

改进教与学优化算法的 LQR 控制器优化设计

拓守恒, 邓方安, 雍龙泉

(陕西理工学院 数学与计算机科学学院, 陕西 西安 723000)

摘要:为了快速有效地确定线性二次最优控制(linear quadratic regulator, LQR)问题中的加权矩阵 Q 和 R , 针对主动悬架 LQR 控制器权系数设计问题, 提出一种改进的教与学优化算法进行 LQR 优化设计。算法对基本教与学优化算法中的“教”与“学”阶段进行了进一步的改进, 同时提出一种“自我学习”策略。通过仿真实验表明, 和基本教与学算法、粒子群算法、遗传算法相比, 本文算法在对主动悬架 LQR 控制器优化时, 具有收敛速度快, 求解精度高和稳定性强等优势。

关键词:教与学优化算法; LQR 控制器; 优化控制; 主动悬架; 粒子群优化算法; 遗传算法

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2014)05-0602-06

中文引用格式:拓守恒, 邓方安, 雍龙泉. 改进教与学优化算法的 LQR 控制器优化设计[J]. 智能系统学报, 2014, 9(5): 602-607.
英文引用格式:TUO Shouheng, DENG Fang'an, YONG Longquan. Optimal design of a linear quadratic regulator (LQR) controller based on the modified teaching-learning-based optimization algorithm[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2014, 9(5): 602-607.

Optimal design of a linear quadratic regulator (LQR) controller based on the modified teaching-learning-based optimization algorithm

TUO Shouheng, DENG Fang'an, YONG Longquan

(School of Mathematics and Computer Science, Shaanxi University of Technology, Xi'an 723000, China)

Abstract: To determine the weighting matrix Q and R for a linear quadratic regulator (LQR), a modified teaching-learning-based optimization (MTLBO) algorithm is proposed to tune weighting factors for active suspension LQR controller. The “Teaching” phase and “learning” phase are modified using MTLBO based on the basic TLBO algorithm. A novel “self-learning” strategy is employed in MTLBO. The simulation results showed that the MTLBO algorithm has distinct advantages in convergence, precision and stability than basic TLBO, PSO and genetic algorithms.
Keywords: teaching-learning-based optimization algorithm; LQR controller; optimal control; active suspension; particle swarm optimization; genetic algorithm

线性二次最优控制(linear quadratic regulator, LQR)^[1]在现在的控制理论中是一种非常重要的最优控制算法,这主要是由于LQR是其他控制方法的基础并且能够很容易地应用到工程控制问题中。目前,LQR控制方法已经广泛应用于异步电动机控制、车辆驱动轴控制和结构振动控制等方面。

在实际应用中,在进行LQR控制器的设计时,关键问题是对权矩阵 Q 和 R 的调整, Q 和 R 的选取往往和所设计的控制器有关,并且没有好的方法确定 Q 和 R 。设计者往往凭经验采用多次试探法来确定一种相对较好的 Q 和 R ,但是,试探法往往得到的是局部最优控制方法。为此,Kalman首先提出一种加权矩阵选择法^[2]。文献[3]对加权矩阵选择法进行了进一步的改进。近年来,研究者采用遗传算法^[4-7]、粒子群算法^[8]和蚁群算法^[9]等群智能算法进行LQR控制器的优化并取得不错效果。但是,

还是存在优化用时长、获得全局最优解成功率低等问题^[10-11],本文提出一种改进的教与学优化算法进行 LQR 控制器的优化。

1 LQR 控制算法

假设受控线性不变系统的状态方程模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}(t)$ 是状态向量, $\mathbf{u}(t)$ 是控制向量, $\mathbf{y}(t)$ 是输出向量, \mathbf{A} 是系数矩阵, \mathbf{B} 是输入矩阵, \mathbf{C} 是输出矩阵, \mathbf{D} 是传递矩阵。

定义控制系统的二次型性能泛函为

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{x} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (2)$$

式中: \mathbf{Q} 为状态变量的加权矩阵, 是半正定矩阵; \mathbf{R} 为输入变量的加权矩阵, 是正定矩阵。

该系统最优控制的目标是寻求最优控制 $\mathbf{u}(t)$, 使得系统趋近于初始化状态, 并使 J 取得最小值。由线性二次型最优控制理论可知, 如果要使得 J 最小, 则控制向量应该为

