DOI:10.3969/j.issn.1673-4785.201307013
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/doi/10.3969/j.issn.1673-4785.201307013.html

决策形式背景下的主观贝叶斯概率推理

郑淑贤[1],解滨[2],米据生[1]

(1. 河北师范大学 数学与信息科学学院,河北 石家庄 050024; 2. 河北师范大学 信息技术学院,河北 石家庄 050024)

摘 要:概率推理是进行数据分析的重要理论工具,利用专家经验值充分似然率和必然似然率可以进行主观概率推理。以主观贝叶斯概率推理理论为依据,讨论了决策形式背景中条件属性与决策属性之间的关系,将推理方法推广到包含度的形式,得出了无需先验概率的包含度计算方法。

关键词:贝叶斯方法;决策;决策表;决策理论与分析;形式概念分析;形式逻辑;包含度;概率逻辑

中图分类号: TP18 **文献标志码**:A **文章编号**:1673-4785(2014)02-0235-05

中文引用格式:郑淑贤,解滨,米据生. 决策形式背景下的主观贝叶斯概率推理[J]. 智能系统学报, 2014, 9(2): 235-239.

英文引用格式:ZHENG Shuxian, XIE Bin, MI Jusheng. Subjective Bayesian probabilistic reasoning based on decision formal context[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2014, 9(2): 235-239

Subjective Bayesian probabilistic reasoning based on decision formal context

ZHENG Shuxian[1], XIE Bin[2], MI Jusheng[1]

(1. College of Mathematics and Information Science, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050024, China; 2. College of Information Technology, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050024, China)

Abstract: Probabilistic reasoning is an important theoretical tool for data analysis. Subjective probabilistic reasoning can be realized by the use of the sufficient likelihood ratio and necessary likelihood ratio which are developed through expert experience. Based on the subjective Bayesian probabilistic reasoning, this paper details the relationships between condition attributes and decision attributes in a decision form context and popularized the reasoning for the form of the inclusion degree. Finally, a calculation method without a prior probability was obtained.

Keywords: Bayes methods; decision making; decision tables; decision theory and analysis; formal concept analysis; formal logic; inclusions; probabilistic logic

概率推理是根据不确定信息作出推理,同时需要对得出结论的概率作出估计的推理模型。贝叶斯推理问题是条件概率推理问题[1-2],最早在 18 世纪由英国学者贝叶斯提出,这一领域的研究可以深化人们对概率信息加工过程的理解,能够有效地指导人们进行判断决策以及数据推理。形式概念分析[3]是 1982 年由 Wille 首先提出的,它描述了对象和属性之间的联系,在数据分析和知识获取等方面有着非常重要的意义。形式背景是一类具有特殊关系的数据库,其特殊性反映在对象与属性之间的关系仅有是与非 2 种,决策形式背景是由对象集合、条件属性集合和决策属性集合形成的数据表。

目前许多学者正在进行将贝叶斯概率推理应用到数据库的研究[4-7]。Pawlak[8] 建立了贝叶斯理论和数据表之间的联系,Slezak 等 [9] 依据贝叶斯推理提出了贝叶斯数据模型,Y.Y.Yao[10] 基于贝叶斯决策过程提出了新的决策理论粗糙集模型,为数据推理提供了新的思想。本文提出的主观贝叶斯概率推理应用了贝叶斯公式的变形公式和主观给出的某些估计量,讨论决策形式背景中条件属性和决策属性的依赖关系。对于决策形式背景,条件属性的重要

收稿日期:2013-07-05. **网络出版日期**:2014-03-31.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61170107,61300121);河北省教育厅基金资助项目(Q2012093).
通信作者:解滨. E-mail:xiebin_hebtu@126.com.

性存在差异,虽然一些对象含有某种条件属性的数目比较多,但是这些条件属性对决策的影响程度可能比较小;而另外一些对象含有的某种条件属性的数目比较少,但是这些条件属性对决策的影响程度可能比较大。因此,不仅要考虑条件属性的个数,还要考虑条件属性和决策属性的关联程度。

1　基本概念

决策形式背景中知识的发现首先要根据不同的属性将对象进行分类,同一类中的对象均具有共同的属性,所以对属性的研究可以归结到对某类对象的研究。下面给出决策形式背景中对象的分类方法。

