DOI:10.3969/j.issn.1673-4785.201404035

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/23.1538.tp.20150526.0853.001.html

速度约束下 PSO 的六自由度机械臂时间最优轨迹规划

李小为,胡立坤,王琥

(广西大学 电气工程学院,广西 南宁 530004)

摘 要:以六自由度机械臂的运动学正逆解为前提条件,在关节空间中根据插值点设计机器人的运动轨迹,为使机械臂在不同的速度约束下以最短时间运行,提出了粒子群优化速度约束下的时间最优 3-5-3 多项式插值轨迹规划方法。粒子群算法结构简单、实现容易,参数易调整,直接选择以多项式插值时间为变量的搜索空间中进行 PSO 优化,并且对不符合速度约束条件的插值时间进行筛选。通过离化得到六自由度机械臂限速运行下的最短时间,在机器人控制平台上进行实时实验,得到关节运动位置、速度、加速度曲线,证明了该方法能够准确地实现任意速度约束的时间最优轨迹规划。

中文引用格式:李小为,胡立坤,王琥. 速度约束下 PSO 的六自由度机械臂时间最优轨迹规划[J]. 智能系统学报, 2015, 10(3): 393-398.

英文引用格式:LI Xiaowei, HU Likun, WANG Hu. PSO-based time optimal trajectory planning for six degrees of freedom robot manipulators with speed constraints [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2015, 10(3): 393-398.

PSO-based time optimal trajectory planning for six degrees of freedom robot manipulators with speed constraints

LI Xiaowei, HU Likun, WANG Hu

(College of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: The trajectory planning is designed for robot manipulators in the joint space according to interpolation points on the premise of the solutions to the forward and inverse kinematics problems of 6-DOF (depth of field) manipulators. This paper puts forward the particle swarm optimization (PSO)-based time optimal trajectory planning of the 3-5-3 polynomial interpolation method in order to make mechanical arms run in the shortest time at a constrained speed. The PSO is proposed to optimize run time due to its simple structure and easily adjustable parameters. The polynomial interpolation time rather than coefficient is selected as searching variable in PSO optimization. If the interpolation time of three polynomials doesn't meet the constraints, the particle will be excluded by comparison. The shortest time of the 6-DOF manipulators running at different speeds is obtained by offline PSO. Real-time experiments are conducted on the robot control platform. It shows that this method can accurately realize time optimal trajectory planning at any speed through its position, velocity and acceleration curves.

Keywords: robot; 6 DOF manipulators; particle swarm optimization; trajectory planning; polynomial interpolation; speed constraints; time optimal

目前轨迹规划主要从2个方面进行优化,一是

对时间的优化;二是对系统能量的优化;其中对最优 时间的研究最多。机器人时间最优轨迹规划是指在 满足各种约束条件下,以机器人运动时间最短为目 标来规划机器人的运动轨迹^[1]。对轨迹规划的时 间最优,一般从2个方面考虑,一是以速度和加速度 为约束条件:二是以运动学或动力学为约束,采用各 种非线性约束的最优化算法实现机器人最优轨迹规 划^[2]。文献[3]以机器人的位置、速度、加速度和二 阶加速度的运动学约束为前提,路径点之间用高次 多项式作曲线轨迹,采用柔性多面体搜索的算法求 解最优时间。由于在连接点处引入某一确定的加速 度值使得抑制振动变得十分困难。为了避免机械手 振动,延长关节使用寿命,关节轨迹都采用二次多项 式加余弦函数的形式[4],不仅可以保证各关节运动 的位移、速度、加速度连续,而且还可以保证各关节 运动的二阶加速度连续。但是采用二次多项式加余 弦函数的形式增加了计算的复杂度,需要耗费大量 的计算时间。利用具有光滑特性的三次样条曲线段 来连接路径点是最简单的多项式方法,在速度和加 速度的约束下能够减小两点之间的运行时间,同时 避免振荡[5]。基于多项式插值的轨迹规划,具有阶 次高、没有凸包性质等特点,很难用传统方法优 化[6]。文献[7]采用遗传算法对关节空间中各关 键点间的运行时间间隔进行规划。但是遗传算 法需要进行编码、解码过程,操作复杂。粒子群 优化方法具有算法简单、参数设置少、实现简单, 能够有效解决真实世界的复杂优化问题,与其他 求解约束优化问题的方法相比有一定的优势^[8]。 文献[9-10]采用粒子群优化算法对关节角轨迹 进行时间最优化求解。