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \quad (3)$$

式中: \mathbf{P} 为对称矩阵, 该矩阵满足:

$$\dot{\mathbf{P}} = -\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} \quad (4)$$

考虑在稳态的情况下, 系统状态逐渐趋近于 0, 可将式(4)简化为 Riccati 代数方程:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (5)$$

显然, 上述最优控制系统的性能指标主要取决于对称矩阵 \mathbf{P} , 而 \mathbf{P} 主要由矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 确定。 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 是参数矩阵, 因此, 系统性能主要由矩阵 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 来决定。然而, \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 怎样选取没有具体的求解方法, 常常依赖于设计者的主观经验进行实验调整, 直至获得相对可接受的满意解。

本文采用一种新型改进快速智能优化算法进行 LQR 控制器的优化设计。通过汽车主动悬架作为被控对象, 将提出的一种新的“教与学”优化算法应用于 LQR 控制器的设计中, 并将结果与遗传算法、粒子群优化算法和标准的“教与学”优化算法在 LQR 控制器优化中的性能进行比较。

2 教与学优化算法

“教与学”优化(TLBO)算法^[12-18]是一种新型的群体智能优化算法, 通过模拟人类的学习过程: “教”和“学”。通过两个阶段的学习, 从而促进每个个体的学习水平。

在标准的 TLBO 算法中, “班级”是个体的集合, 每个个体相当于一个学员, 每个学员所学的某一科目相当于一个决策变量。水平最高的学员被称为“教师”。每个学员通过“教师”的“教”和向其他学员“学习”来提高自身水平。

1) “教”阶段。

在“教”阶段, 班级中每个学员 X^j ($j = 1, 2, \dots, \text{NP}$) 根据 X_{teacher} 和班级中学员平均水平值 $\text{Mean} = \frac{1}{\text{NP}} \sum_{i=1}^{\text{NP}} X^i$ 之间的差异性进行学习。教学过程如下:

$$X_{\text{new}}^i = X_{\text{old}}^i + \text{Difference}$$
$$\text{Difference} = r_i \cdot (X_{\text{teacher}} - \text{TF}_i \cdot \text{Mean})$$

式中: X_{old}^i 表示第 i 个学员学习前的值, X_{new}^i 表示第 i 个学员学习后的值, $\text{TF}_i = \text{round}[1 + \text{rand}(0, 1)]$ 是教学因子, $r_i \in U(0, 1)$ 是随机学习步长, 表示学习速率。

2) “学”阶段

在“学”阶段, 学员 X^i ($i = 1, 2, \dots, \text{NP}$) 从班级中随机选取一个学员 X^j ($j = 1, 2, \dots, \text{NP}, j \neq i$) 作为学习对象, X^i 分析和比较自己和学员 X^j 之间的差异, 然后进行学习。学习过程如下:

$$X_{\text{new}}^i = \begin{cases} X_{\text{old}}^i + r_i \cdot (X^i - X^j), & f(X^j) < f(X^i) \\ X_{\text{old}}^i + r_i \cdot (X^j - X^i), & f(X^i) < f(X^j) \end{cases}$$

式中, $r_i = U(0, 1)$ 表示第 i 个学员的学习因子(学习步长)。

3) 学习结果更新, 学员在经过学习后要要进行更新操作。更新方法如下:

IF X_{new}^i is better than X_{old}^i
 $X^i = X_{\text{new}}^i$
End IF

基本 TLBO 算法的流程如图 1 所示。

3 改进的教与学优化算法

在标准的 TLBO 算法中, 所有学员的水平提高, 完全依赖老师的“教”和学员之间的交流“学习”, 从而使得学员在学习过程中对他人的过度依赖。我们知道, 每个人的学习主要是靠自身的努力和探索, 个人的创新能力是最重要的^[19-20]。因此, 为了发挥群体中每个学员的创新能力, 本文提出一种具有自我学习能力的教与学优化算法(modified teaching-learning-based optimization, MTLBO), 算法借鉴和声搜索算法思想进行个体的自我学习和自我探索创新能力挖掘, 用于加强每个个体的局部搜索能力, 从而增强种群的全局最优解的求解能力。

