2}} = \phi^n + \frac{\Delta t}{4} * (L(\phi^n) + L(\tilde{\phi}^{n+1})) \\ \phi^{n+1} = \phi^n + W_3(\phi), n = 0, 1, \dots, \text{iter} \end{cases} \quad (19)$$

$W_3(\phi) = \frac{\Delta t}{6} * (L(\phi^n) + L(\tilde{\phi}^{n+1}) + 2L(\tilde{\phi}^{n+\frac{1}{2}}))$ 。

Runge-Kutta 方法是求解非线性微分方程的重要数值迭代方法,是 Euler 方法的一种推广。它提高了计算收敛精度,缩小截断误差,并且具有更好的稳定性。Runge-Kutta 方法的导出基于 Taylor 展开,对所求问题的解具有较好的光滑度,可以使近似公式达到所需要的阶数,并且能够有效提高方法的精度。计算时使用 Euler-Lagrange 函数在若干点上函数值的线性组合来构造近似公式,因此会在时间复

杂度上造成线性的倍数增加<sup>[14-15]</sup>。本文采用的显式二阶三阶 Runge-Kutta 方法并不会在计算复杂度上造成过多的影响。

对模型中的空间导数项的数值离散采用有限差分方法。本文选择二阶精度的中心差分方法进行数值的近似求解,对  $\phi_{i,j}^n$  进行半点中心差分,其偏导数为

$$\phi_x = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2h}, \phi_y = \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2h} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \phi_{xx} = \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{h^2} \\ \phi_{yy} = \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{h^2} \end{cases} \quad (21)$$

### 3 实验与结果分析

本文实验是在 Matlab R2011b 平台上进行的,所用的计算机系统配置如下:CPU 为 Intel(R) Core(TM)

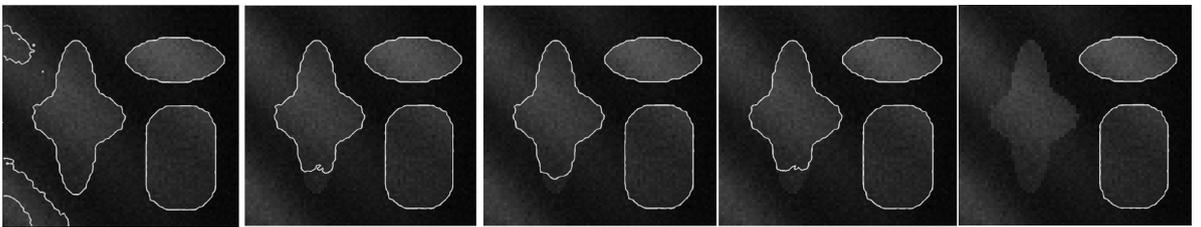
i5-3470; 主频为@3.20 GHz; 内存为 4 GB; 操作系统为 Microsoft Windows7 Professional。实验选用的素材参考文献[11],采用的评价方法参考文献[12-13]。

#### 3.1 LBF 模型的参数讨论

第 1 部分的参数讨论分析中,LBF 模型对活动轮廓模型 Euler-Lagrange 函数,即式(14)的长度项光滑项系数 nu 值,以及时间步长  $\Delta t$  比 CV 模型,LIF 模型更加敏感。因此,本文在式(14)中使用拟合项  $F^{LBF}$ ,即式(6)。分别对 LBF 模型中的不同时间步长  $\Delta t$  和不同光滑系数项 nu 进行 3 种数值求解方法的实验讨论。