不同于以往对速度的单一限制,本文采用粒子 群算法对任意关节速度下的机械臂进行运行时间的 优化。

1 多项式插值函数的构造

已知机器人在笛卡尔坐标系下起始点,2个路 径点以及终点的空间坐标,通过逆运动学求解得到 各个关节在4个插值点处的关节角度,用 θ_{ij} 表示关 节*i*插值的角度,其中*i*=1,2,…,*n*,*n*表示关节个 数,*j*=1,2,3,4代表4个插值点的序号。点与点之 间采用3-5-3多项式插值的曲线轨迹。其约束条件 是:已知第*i*个关节各段的初始点 θ_{i0} 、路径点 θ_{i1} 和 θ_{i2} 、末端点 θ_{i3} ,路径点之间的位置、速度与加速度 连续以及初始点和终点的速度、加速度均为0。

第 i 段关节 3-5-3 样条多项式的通式为

$$h_{i1}(t) = a_{i13}t^{5} + a_{i12}t^{7} + a_{i11}t^{7} + a_{i10}$$

$$h_{i2}(t) = a_{i25}t^{5} + a_{i24}t^{4} + a_{i23}t^{3} + a_{i22}t^{2} + a_{i21}t^{1} + a_{i20}$$

$$h_{i3}(t) = a_{i33}t^{3} + a_{i32}t^{2} + a_{i31}t^{1} + a_{i30}$$

式中: $h_{i1}(t) \ h_{i2}(t) \ h_{i3}(t)$ 分别代表 3 段多项式的轨 迹,未知系数 $a_{i1j} \ a_{i2j} \ a_{i3j}$ 为 3-5-3 样条多项式的第 i个关节轨迹各段插值函数的第 j 个系数。用以上的 14 个边界和过渡的约束条件,可以推导求解出 3-5-3 多项式的 14 个未知系数 a_{ij} ,推导公式为式(2) ~ (4)。式(2)中A 仅与第 i 个关节 3 段多项式的插值 时间 $t_{i1} \ t_{i2} \ t_{i3}$ 有关,式(3)代表第 i 个关节角的位置 矩阵^[6]。

$$A = \begin{bmatrix} B & C & 0 \\ 0 & D & E \\ 0 & 0 & F \\ G & 0 & 0 \\ 0 & H & I \end{bmatrix}$$
(2)
$$\theta =$$

 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{i3} & 0 & 0 & \theta_{i0} & 0 & 0 & \theta_{i2} & \theta_{i2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{A}_2 & \boldsymbol{A}_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(4)

式中:

E

(1)

粒子群算法是一种基于群体智能的全局进化优 化算法,它源于对鸟类捕食行为的模拟,将每个个体 看作 D 维搜索空间中一个没有体积和质量的微 $粒^{[11-12]}$,且在搜索空间中以一定的速度飞行,通过 群体中粒子之间的合作和竞争来寻找最优解。假设 一个包含 m 个微粒的微粒群在其 D 维搜索空间中 飞行,第 i 个粒子在 D 维空间的位置为 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{i0})$,飞行速度为 $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, ..., v_{i0})$,每个粒 子都具有一个由被优化的目标函数决定的适应值, 微粒 i 所经历的最好位置 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, ..., p_{i0})$,也 就是微粒 i 所经历过的具有最好适应值的位置,群 体所有微粒经历的最好位置为 p_g 。对每一次迭代, 第 i 个粒子的第 d 维分量(1 ≤ d ≤ D)在第 k + 1次 迭代时的速度和位置按式(5)和(6)变化:

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^{k} + v_{id}^{k+1}$$
(6)

式中: w 为惯性权重, c_1 为自身加速常数, c_2 为全局 加速常数, r_1 和 r_2 为 2 个相互独立的在[0,1] 变化 的 随 机 函 数, $v_{id}^k \in [-v_{max}, v_{max}]$, $x_{id}^k \in [-x_{max}, x_{max}]$, 如果 $v_{id}^k \chi_{id}^k$ 超出边界值,就用边界值 取代, v_{max}, x_{max} 是依据不同的目标函数和搜索空间 而不同的常数^[13]。式(5)中第1部分为微粒先前的 速度,第2部分为微粒自身的思考调整,第3部分为 种群间的协同合作。

如果选择多项式的系数 *a_{ij}* 作为待寻优量,则根 据式(2)~(4)可以得到时间变量 *t_{i1}、t_{i2}、t_{i3}*,这时候 粒子群的维数为 14 维。如果直接选择在时间变量 *t_{i1}、t_{i2}、t_{i3}* 的搜索空间进行优化,可以将维数降低,大 大减少了粒子群寻优的复杂性和困难性。优化目标 是使各个关节在约束的速度范围内以最短的时间运 行。其适应度函数为

$$f(t) = \min(t_{i1} + t_{i2} + t_{i3})$$
(7)

$$\max\{|V_i|\} \le V_{i\max} \tag{8}$$

式中: *V_i* 和 *V_{imax}* 分别是第*i* 个关节的实时速度和最大限制速度,利用粒子群算法对复杂的约束优化问题求解。

粒子群算法对机器人第 *i* 个关节进行最优时间 轨迹规划,具体步骤如下:

1)选定种群的规模 m (一般为 20),在插值时间的 3 维搜索空间中随机产生 m 个粒子构成初始种群,并初始化粒子的位置和速度。

2) 由 *m* 组时间变量 *t_{i1}、t_{i2}、t_{i3}* 代人式(2)~(4) 中可得出 3-5-3 多项式的未知系数 *a_{ii}*。

3)将 3-5-3 多项式的系数 *a_{ij}* 代入式(1)并对时间求导,得到关节角度的速度函数,判断实时速度是

在否满足式(8)。

4) 计算每个微粒的适应度值。对步骤 3) 的计 算结果进行筛选, 如果 3 段中的任何一段速度不符 合式(8), 则将该粒子的适应度值设置为极大的常 数, 在寻找最优粒子时, 通过适应度值的比较, 将会 排除这个适应度值较大的粒子, 不被筛选为最优粒 子。而这个粒子本身也会慢慢向最佳值进行靠拢, 直到满足速度的约束。如果 3 段的最大速度都符合 式(8), 则采用式(7) 作为适应度函数, 粒子群算法 迭代以获得最小插值时间为目标。

5) 对每个微粒,将其适应度值与其经历过的最 好位置 *p*_i 的适应度值作比较,如果较好,则将其替 换为当前的最好位置 *p*_i。

6)比较每个微粒当前最好位置的适应度值,得 到当前整体最优粒子,再与群体所经历的全局最好 位置 *p*_a 作比较,如果较好,则替换 *p*_a。

7)根据式(5)~(6)变化微粒的速度和位置,重 新整合成新的由 m 个粒子构成的种群。

8)如满足终止条件(通常为足够好的适应值或 达到一个预设最大迭代次数(N_{max})则算法结束,否 则返回步骤 2)。

本文设定粒子群的个数 m 为 20,初始的粒子位 置为[0.1,4.0]的任意随机数,粒子的最大飞行速度在 [-2,2]之间。粒子飞行速度的参数设置为惯性权重 $w = (W_{max} - i \times (W_{max} - W_{min})/N_{max}), W_{max} = 0.9,$ $W_{min} = 0.4, i$ 为迭代次数,循环迭代步数 N_{max} 为 50。 权重因子 $c_1 = 2, c_2 = 2, r_1$ 和 r_2 为[0,1]的随机数。