3.1 “教”(Teaching)学阶段的改进

本文中对 Mean 进行改进, 使的原来的 $\text{Mean} =$

$(X_{\text{worst}} + X_i)/2$,这样计算的好处是每个个体 X_i 在教学过程中 Mean 值都不同,从而保证种群的多样性,避免算法过早收敛,具体如下:

$$TF = \text{round} [1 + \text{rand}(1, d)]$$

$$X_{\text{new}} = X_i + \text{rand}(1, d) \cdot \left[\begin{matrix} X_{\text{teacher}} - \\ T_F \cdot \frac{(X_{\text{worst}} + X_i)}{2} \end{matrix} \right]$$

$$(i = 1, 2, \cdots, d)$$

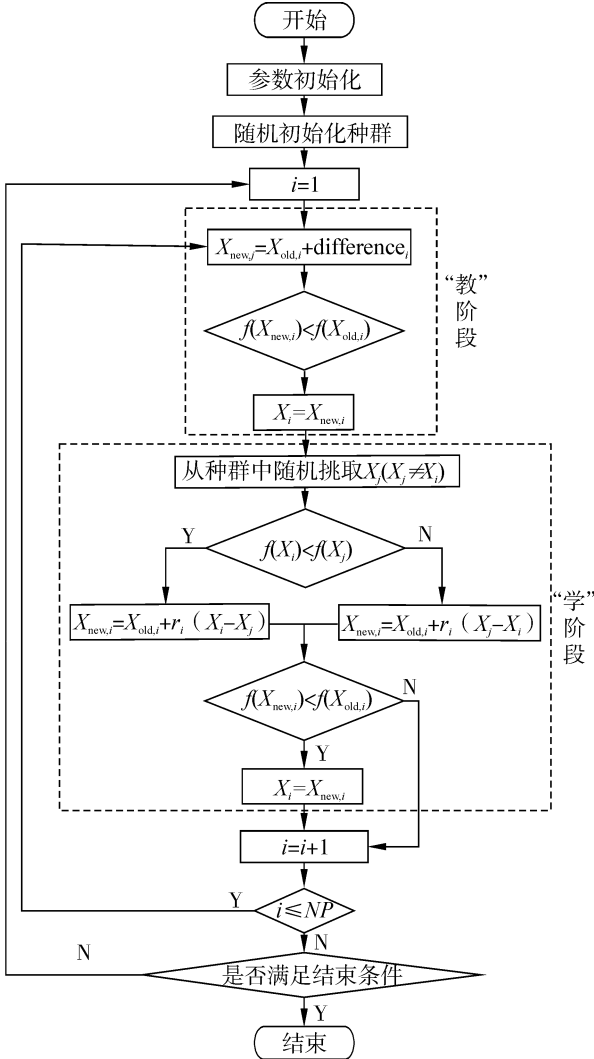


图 1 TLBO 算法流程图

Fig.1 Flow chart of TLBO algorithm

3.2 “学习”(Learning)阶段的改进

TLBO 算法在相互“学习”阶段,每个学员 $X_i(i = 1, 2, \cdots, N)$ 每次学习时随机选取一个学习对象 $X_j(j = 1, 2, \cdots, N, j \neq i)$ 进行学习,学习较为单一。本文算法要求每个学员在进行“相互学习”是,每次从班级中随机选取 2 个学习对象 X_{r_1} 和 $X_{r_2}(r_1 = 1, 2, \cdots, N; r_2 = 1, 2, \cdots, N; r_1 \neq r_2)$ 进行学习,学习过程伪代码如下:

For $i = 1 : NP$

Select 2 individuals at random $X_{r_1} \neq X_{r_2}$ from the current population

If $f(X_{r_1}) < f(X_{r_2})$

$$X_r = 2 \times X_{r_1} - X_{r_2};$$

Else

$$X_r = 2 \times X_{r_2} - X_{r_1};$$

End

$$X_{\text{new}} = X_i + \text{rand}(1, d) \cdot (X_r - X_i);$$

End

$\text{rand}(1, d)$ 表示在 $[0, 1]$ 区间随机生成一个 d 维的行向量。

3.3“自我”学习(self-learning)阶段

本文算法提出一种类似于和声搜索算法的自我学习策略。每个个体通过自我调整进行优化学习。由于每个学员可能同时学习多门课程(多个决策变量),在进行“自我”学习时只是对部分科目进行调整学习,保持优势学科,增强劣势科目。采用 3 种自我调整策略进行学习:

1) 向“某一科”较为优秀的同学学习,增强单科水平。学习概率为 LoP。

2) 自我调整,以概率 SRP 进行科目调整,调整步长为 Step。

3) 以概率 ILP 进行创新学习。

“自我”学习阶段的具体算法如下:

For $i = 1$ to NP

$$X_{\text{new}} = X_i$$

For $j = 1$ to d

If $\text{rand}() < \text{LoP}$

$$X_{\text{new}}(j) = X_a(j), a \in U\{1, 2, \cdots, NP\}; // \text{策略}(1)$$

Elseif $\text{rand}() < \text{SRP}$

$$X_{\text{new}}(j) = X_{\text{new}}(j) \pm \text{rand}(0, 1) \times \text{Step}(j) // \text{策略}(2)$$

Elseif $\text{rand}() < \text{ILP}$

$$X_{\text{new}}(j) = x^U(j) + \text{rand} \times (x^U(j) - x^L(j)); // \text{策略}(3)$$

End

End

End

其中,

$$\text{Step} = \text{minStep} + (\text{maxStep} -$$

$$\text{minStep}) \left(1 - \frac{t}{T} \right)$$

$$\text{maxStep} = (x^U - x^L)/50$$

$$\text{minStep} = (x^U - x^L)/3\ 000$$

t 是当且迭代次数, T 是允许最大迭代次数。

4 MTLBO 算法主动悬架 LQR 控制器优化

4.1 车辆主动悬架 LQR 控制器模型

本文以单轮车辆模型作为研究对象,如图 2。

具体系统运动方程和状态方程请参阅文献[11, 21]。图2中, x_b 表示车身垂向位移, x_g 表示路面垂向位移, x_w 表示车轮垂向位移, K_s 表示悬架刚度, K_t 表示车胎刚度, U_a 表示控制力。

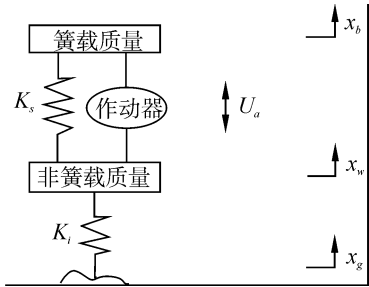


图 2 单轮车辆控制模型

Fig.2 Control model of single wheel vehicle

LQR 控制器的性能评价指标为 $J = \int_0^\infty (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{N} \mathbf{u}) dt$,其中,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_2 + \frac{K_s^2}{m_b^2} & -q_2 - \frac{K_s^2}{m_b^2} & 0 \\ 0 & 0 & -q_2 - \frac{K_s^2}{m_b^2} & q_1 + q_2 + \frac{K_s^2}{m_b^2} & -q_1 \\ 0 & 0 & 0 & -q_1 & q_1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{R} = \frac{1}{m_b^2}$$
$$\mathbf{N} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -K_s \\ K_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

式中: m_b 是簧载质量。
最优控制力 $U_a = -Kx(t)$,其中, K 是反馈增益矩阵,通过调用 MATLAB 中的线性二次最优控制设计函数 $LQR(A,B,Q,R,N)$ 可得到。
由于,该控制器的最优控制性能主要决定于加权系数为 $X(q_1,q_2,q_3)$,本文采用改进的教与学优化(MTLBO)算法进行优化。根据车辆主动悬架的性能评价指标:车身垂直加速度 BA,悬挂动行程 SWS 和轮胎动位移 DTD。因此,可将控制问题可表示为多目标优化问题^[10] :

$$\min L = [BA(X) \ SWS(X) \ DTD(X)] \ (0 < X_i < 10^6)$$

本文将其转化为单目标优化问题:

$$\min L = \alpha \frac{BA(X)}{BA_{pas}} + \beta \frac{SWS(X)}{SWS_{pas}} + \gamma \frac{DTD(X)}{DTD_{pas}}$$

式中: α, β, γ 表示 3 个目标的权重 ($\alpha + \beta + \gamma = 1$)。 BA_{pas} 、 SWS_{pas} 和 DTD_{pas} 表示 3 个目标的在被动悬架的性能。这样转换的目的是更公平的对 3 个目标进行优化。单轮车辆主动悬架 LQR 控制模型的 Simulink 图形如图 3。