定义 1[11]　称 (U,A,I) 为形式背景,其中 $U=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$ 为对象集, $x_i(i\leqslant n)$ 称为对象; $A=\{a_1,a_2,\dots,a_m\}$ 为属性集, $a_j(j\leqslant m)$ 称为属性; I 为 $U\otimes A$ 上的二元关系, $I\subseteq U\otimes A$。若 $(x,a)\in I$, 则称 x 具有属性 a; 若 $(x,a)\notin I$, 则称 x 不具有属性 a。

定义 2[12]　如果 (U,A,I) 与 (U,D,J) 是 2 个形式背景,称 (U,A,I,D,J) 为决策形式背景。

定义 3　设 (U,A,I,D,J) 是一个决策形式背景,当 $(x,a)\in I$ 时,记为 $I_a(x)=1$, 即 x 具有属性 a; 当 $(x,a)\notin I$ 时,记为 $I_a(x)=0$, 即 x 不具有属性 a。

$$R_A=\{(x_i,x_j)\in U\times U \mid I_a(x_i)=I_a(x_j),\forall a\in A\}$$

称 R_A 为形式背景 (U,A,I,D,J) 中 U 上的确定关系。由于关系 R_A 满足自反性、对称性和传递性,因此 R_A 是 U 上的等价关系。在决策形式背景 (U,A,I,D,J) 中,由 R_A 可以产生 U 上的一个划分[13]:

$$U/R_A=\{[x_i]_A \mid x_i\in U\}$$

式中: $[x_i]_A=\{x_j\in U \mid (x_i,x_j)\in R_A\}=\{x_j\in U \mid I_a(x_i)=I_a(x_j),\forall a\in A\}$

同样对于决策属性 d, 有:

$$U/R_d=\{D_d,\bar{D}_d\}$$

式中: $D_d=\{x_i\in U \mid J_d(x_i)=1\}$, $\bar{D}_d=\{x_i\in U \mid J_d(x_i)=0\}$。

2　主观贝叶斯概率推理

概率理论是研究具有不确定性问题的理论,可以将其理解为信任的程度,也就是主观概率。它反映了人们的经验,可能会因人而异。不过它本身的不确定性并不影响其在不确定推理中的应用,依据主观概率进行推理可以更加明显地反映客观事实。下面给出决策形式背景中的主观贝叶斯概率推理。

定义 4　设 (U,A,I,D,J) 是决策形式背景,对于划分 $U/R_A=\{[x_i]_A \mid x_i\in U\}$, 可以表示为 $U/R_A=\{A_i,\bar{A}_i\}$, 其中 $A_i=[x_i]_A$ 表示与 x_i 具有完全相同的条件属性的对象全体, x_i 所具有的所有条件属性构成的集合称为 i-条件属性集,记为 A_i, $a\in A_i$ 为 i-条件属性; $\bar{A}_i=U-[x_i]_A$ 表示与 x_i 不具有完全相同的条件属性的对象全体,称 $\bar{A}_i=A-A_i$ 为非 i-条件属性集,称 $a\in\bar{A}_i$ 为非 i-条件属性。

显然 A_i 作为条件属性随机变量只有 2 种状态, A_i 表示 i-条件属性成立, $\bar{A}_i$ 表示 i-条件属性不成立; D_d 作为决策属性随机变量也有 2 种状态, D_d 表示决策属性 d 成立, $\bar{D}_d$ 表示决策属性 d 不成立。

若 P 是 (U,A,I,D,J) 上的概率测度,记

$$P(D_d/A_i)=\frac{P\{J_d(x)=1,I_a(x)=1\}}{P\{I_a(x)=1\}},\forall a\in A_i$$

则 $P(D_d/A_i)$ 是条件概率,是集合 A_i 相对于集合 D_d 的包含度。

下面根据文献[14],给出决策形式背景中的充分似然率与必然似然率的定义。

定义 5　设 (U,A,I,D,J) 是决策形式背景,其中 A_i 是条件属性随机变量, D_d 是决策属性随机变量,称 L_S 为充分似然率, L_N 为必然似然率。

$$L_S(A_i,D_d)=\frac{P(A_i/D_d)}{P(A_i/\bar{D}_d)}\tag{1}$$

$$L_N(A_i,D_d)=\frac{P(\bar{A}_i/D_d)}{P(\bar{A}_i/\bar{D}_d)}\tag{2}$$

定理 1　设 (U,A,I,D,J) 是决策形式背景,其中 A_i 是条件属性随机变量, D_d 是决策属性随机变量,则有:

$$O(D_d/A_i)=L_S\cdot O(D_d)\tag{3}$$

$$P(D_d/A_i)=\frac{L_S\cdot P(D_d)}{(L_S-1)P(D_d)+1}\tag{4}$$

式中:

$$O(D_d/A_i)=\frac{P(D_d/A_i)}{P(\bar{D}_d/A_i)}=\frac{P(D_d/A_i)}{1-P(D_d/A_i)}\tag{5}$$

$$O(D_d)=\frac{P(D_d)}{P(\bar{D}_d)}=\frac{P(D_d)}{1-P(D_d)}\tag{6}$$

$$P(D_d)=\frac{|D_d|}{|U|}\tag{7}$$

证明　由贝叶斯公式可得

$$P(D_d/A_i)=\frac{P(A_i/D_d)P(D_d)}{P(A_i)}\tag{8}$$

$$P(\bar{D}_d/A_i)=\frac{P(A_i/\bar{D}_d)P(\bar{D}_d)}{P(A_i)}\tag{9}$$

式(8)、(9)相除即得式(3)。将式(5)和式(6)分别代入式(3),即得

$$\frac{P(D_d/A_i)}{1-P(D_d/A_i)}=L_S\cdot\frac{P(D_d)}{1-P(D_d)}$$

于是

$$P(D_d/A_i)(1-P(D_d))=L_S\cdot P(D_d)(1-P(D_d/A_i))P(D_d/A_i)[(L_S-1)P(D_d)+1]=L_S\cdot P(D_d)$$

即得式(4)，证毕。

定理 2　充分似然率 L_S 对 $P(D_d/A_i)$ 的影响为

1) $L_S=1$ 时，$P(D_d/A_i)=P(D_d)$，即 i-条件属性对决策属性 d 的可信度无影响；

2) $L_S>1$ 时，$P(D_d/A_i)>P(D_d)$，即 i-条件属性增加决策属性 d 的可信度；

3) $L_S<1$ 时，$P(D_d/A_i)<P(D_d)$，即 i-条件属性减少决策属性 d 的可信度。

证明　设 $y=P(D_d/A_i)$，$a=P(D_d)$，$x=L_S$，则式(4)成为

$$y=ax/a(x-1)+1$$

对 x 求导即得

$$y'=\frac{a[a(x-1)+1]-a^2x}{[a(x-1)+1]^2}=\frac{a(1-a)}{[a(x-1)+1]^2}$$

若 $0<a<1$，则 $y'>0$，即 y 是 x 的增函数，当 $x=1$ 时，$y=a$。于是 $L_S=1$ 时，$P(D_d/A_i)=P(D_d)$，同理可证(2)和(3)，证毕。

例 1　一个关于人体健康状况的信息系统如表 1，其中 $U=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$，$A=\{a_1,a_2,a_3\}$，$D=\{d\}$，$d$ 成立表示人体健康，d 不成立表示人体不健康。

表 1　关于人体健康的决策表

Table 1　A decision table related to health

U	a_1	a_2	a_3	d
x_1	1	1	0	1
x_2	1	0	1	0
x_3	0	0	1	1
x_4	0	0	1	1
x_5	0	0	1	0
x_6	0	0	1	1

显然 (U,A,I,D,J) 是决策形式背景，$D_d=\{x_1,x_3,x_4,x_6\}$，$P(D_d)=2/3$，对于 3- 条件属性 A_3，有 $A_3=\{a_3\}$，则 $\bar{A}_3=\{a_1,a_2\}$。若专家给出 $L_S=1$，于是 $P(D_d/A_3)=2/3=P(D_d)$，也就说明了 a_3 这项指标对人体健康状况无影响；$L_S>1$，于是 $P(D_d/A_3)>2/3=P(D_d)$，也就说明了 a_3 这项指标可以使人体更加健康；$L_S<1$，于是 $P(D_d/A_3)<2/3=P(D_d)$，也就说明了 a_3 这项指标危害人体健康。通过以上的讨论可以看出指标 a_3 与人体健康状况的关系受到专家主观给出的 L_S 的影响，也就是说专家自身的主观经验在推理过程中起着至关重要的作用。