3 机器人建模与 PSO 仿真

本文主要研究工业机器人六自由度机械臂,采 用标准 D-H 坐标系法进行运动学建模^[14],如图1 所 示。6 个关节的 D-H 参数见表 1。



图 1 机械臂的 D-H 坐标系 Fig. 1 The D-H coordinates of robot manipulators

表 1

Table 1 The D-H parameters of six degrees of robot manipulators 关节 关节变量 $\theta_i / (\circ)$ d_i/mm a_i/mm $a_i/(\circ)$ 范围/(°) i 1 0 150 [-150,150] 90 0 2 0 570 0 90 [-80,65] 3 0 150 90 0 [-80,80]4 0 -90 [-175, 175]650 0 5 [-110,110] 0 0 90 0 6 105 0 0 [-200, 200]0

六自由度机械臂 D-H 参数表

通过解析法用 4×4 的齐次变换矩阵可以求解 出机械臂位置控制和方向控制的各关节角度的逆运 动学解析解。在直角坐标系下给定机械臂末端的轨 迹插值点,如表2。由逆运动学将各空间笛卡尔位 置插值点转化为关节空间的角度插值点。

表 2 笛卡尔空间的路径表 Table 2 The path in the Dartesian space			
起始点	路径点1	路径点2	终点
(800,0,615)	(950,100,560)	(750,300,560)	(550,200,700)

通过逆运动学解,得到1~6关节的初始位置, 路径点和终点所对应的角度如表3所示。

表 3 关节空间的角度插值点
 Table 3
 The interpolation points in the joint space

		• •		• •
关节 <i>i</i>	$ heta_{j0}$	$ heta_{j1}$	$ heta_{j2}$	θ_{j3}
关节1	0	-6.009	-21.803	-19.983
关节 2	0	15.053	-0.851	-18.161
关节 3	0	11.948	-10.833	-7.900
关节 4	0	0	0	0
关节 5	90	86.871	79.975	100.240
关节6	0	-6.009	-21.803	-19.983

按照第2节中的方法,在不同速度约束下,关节 1采用 PSO 求解最优时间,跟踪群体最好位置 p_{μ} 在 每次迭代过程中的位置变化,得到关节1的最优粒 子 p, 位置进化图, 如图 2。可以看出, 在不同速度 约束下,关节1最优粒子p。最多经过30次迭代就快 速收敛。其各个收敛值即为在特定的速度约束之 下,关节1运行三段插值多项式所需要的最短时间 为 t_{11} 、 t_{12} 和 t_{13} ,如表4所示。





表 4 关节1在不同速度约束下的最优时间

Table 4 The optimal time of joints 1 under the restriction different speeds

速度范围(°/s)	t_{11}/s	t_{12}/s	t_{13}/s
(-115,115)	0.222 9	0.294 9	0.138 4
(-57,57)	0.444 9	0.592 4	0.285 6
(-20,20)	1.274 7	1.636 1	0.848 5
(-10,10)	2.567 1	3.245 8	1.720 9

对于其他关节也同样采用上述方法进行寻优.从 而得到各个关节在不同速度约束下的运行最优时间。 由于研究目标是大型的工业机器人,关节速度不宜采 取过大,否则会产生强烈的振动,不利于机器人长期、 高效、稳定的运行。所以取关节速度在[-20,20](%s) 为例,按照与关节1同样的优化方法,得到各个关节的 最短插值时间,如表5。从表中可以看出,第4关节的 位置与机器人的姿态完全相关,因为机器人姿态在运 动过程中始终保持不变,所以关节4的位置也没有发 生变化,插值时间和速度都为0。关节1和关节6的运 动状态完全重合。

表 5 各关节在速度[-20,20]下的最优时间

Table 5 The optimal time of e	ach joint under	speed [-20,	20]
-------------------------------	-----------------	-------------	-----

关节 i	t_{i1}/s	t_{i2}/s	t_{i3} /s
关节1	1.274 7	1.636 1	0.848 5
关节 2	3.116 2	2.188 8	3.280 0
关节 3	3.107 0	3.997 7	1.605 0
关节 4	0	0	0
关节 5	0.813 1	1.170 2	3.062 0
关节 6	1.274 7	1.636 1	0.848 5