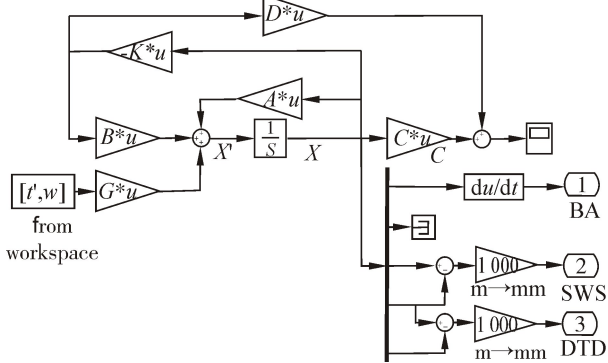


图 3 主动悬架 LQR 控制模型

Fig.3 LQR control model of active suspension

4.2 改进教与学优化算法的 LQR 控制器参数优化

采用改进的教与学算法进行 LQR 控制器优化算法流程如下:1)参数初始化。2)在可行域随机产生班级学员。3)根据 LQR 控制器输出反馈增益矩阵 K ,运行主动悬架模型,计算每个学员的适应值。4)选定老师,对每个学员进行“教”后,根据第 5)步重新计算学员的适应值,如果有进步则更新。5)学员之间相互学习,重新计算适应值并更新。6)自我学习调整。7)是否满足终止条件,如果满足则结束,否则转至 4)继续。算法具体流程如图 4 所示。

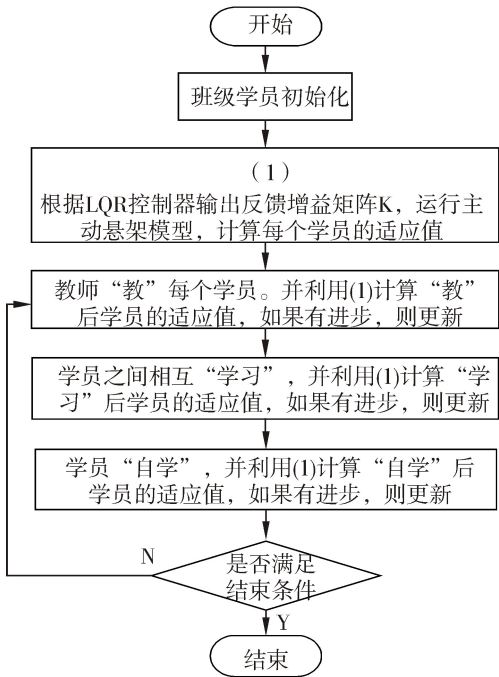


图 4 MTLBO 算法流程图

Fig.4 Flow chart of MTLBO algorithm

4.3 实验环境设置

为测试算法性能,将其和基本 TLBO 算法、粒子群优化(PSO)算法和遗传算法进行比较。在测试中,主动悬架参数设置和文献[11]中一致: $m_b=320\text{ kg}$, $m_w=40\text{ kg}$, $K_s=20\,000\text{ N/m}$, $G_0=5\times10^{-6}\text{ m}^3/\text{cycle}$. 参数 $\alpha=0.35$, $\beta=0.25$, $\gamma=0.4$ 。使用微机硬件环境为戴尔工作站: Intel Xeon(R) 2.4 GHz CPU, 8 GB 内存; 软件是在 MATLAB 2009(a) 软件平台上进行编程实现。各种优化算法参数设置如表

表 1 算法参数设置
Table 1 Parameter setting of algorithms

算法	允许最大迭代次数	种群大小(NP)	其他参数
PSO	40	20	$w=0.6, c1=c2=2; V_{\max}=1, V_{\min}=-1$
GA	100	100	交叉概率 $c_p=0.4$; 精英个数为 10, 采用分散交叉函数
TLBO	20	20	—
MTLBO	20	20	$TOP=0.55, SRP=0.3, ILP=0.1$

表 2 20 次运行结果统计表
Table 2 Result statistic of 20 independent runs

算法	Best	mean	Worst	Std
MTLBO	0.855 229	0.855 229	0.855 237	1.93E-06
TLBO	0.855 23	0.855 241	0.855 272	1.2E-05
PSO	0.855 229	0.855 237	0.855 298	1.65E-05
GA	0.856 105	13.872 2	20.908 28	9.545 736