定理 3 设 (U,A,I,D,J) 是决策形式背景，其中 A_i 是条件属性随机变量，D_d 是决策属性随机变量，则有

$$O(D_d/\bar{A}_i)=L_N\cdot O(D_d) \tag{10}$$

$$P(D_d/\bar{A}_i)=\frac{L_N\cdot P(D_d)}{(L_N-1)P(D_d)+1} \tag{11}$$

式中：

$$O(D_d/\neg A_i)=\frac{P(D_d/\bar{A}_i)}{P(\bar{D}_d/\bar{A}_i)}\frac{P(D_d/\bar{A}_i)}{1-P(D_d/\bar{A}_i)}$$

证明　仿定理 1 可证。

定理 4　必然似然率 L_N 对 $P(D_d/\bar{A}_i)$ 的影响为：

1) $L_N=1$ 时，$P(D_d/\bar{A}_i)=P(D_d)$，即非 i-条件属性对决策属性 d 的可信度无影响；

2) $L_N>1$ 时，$P(D_d/\bar{A}_i)>P(D_d)$，即非 i-条件属性增加决策属性 d 的可信度；

3) $L_N<1$ 时，$P(D_d/\bar{A}_i)<P(D_d)$，即非 i-条件属性减少决策属性 d 的可信度。

证明　仿定理 3.2 可证。

主观贝叶斯概率推理为决策形式背景中的条件属性和决策属性间的关系讨论提供了一种简便的方法，计算在一定条件属性下决策成立的可信度，主要根据专家的经验知识给出充分似然率与必然似然率，由式(1)、(2)得

$$L_N=\frac{1-L_S\cdot P(A_i/\bar{D}_d)}{1-P(A_i/D_d)}$$

故可得到以下结论：

1) $L_S=1$，当且仅当 $L_N=1$；

2) $L_S\neq 1(L_N\neq 1)$，时必有 $(L_S-1)(L_N-1)<0$；

3) 当 $P(D_d/A_i)=0$ 时，必有 $P(A_i/D_d)=0$，于是 $L_S=0$，即对象具有 i-条件属性时决策属性 d 必然不成立；

4) 当 $P(D_d/\bar{A}_i)=0$ 时，必有 $P(\bar{A}_i/D_d)=0$，于是 $L_N=0$，即对象具有非 i-条件属性时决策属性 d 必然不成立；

5) 当 $1<L_S<\infty$ 且 L_S 越大，$P(A_i/D_d)$ 越大，从而 $P(D_d/A_i)$ 越大，于是 L_S 越大时，对象具有 i-条件属性时对决策属性 d 的确定越有利；

6) 当 $1<L_N<\infty$ 且 L_N 越大，$P(\bar{A}_i/D_d)$ 越大，从而 $P(D_d/\bar{A}_i)$ 越大，于是 L_N 越大时，对象具有非 i-条件属性时对决策属性 d 的确定越有利。

由于在主观贝叶斯概率推理中，L_S 和 L_N 是专家根据经验主观给出的，在给出 L_S 和 L_N 时必须充分理解它们的实际意义，也就是要满足以上 6 条性质。

3　基于包含度的概率推理

在上述推理过程中，利用了由经验给出的充分似然率与必然似然率计算条件概率 $P(D_d/A_i)$ 和

$P(D_d/\bar{A}_i)$。条件概率也是一种包含度,因此可以利用充分似然率与必然似然率计算其他的包含度。

定义 6 [15] X 为普通集合, $F(X)$ 表示 X 中模糊集合的全体,设对于任意 $\tilde{A},\tilde{B}\in F(X)$, 有数 $D(\tilde{B}/\tilde{A})$ 对应且满足:

1) $0\leqslant D(\tilde{B}/\tilde{A})\leqslant 1$;

2) 对于 $\forall\tilde{A},\tilde{B}\in F(X)$, $\tilde{A}\subseteq\tilde{B}$ 时 $D(\tilde{B}/\tilde{A})=1$;

3) 对于 $\tilde{A},\tilde{B},\tilde{C}\in F(X)$, $\tilde{A}\subseteq\tilde{B}\subseteq\tilde{C}$ 时有 $D(\tilde{A}/\tilde{C})\leqslant D(\tilde{A}/\tilde{B})$,

称 D 为 $F(X)$ 上的包含度。

容易验证:

$$D_1(D_d/A_i)=P(\bar{A}_i\vee D_d)=P\{x\mid x\notin A_i\vee x\in D_d\}$$

$$D_2(D_d/A_i)=P(\bar{A}_i/\bar{D}_d)=\frac{P\{x\mid x\notin A_i,x\in D_d\}}{P\{x\mid x\notin D_d\}}$$