##### 3.1.1 对光滑系数项 nu 值的讨论

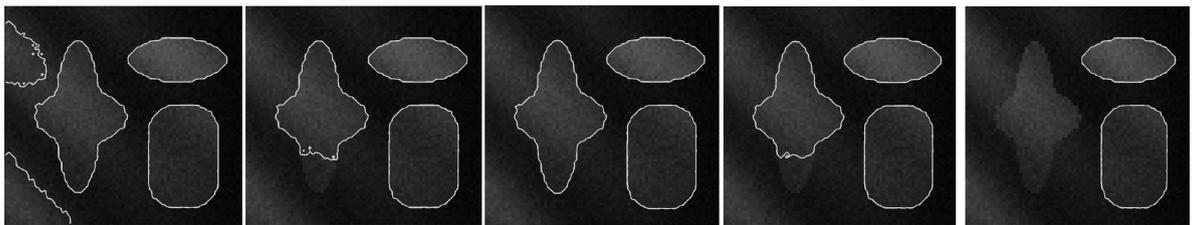
首先,本文对 LBF 模型中的时间步长  $\Delta t$  和光滑系数项 nu 进行讨论。固定时间步长  $\Delta t = 0.1$ ,对光滑项系数 nu = 0.001 × 255 × 255 到 nu = 0.005 × 255 × 255 的结果进行讨论。图 1~3 中 iter 为模型迭代次数。



(a)参数 iter=120 nu=0.001 × 255 × 255 (b)参数 iter=100 nu=0.002 × 255 × 255 (c)参数 iter=200 nu=0.003 × 255 × 255 (d)参数 iter=320 nu=0.004 × 255 × 255 (e)参数 iter=150 nu=0.005 × 255 × 255

图 1 显式 Euler 方法的图像分割结果

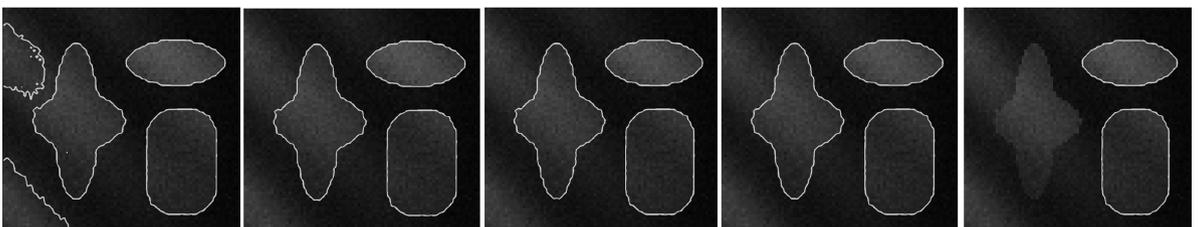
Fig.1 Segment results by explicit Euler method



(a)参数 iter=120 nu=0.001 × 255 × 255 (b)参数 iter=100 nu=0.002 × 255 × 255 (c)参数 iter=200 nu=0.003 × 255 × 255 (d)参数 iter=320 nu=0.004 × 255 × 255 (e)参数 iter=150 nu=0.005 × 255 × 255

图 2 RK-2 方法的图像分割结果

Fig.2 Segment results by RK-2 method



(a)参数 iter=120 nu=0.001 × 255 × 255 (b)参数 iter=100 nu=0.002 × 255 × 255 (c)参数 iter=200 nu=0.003 × 255 × 255 (d)参数 iter=320 nu=0.004 × 255 × 255 (e)参数 iter=150 nu=0.005 × 255 × 255

图 3 RK-3 方法的图像分割结果

Fig.3 Segment results by RK-3 method

观察图 1~3 (79×75) 可知, Euler 方法、二阶 RK 方法、三阶 RK 方法在  $\nu \leq 0.001 \times 255 \times 255$  时, 实验分割结果不稳定, 会造成图片左侧的误分割现象; 而当  $\nu > 0.005 \times 255 \times 255$  时, 实验的分割结果会陷入局部极小值, 不能对图像完全分割; 而当值处于  $0.001 \times 255 \times 255 < \nu < 0.005 \times 255 \times 255$  之间的稳定区域间时, 可以明显看出, 三阶 RK 方法比二阶 RK 方法和 Euler 方法能够在更少的迭代次数内得到图像的准确分割。

### 3.1.2 对光滑系数项 $\nu$ 值的讨论

固定光滑项系数  $\nu = 0.003 \times 255 \times 255$ , 对  $\Delta t = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$  的实验结果进行讨论。本文选取比较有代表性的 4 个时间步长, 对不同时间步长下的 Euler 方法、二阶 RK 方法、三阶 RK 方法进行分析。观察图 4~6 (size 127×96), 当  $\Delta t = 0.01$  时, 三阶 RK 方法需要迭代 800 次才能得到最终的结果, 而当  $\Delta t = 0.05, 0.1, 0.2$  时, 迭代次数依次递减。而当  $\Delta t > 0.2$ , 取  $\Delta t = 0.3$  时, 3 种方法都不能得到图像的正确分割结果。综合考虑, 本文所使用的 RK3 方法在稳定区域内, 不同的时间步长下, 均能在更少的迭代次数内得到正确的分割结果。