表 3 4 种算法所获最优控制结果
Table 3 The optimal results of four algorithms

算法	性能指标			目标函数 适应值	q_1	q_2	q_3
	车身加速度 BA / ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	悬挂动行程 SWS/mm	车胎动位移 DTD/mm				
被动悬架	6.252 6	1.781 6	17.128 4	—			
MTLBO	5.536 96	1.703 5	12.025	0.855 22	102 204.443 06	11 672.867 716	208 888.167 55
TLBO	5.537 60	1.701 7	12.053 4	0.855 2	98 951.349 826	11 948.859 186	138 294.097 73
PSO	5.565 20	1.686 4	12.140 8	0.855 2	96 559.0311 14	12 161.725 204	1 000 000
GA	5.467 75	1.720 3	12.072 5	0.855 4	117 683.109 92	10 323.858 400	992 496.429 46

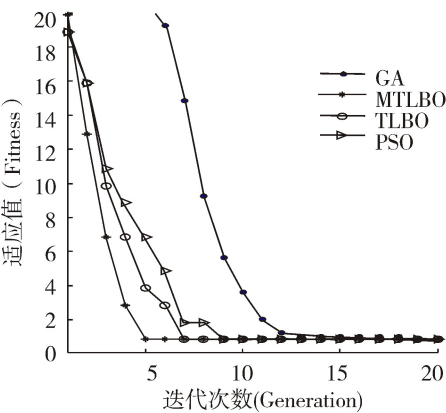


图 5 4 种算法的优化过程曲线

Fig.5 The convergent curves of four algorithms

1。对每种算法都进行 20 次独立运行,记录了运行所获的最优解、最差解,并计算出 20 个最优解的平均值和标准差,结果如表 2。图 5 中绘制了 4 种算法在 20 次运行中的平均优化曲线,图 6 采用盒图统计了 20 次实验的最优解分布.由图 5 可以看出,本文算法(MTLBO)的收敛速度最快且求解精度最高。图 6 显示,本文算法在 20 次运行中最为稳定,并且平均最优解最小。说明本文算法具有收敛速度快、求解精度高和稳定性好等优势。

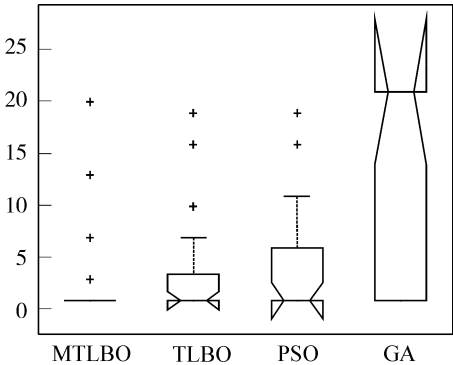


图 6 20 次独立运行中 4 种算法的最优解分布

Fig.6 Distribution of the optimal solutions of four algorithms after 20 independent runs

5 结束语

通过分析LQR控制器加权系数选择较难这一问题,给出了优化设计的基本思路。并提出一种改进的教与学优化算法(MTLBO),该算法模拟人类学习的基本过程(老师教、学生之间相互学和自学)进行设计。文中将改进的算法用于单轮车辆模型作为研究对象,建立主动悬架评价模型,采用MTLBO算法进行LQR控制器的优化,通过仿真实验证明本文算法在LQR控制优化方面是有效可行的。

参考文献:

[1] RAO P, CROW M L, YANG Z. STATCOM control for power system voltage control applications[J]. IEEE Trans Power Electron, 2000, 15(4): 1315-1317.

[2] KALMAN R E. When is a linear control system optimal[J]. J Basic Eng Trans, 1964, 86(1): 51-56.

[3] WANG Yaoqing. The determination of weighting matrices in LQ optimal control system [J]. Acta Automatic Sinica, 1992.

[4] SUNG Ghengchung, CHEN Gong. Optimal control systems design associated with genetic algorithm [C]//Proceedings of 2006 CACS Automatic Control Conference St. Taiwan, China, 2006: 10-11.

[5] BOTTURA C P. Rule based decision making unit for Eigen structure assignment via parallel genetic algorithm and LQR design [C]//Proceedings of the American Control Conference. Chicago, Illinois, 2000: 467- 471.

[6] BOTTURA C P. Parallel eigen structure assignment via LQR design and genetic algorithms [C]// Proceedings of the American Control Conference. San Diego, 1999: 2295-2299.