是 2 种不同的包含度。

定理 5 设 (U,A,I,D,J) 是决策形式背景,其中 A_i 是条件属性随机变量, D_d 是决策属性随机变量,则有

$$D_1(D_d/A_i)=1-\frac{(1-L_N)P(\bar{D}_d)}{L_S-L_N}$$

$$D_1(D_d/\bar{A}_i)=1-\frac{(L_S-1)P(\bar{D}_d)}{L_S-L_N}$$

证明 由定理 1 和定理 2 可知:

$$P(D_d/A_i)=\frac{L_S\cdot P(D_d)}{(L_S-1)P(D_d)+1}$$

$$P(D_d/\bar{A}_i)=\frac{L_N\cdot P(D_d)}{(L_N-1)P(D_d)+1}$$

根据全概率公式:

$$P(D_d)=P(D_d/A_i)P(A_i)+P(D_d/\bar{A}_i)P(\bar{A}_i)$$

及

$$P(A_i)+P(\bar{A}_i)=1$$

就有

$$P(A_i)=\frac{(1-L_N)[(L_S-1)P(D_d)+1]}{(L_S-L_N)}$$

$$P(\bar{A}_i)=\frac{(L_S-1)[(L_N-1)P(D_d)+1]}{(L_S-L_N)}$$

于是得到

$$D_1(D_d/A_i)=P(\bar{A}_i\vee D_d)=$$

$$1-P(\bar{A}_i\wedge D_d)=1-P(\bar{D}_d/A_i)P(A_i)=$$

$$1-\left[1-\frac{L_S\cdot P(D_d)}{(L_S-1)P(D_d)+1}\right]P(A_i)=$$

$$1-\frac{P(A_i)P(\bar{D}_d)}{(L_S-1)P(D_d)+1}=1-\frac{(1-L_N)P(\bar{D}_d)}{(L_S-L_N)}$$

同理可得

$$D_1(D_d/\bar{A}_i)=1-\frac{(L_S-1)P(\bar{D}_d)}{L_S-L_N}$$

证毕。

定理 6 充分似然率 L_S 和必然似然率 L_N 对包含度 $D_1(D_d/A_i)$ 及 $D_1(D_d/\bar{A}_i)$ 的影响为:

1) $L_S=1$ 时, $D_1(D_d/A_i)=P(D_d)$; $L_N=1$ 时, $D_1(D_d/\bar{A}_i)=P(D_d)$。

2) $L_S>1$ 时, $D_1(D_d/A_i)>P(D_d)$; $L_N>1$ 时, $D_1(D_d/\bar{A}_i)>P(D_d)$。

3) $L_S<1$ 时, $D_1(D_d/A_i)<P(D_d)$; $L_N<1$ 时, $D_1(D_d/\bar{A}_i)<P(D_d)$。

证明 由函数的单调性可证。

定理 7 设 (U,A,I,D,J) 是决策形式背景,其中 A_i 是条件属性随机变量, D_d 是决策属性随机变量,以下关系成立:

$$D_2(D_d/A_i)=\frac{L_S-1}{L_S-L_N}$$

$$D_2(D_d/\bar{A}_i)=\frac{1-L_N}{L_S-L_N}$$

证明 由于

$$D_2(D_d/A_i)=P(\bar{A}_i/\bar{D}_d)=\frac{P(\bar{D}_d/\bar{A}_i)P(\bar{A}_i)}{P(\bar{D}_d)}=$$

$$\frac{(1-P(D_d/\bar{A}_i))P(\bar{A}_i)}{P(\bar{D}_d)}=$$

$$\left[1-\frac{L_N\cdot P(D_d)}{(L_N-1)P(D_d)+1}\right]\frac{P(\bar{A}_i)}{P(D_d)}=$$

$$\frac{P(\bar{A}_i)}{(LN-1)P(D_d)+1}$$

再将定理 5 中的 $P(\bar{A}_i)$ 代入即得

$$D_2(D_d/A_i)=\frac{L_S-1}{L_S-L_N}$$

同理可证

$$D_2(D_d/\bar{A}_i)=\frac{1-L_N}{L_S-L_N}$$

证毕。

例 2 根据表 1,可以得出 $P(D_d)=2/3$, $P(\bar{D}_d)=1/3$, 令 $L_S=2$, $L_N=0.5$ 于是计算出 $D_2(D_d/A_3)=\dfrac{2-1}{2-0.5}=\dfrac{2}{3}D_2(D_d/\bar{A}_3)=\dfrac{1-0.5}{2-0.5}=\dfrac{1}{3}$.