由于机器人各个关节是在同一时间内运动,所 以每段插值时间取各关节该段插值时间的最大值, $t_1 = \max\{t_{i1}\}, t_2 = \max\{t_{i2}\}, t_3 = \max\{t_{i3}\}$ (*i* = 1,2, …,6)。则 t_1 =3.116 2, t_2 =3.997 7, t_3 =3.280 0。

通过离线优化得到最短的插值时间,在机器人控制平台上编程实现 3-5-3 多项式时间最优轨迹规划,并进行实验。图 3~5 分别是各关节的位置、速度、加速度的实验曲线。从图中可以看出关节位置,速度,加速度均满足 14 个运动学约束条件。图 4 中,各个关节速度的最大值和最小值都在第 2 段插值时出现,第 2 关节和第 3 关节的速度在第 2 段时趋近于 - V_{max},第5 关节的速度在第 2 段时趋近于 V_{max}。



图 3 粒子群优化的机械臂关节位置曲线 Fig. 3 Mechanical arms' joint position curves of PSO









图 5 粒子群优化的机械臂关节加速度曲线



图 6 是粒子群优化的机械臂关节脉动曲线,由 于 3-5-3 多项式 3 次导数只有在某些特殊的情况下 才能保持连续。机械手的轨迹精度和关节脉动有密 切关系,关节脉动越小则机械手的轨迹精度越 高^[15]。此时,机械手的轨迹精度较低,误差较大,同 时使用寿命也会减少。如果要使脉动连续,则要以 提高阶次或复杂度为代价。在采集关节角度数据的 同时采集机器人的实时空间坐标,图 7 是在基于粒 子群优化的机械臂笛卡尔坐标下三维立体实验轨迹 曲线。可以看出曲线经过预设的点。实验验证了速 度约束下的 PSO 六自由度机械臂多项式插值轨迹 规化的有效性。



图 6 粒子群优化的机械臂关节脉动曲线

Fig. 6 Mechanical arms' joint pulsation curves of PSO



图 7 基于粒子群优化的机械臂轨迹曲线



5 结束语

采用速度约束下的 PSO 算法在计算机上离线 寻优出机器人3 段插值最优时间,在机器人控制平 台上进行编程实验,实验结果证明了速度约束下的 PSO 六自由度机械臂时间最优轨迹规划的可靠性。

传统 3-5-3 多项式插值,没有确定各段插值时 间的准则,插值时间是随便选取的已知数。根据 14 个已知条件,求出各个关节在 3 段插值时间内的多 项式,对于 3-5-3 多项式求导得到速度函数 2-4-2 多 项式,要求各个关节的速度满足一定的约束条件,即 要使这些多项式的值在约束范围内,要求高次多项 式满足限定条件,这本身就是非常复杂的数学问题, 加之多项式的系数本身就与插值时间有关,在满足 速度约束的条件下同时还要进行时间最优,就更是 一个复杂的难题,难以用传统的方法解决。而粒子 群算法能有效地解决这种复杂的约束优化问题。

在计算式(2)时,由于粒子群中的每个粒子都 是随机产生的,可能造成矩阵不满秩,不利于矩阵求 逆。但是对寻优过程并不会有太大影响,如果矩阵 不满秩,求解式(4)时使得 *a* 的各个系数为无穷大, 在后续粒子群寻优过程中,这个粒子会不满足速度 的约束条件从而被筛选出来。

本文在研究过程中并没有考虑脉动不连续对机器人造成的不利影响,下一步的工作就是在分析脉动 对系统的作用基础之上考虑脉动不连续的解决方案。

参考文献:

[1]李达. 工业机器人轨迹规划控制系统的研究[D]. 哈尔 滨:哈尔滨工业大学, 2011: 2-3.

LI Da. Study on industrial robot control system of trajectory planning[D]. Harbin, China: Harbin Institute of Technology, 2011: 2-3.