[7] HASSANZADEH I, MOBAYEN S, HARIFI A. Input-output feedback linearization cascade controller using genetic algorithm for rotary inverted pendulum[J]. American Journal of Applied Sciences, 2008, 5 (10): 1322-1328.

[8] HAMIDI J. Control system design using particle swarm optimization[J]. International Journal of Soft Computing and Engineering, 2012, 1(6): 2231-2307.

[9] 刘璐,任开春,武明亮. 基于网格划分策略的自适应 ACO 算法优化 LQR 控制器权值[J]. 西南科技大学学报, 2012, 25(3): 82-88.

LIU Lu, REN Kaichun, WU Mingliang. LQR Controller weight matrices optimized by adaptive ant colony algorithms based on meshing strategy[J]. Journal of Southwest University of Science and Technology, 2012, 25(3): 82-88.

[10] 史峰,王辉. MATLAB 智能算法 30 个案例分析 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2011: 255-300.

[11] 郭一峰,徐赵东,涂青,等. 基于遗传算法的 LQR 算法中权矩阵的优化分析[J]. 振动与冲击, 2010, 29(11): 217-221.

GUO Yifeng, XU Zhaodong, TU Qing, et al. Optimized analysis of weight matrix in LQR algorithm based on genetic algorithm[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29 (11): 217-221.

[12] RAO R V, SAVSANI V J, VAKHARIA D P. Teaching - learning-based optimization: anovel method for constrained mechanical design optimization problems [J]. Computer-Aided Design, 2011: 303-315.

[13] RAO R V, SAVSANI V J, VAKHARIA D P. Teaching - learning-based optimization: an optimization method for continuous non-linear large scale problems [J]. Information Sciences, 2012: 1-15.

[14] 拓守恒,雍龙泉,邓方安. “教与学”优化算法研究综述 [J]. 计算机应用研究, 2013(7): 1933-1938.

TUO Shouheng, YONG Longquan, DENG Fang'an. Survey of teaching-learning-based optimization algorithms [J]. Application Research of Computers, 2013(7): 1933-1938.

[15] 何红,拓守恒. 教与学优化算法在梯级水库优化调度中的应用[J]. 计算机与数字工程, 2013(7): 1057-1059.

HE Hong, TUO Shouheng. Application of teaching-learning-based optimization in optimal dispatching of cascade reservoirs[J]. Computer & Digital Engineering, 2013, 7: 1057-1059.

[16] 拓守恒. 一种优化神经网络的教与学优化算法[J]. 智能系统学报, 2013, 8(4): 327-332.

TUO Shouheng. A modified teaching-learning-based optimization algorithm and application in neural networks [J]. CAAI Transactions on intelligent systems, 2013, 8 (4): 327-332.

[17] 拓守恒. 改进的教与学优化算法 [C]//第 32 届中国控制会议论文集(E 卷).西安,中国, 2013: 7976-7981.

TUO Shouheng. Modified teaching-learning-based optimization algorithm [C]// 2013 32nd Chinese Control Conference, Xi'an, China, 2013: 7976-7981.

[18] 拓守恒. 利用教与学优化策略改进的和声搜索算法 [C]// 第 32 届中国控制会议论文集(E 卷).西安,中国, 2013: 6-10.

TUO Shouheng. An improved harmony search algorithm based on teaching-learning strategy [C]. 2013 32nd Chinese Control Conference, 2013: 6-10.

[19] EK M C, LIU S H, MERNIK L. A note on teaching - learning-based optimization algorithm[J]. Information Sciences, 2012: 79-93.

[20] RAO R V, PATEL V. An elitist teaching-learning-based optimization algorithm for solving complex constrained optimization problems [J]. International Journal of Industrial Engineering Computations, 2012(3): 535 - 560.

[21] 胡斐,赵治国. 主动悬架 LQR 控制加权系数多目标遗传算法优化[J]. 机械与电子, 2011(2): 28-31.

HU Fei, ZHAO Zhiguo. Optimization of weighting factors for LQR controller of active suspension based on multi-objective genetic algorithm [J]. Machinery & Electronics, 2011(2): 28-31.

作者简介:



拓守恒,男,1978 年生,副教授,CCF 会员,主要研究方向为智能优化算法和生物信息学。