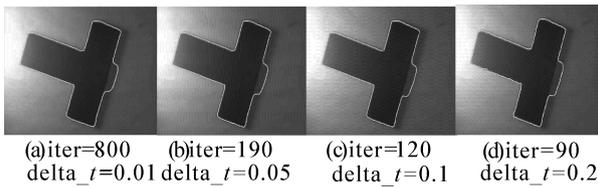


图 4 显式 Euler 方法的图像分割结果

Fig.4 Segment results by explicit Euler method

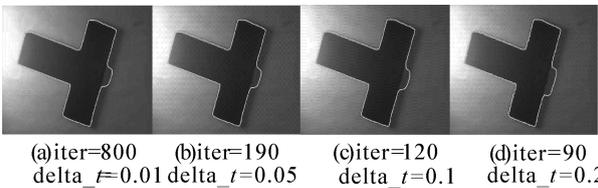


图 5 RK-2 方法的图像分割结果

Fig.5 Segment results by RK-2 method

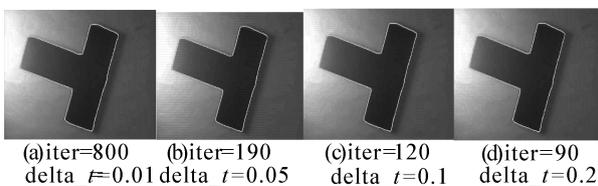


图 6 RK-3 方法的图像分割结果

Fig.6 Segment results by RK-3 method

## 3.2 不同灰度图像分割实验结果分析

在第 2 部分实验中, 本文分别讨论使用 LIF 模型中的局部信息拟合项  $F^{LIF}$  和全局信息拟合项  $F^{CV}$  时, 对强度不均匀的图像和一般灰度图像的 3 种数

值求解方法的进行分析。

### 3.2.1 局部信息拟合项对强度不均匀图像的分析

实验中所选图例均为图像分割实验中的经典图例。在对强度不均匀图像的处理中, 本文选择 LIF 模型中的考虑局部信息的拟合项  $F^{LIF}$ , 其形式与式 (6) 中的  $F^{LBF}$  拟合项格式相同, 在最后采用高斯滤波器, 使得模型对噪声具有较好的鲁棒性和平滑性。参数设置时, 统一设置时间步长  $\Delta t = 0.1$ , 光滑项系数  $\nu$  设置为 4 幅图像的经验参数中的最优参数: (a)  $\nu = 0.003 \times 255 \times 255$ , (b)  $\nu = 0.002 \times 255 \times 255$ , (c)  $\nu = 0.001 \times 255 \times 255$ , (d)  $\nu = 0.001 \times 255 \times 255$ 。

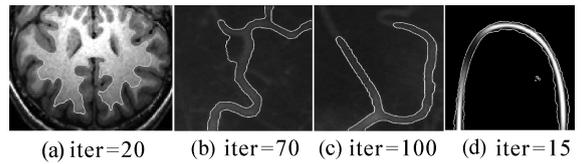


图 7 显式 Euler 方法的图像分割结果

Fig.7 Segment results by explicit Euler method

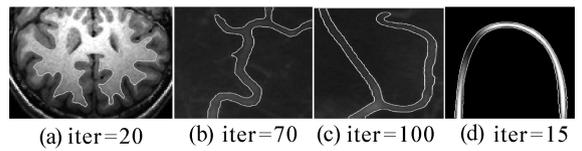


图 8 RK-2 方法的图像分割结果

Fig.8 Segment results by RK-2 method

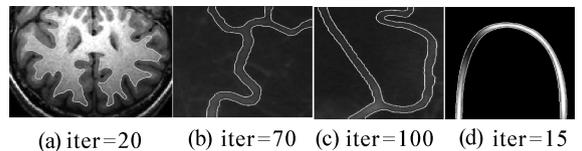


图 9 RK-3 方法的图像分割结果

Fig.9 Segment results by RK-3 method

表 1 强度不均匀图像分割运行时间对比

方法	图 3 (a)	图 3 (b)	图 3 (c)	图 3 (d)
Euler	0.142	0.435	0.556	0.122
RK-2	0.194	0.731	1.111	0.203
RK-3	0.312	1.100	1.613	0.310