[2]张红强. 工业机器人时间最优轨迹规划[D]. 长沙: 湖南 大学, 2004: 9-10.

ZHANG Hongqiang. Time-optimal trajectory planning of industrial robot [D]. Changsha, China: Hunan University, 2004: 9-10.

- [3] LIN C S, CHANG P R, LUH J Y S. Formulation and optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1983, 28(12): 1066-1074.
- [4] 谭冠政, 王越超. 工业机器人时间最优轨迹规划及轨迹 控制的理论与实验研究[J]. 控制理论与应用, 2003, 20
 (2): 185-192.

TAN Guanzheng, WANG Yuechao. Theoretical and experimental research on time-optimal trajectory planning and control of industrial robots[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(2): 185-192.

- [5] BAZAZ S A, TONDU B. Minimum time on-line joint trajectory generator based on low order spline method for industrial manipulators [J]. Robotics and Autonomous Systems, 1999, 29(4): 257-268.
- [6] 付荣,居鹤华.基于粒子群优化的时间最优机械臂轨迹规划算法[J].信息与控制,2011,40(6):802-808.
 FU Rong, JU Hehua. Time-optimal trajectory planning algorithm for manipulator based on PSO[J]. Information and Control, 2011,40(6):802-808.
- [7]李东洁,邱江艳,尤波.一种机器人轨迹规划的优化算法[J].电机与控制学报,2009,13(1):123-127.
 LI Dongjie, QIU Jiangyan, YOU Bo. Optimal algorithm for trajectory planning of the robot[J]. Electric Machines and Control, 2009, 13(1):123-127.
- [8] LI Yanliang, SHAO Wei, YOU Long, et al. An improved PSO algorithm and its application to UWB antenna design [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters,

2013, 12: 1236-1239.

- [9] GUO Tongying, LI Feng, HUANG Kuan, et al. Application of optimal algorithm on trajectory planning of mechanical arm based on B-Spline curve [J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 376: 253-256.
- [10] SASKA M, MACAS M, PREUCIL L, et al. Robot path planning using particle swarm optimization of Ferguson splines[C]//IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation. Prague, Czech Republic, 2006: 833-839.
- [11]谢晓锋,张文俊,杨之廉. 微粒群算法综述[J]. 控制与 决策, 2003, 18(2): 129-134.
 XIE Xiaofeng, ZHANG Wenjun, YANG Zhilian. Overview of particle swarm optimization[J]. Control and Decision, 2003, 18(2): 129-134.
- [12] SUPAKAR N, SENTIHIL A. PSO obstacle avoidance algorithm for robot in unknown environment[C]//International Conference on Communication and Computer Vision (IC-CCV). Coimbatore, India, 2013: 1-7.
- [13] HU Menqi, WU T, WEIR J D. An adaptive particle swarm optimization with multiple adaptive methods [J]. IEEE Transactions on Evolutionary computation, 2013, 17(5): 705-720.
- [14] 尼库拉 库克. 机器人学导论—分析、控制及应用[M]. 孙富春,朱纪洪,刘国栋等,译. 第4版. 北京:电子工 业出版社,2004:60-72.
- [15] BORYGA M, GRABOS A. Planning of manipulator motion trajectory with higher-degree polynomials use[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(7): 1400-1419.

作者简介:



李小为,女,1989年生,硕士研究 生,主要研究方向为机器人、先进控制 理论与技术。



胡立坤,男,1977年生,教授,主要 研究方向是非线性系统动力学与控制、 光/风/蓄分布式电源转换与控制、工业 测控网络应用。作为主要参与人参与 国家自然科学基金项目2项,承担广西 科技开发计划项目2项、广西自然科学 基金1项和企业横向项目5项。获得

软件著作权 1 项,实用新型专利 1 项,申请发明专利 8 项。 发表学术论文 50 余篇,其中被 SCI 检索 2 篇,EI 检索 14 篇。



王琥,男,1990年生,硕士研究生, 主要研究方向为机器人视觉、先进控制 理论与技术。