在计算过程中没有用到概率 $P(D_d)$ 以及 $P(\bar{D}_d)$,也就是说不需先验概率便可将包含度 D_2 计算得出。

由定理 7 易见,当 $L_N \leqslant 1$ 时, $D_2(D_d/A_i)$ 随着 L_S 的增加而增加;当 $L_S \leqslant 1$ 时, $D_2(D_d/\bar{A}_i)$ 随着 L_N 的增加而增加。利用 L_S 与 L_N 计算包含度 $D_2(D_d/A_i)$ 和 $D_2(D_d/\bar{A}_i)$,不再用先验概率,这是包含度 D_2 在应用中的优势,但是它的计算结果无法与 $P(D_d)$ 比较,这是该方法的不足。定理 5 和定理 7 分别提供了 2 种新的利用主观概率进行概率推理的方法,为决策形式背景中的不确定性推理提供了更多的选择。

4　结束语

本文将主观贝叶斯概率推理的方法应用到决策形式背景中,从推理的角度分析了属性值之间的关联性。推理过程接近人们在日常生活中获得概率信息作出判断的情况,清晰地反映出实际应用的信息特点和概率判断的过程,为决策形式背景的数据挖掘和决策判断提供了新的理论依据。在后续的研究中,将进一步探讨基于贝叶斯推理的形式背景中条件属性约简方法。

参考文献:

[1]张文修,梁怡,徐萍. 基于包含度的不确定推理[M]. 北京:清华大学出版社, 2007: 107-113.

[2]张惠玲,孙剑,邵海鹏. 基于贝叶斯推理的 HCM 延误模型修正[J]. 计算机工程, 2011, 37(7): 18-20.
ZHANG Huiling, SUN Jian, SHAO Haipeng. HCM delay model modification based on Bayesian reasoning[J]. Computer Engineering, 2011, 37(7): 18-20.

[3]WILLE R. Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concept[M]//Ordered Sets, Reidel, Dordrecht. Boston, USA, 1982: 445-470.

[4]ZHANG H Y, ZHOU J, MIAO D Q, et al. Bayesian rough set model: a further investigation[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2012, 53(4): 541-557.

[5]YAO J T , YAO Y Y. Probabilistic rough sets: approximations, decision-makings and applications[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2008, 49(3): 253-254.

[6]PAWLAK Z. A rough set view on Bayes' theorem[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2003, 18(5): 487-498.

[7]SLEZAK D, ZIARKO W. Variable precision Bayesian rough set model[J]. [S.l.]: Springer-Verlag, 2003: 312-315.

[8]PAWLAK Z. New look on Bayes' theorem-the rough set outlook[J]. Rough Set Society, 2001, 5: 20-22.

[9]SLEZAK D, ZIARKO W. Bayesian rough set model[C]// International Workshop on Foundation of Data Mining. [S. l.], 2002, 9: 131-135.

[10]YAO Y Y. Probabilistic rough set approximations[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2008, 49(2): 255-271.

[11]王虹, 张文修.形式概念分析与粗糙集的比较研究[J]. 计算机工程, 2006, 32(8): 42-44.
WANG Hong, ZHANG Wenxiu. Comparative study between formal concept analysis and rough set[J]. Computer Engineering, 2006, 32(8): 42-44.

[12]张文修,姚一豫,梁怡.粗糙集与概念格[M]. 西安:西安交通大学出版社,2006: 25-28.

[13]米据生,吴伟志,张文修. 基于变精度粗糙集理论的知识约简[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 1: 76-82.

[14]Nilsson. Artificial intelligence a new synthesis[M].北京:机械工业出版社, 1999.

[15]姚燕青,米据生.直觉模糊集上的混合单调包含度[J]. 计算机科学, 2010, 37(1):255-257.
YAO Yanqing, MI Jusheng. Mixed monotone inclusion degree on intuitionistic fuzzy sets[J]. Computer Science, 2010, 37(1): 255-257.

作者简介:

郑淑贤,女,1989 年生,硕士研究生,主要研究方向为粗糙集、概念格及近似推理。

解滨,男,1976 年生,副教授,主要研究方向为粗糙集、概念格及近似推理。

米据生,男,1966 年生,教授,主要研究方向为粗糙集、概念格及近似推理。