通过观察图 7~9 可知, 在有限的迭代次数下, 二阶 RK 方法均能更快地得到最终解, 其中 RK-2 方法的收敛速度也明显优于 Euler 方法; 而对比表 1 中数据可知, 由于二阶、三阶 RK 方法的计算复杂度上比 Euler 方法更高, 二阶 RK 及三阶 RK 方法整体运行时间上略慢于 Euler 方法。然而其收敛速度,

精确度均比 Euler 方法更好。

### 3.2.2 全局信息拟合项对一般灰度图像的分析

在对一般灰度图像实验分析时,本文使用式(2)的全局信息拟合能量项  $F^{CV}$ ,对 3 幅比较有代表性的一般图像进行实验对比分析。统一设置时间步长  $\Delta t = 1$ ,光滑项系数  $\text{nu} = 0.001 \times 255 \times 255$ 。实验结果如图 10~12 所示。

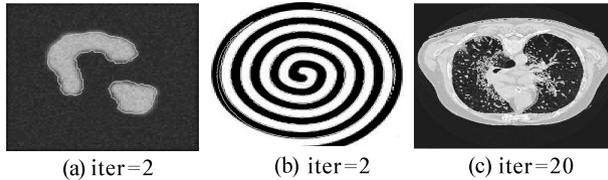


图 10 显式 Euler 方法的图像分割结果

Fig.10 Segment results by explicit Euler method

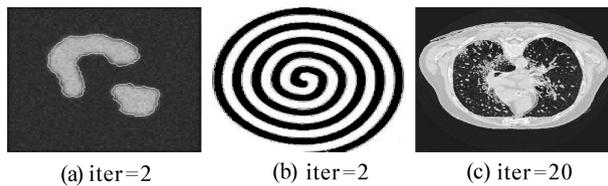


图 11 RK-2 方法的图像分割结果

Fig.11 Segment results by RK-2 method

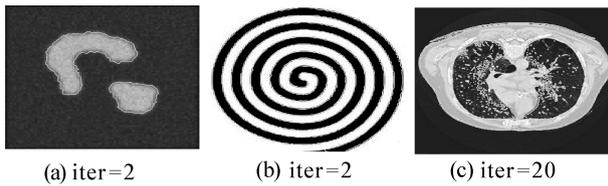


图 12 RK-3 方法的图像分割结果

Fig.12 Segment results by RK-3 method

从图 10(a)、11(a)、11(a)中可以看出,采用 Euler 方法,本文二阶、三阶 RK 方法得到的分割结果类似,均能在 2 次迭代之后收敛。这里主要是因为图像的分辨率较小且图像自身简单。此时,3 种方法均能得到正确结果;再观察图 10(b)、11(b)、12(b),二阶 RK 及三阶 RK 均能得到正确的分割结果,而 Euler 方法分割不完全,且带有许多不连续点;对含有大量噪声的图 10(c)、11(c)、12(c),3 种模型的抗噪能力均比较差,在迭代 20 次时,模型分割都带有大量噪点。也表明了本文方法没有在鲁棒性上着重改进。观察表 2 可知,当使用全局能量拟合项时,本文二阶、三阶 RK 模型,与 Euler 方法运行时间相近,且能得到更准确的分割结果。综上所述,本文方法具有一定的优势。

表 2 一般灰度图像分割运行时间对比数据

Table 2 Running time comparison of general gray images /s

方法	图 4(e) 84×84	图 4(f) 128×128	图 4(g) 256×256
Euler	0.030	0.048	0.302
RK-2	0.034	0.039	0.444
RK-3	0.038	0.041	0.602

## 4 结束语

本文使用高阶数值求解优化方法解决水平集变分图像分割问题。通过将二阶、三阶 Runge-Kutta 方法,与传统 Euler 方法在基于全局区域信息的 CV 模型,及基于局部区域信息的 LBF、LIF 模型上实验对比分析可知:本文模型对光滑项系数及不同时间步长的情况下,均能更快地得到实验结果,并有效提高了分割的精度。实验结果表明,RK-2、RK-3 方法的使用提高了计算精度、减少迭代次数、减小迭代误差,且比 Euler 方法具有更好地稳定性。然而 RK-2、RK-3 方法在在计算复杂度上比传统 Euler 方法较为复杂。因此,从模型和数值求解优化问题相结合的角度出发,如何选择更优的数值求解方法,以得到更优的实验结果,将作为今后继续研究发展的一个方向。

## 参考文献:

- [1] VESE L A, CHAN T F. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model [J]. International Journal of Computer Vision, 2002, 50 (3): 271-293.
- [2] CHAN T F, VESE L A. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10 (2): 266-277.
- [3] COHEN L D, COHEN I. Finite-element methods for active contour models and balloons for 2-D and 3-D images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 1993, 15(11): 1131-1147.
- [4] LI Chunming, KAO C Y, GORE J C, et al. Implicit active contours driven by local binary fitting energy [J]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2007: 1-7.
- [5] 潘改, 高立群, 张萍. 基于 LBF 方法的测地线活动轮廓模型 [J]. 模式识别与人工智能, 2013, 26(12): 1179-1184.
- [6] PAN Gai, GAO Liqun, ZHANG Ping. Geodesic active contour based on LBF method [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2013, 26(12): 1179-1184.
- [6] ZHANG Kaihua, SONG Huihui, ZHANG Lei. Active con-

- tours driven by local image fitting energy[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1199-1206.
- [7] 刘瑞娟, 何传江, 原野. 融合局部和全局图像信息的活动轮廓模型[J]. 计算机辅助设计与图形学报, 2012, 24(3): 364-371.
- LIU Ruijuan, HE Chuanjiang, YUAN Ye. Active contours driven by local and global image fitting energy[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2012, 24(3): 364-371.
- [8] WANG Xiaofeng, HUANG Deshuang, XU Huan. An efficient local Chan-Vese model for image segmentation[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(3): 603-618.
- [9] BAR L, SAPIRO G. Generalized Newton-type methods for energy formulations in image processing[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 508-531.
- [10] SCHEUERMANN B, ROSENHAHN B. Analysis of numerical methods for level set based image segmentation[J]. Advances in Visual Computing, 2009, 5876: 196-207.
- [11] LI Chunming, KAO C Y, GORE J C, et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(10): 1940-1949.
- [12] GE Feng, WANG Song, LIU Tiecheng. New benchmark for image segmentation evaluation[J]. Journal of Electronic Imaging, 2007, 16(3): 1010-1016.
- [13] 任守纲, 马超, 徐焕良. 基于改进主动轮廓模型的图像分割方法研究[J]. 计算机科学, 2013, 40(7): 289-292, 296.

REN Shougang, MA Chao, XU Huanliang. Improved skeleton extracton algorithm based active contour model research[J]. Computer Science, 2013, 40(7): 289-292, 296.

[14] CORMEN T H, LEISER C E, RIVEST R L, et al. Introduction to Algorithms[M]. 3rd ed. Cambridge, Mass: MIT press, 2009: 350-400.

[15] JOHNSON M L. Essential numerical computer methods [M]. Burlington, MA: Academic Press, 2010: 230-275.

#### 作者简介:



廖翠萃, 女, 1983 年生, 博士, 讲师。发表 SCI 检索论文 4 篇、CSCD 论文 4 篇, 主持国家自然科学基金项目 1 项。主要研究方向为保结构数值计算方法。



李敏, 女, 1990 年生, 硕士。发表 CSCD 论文一篇, 主持江苏省研究生科研实践项目一项。主要研究方向数字图像处理。



梁久祯, 男, 1968 生, 教授, 博士。主要研究方向为机器视觉、图像处理等。在专业杂志与国内外会议等发表学术论文 120 余篇, 其中被 SCI 检索 8 篇、EI 检索 33 篇、CSCD 检索 60 篇。主持国家自然科学基金项目 1 项、省部级项目 3 项。