

DOI:10.3969/j.issn.1673-4785.201308004
网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.3969/j.issn.1673-4785.201308004.html>

扩展规则方法研究综述

王金艳¹,谷文祥^{2,3},覃少华¹,殷明浩³
(1.广西师范大学 计算机科学与信息工程学院,广西 桂林 541004;2.长春建筑学院 基础教学部,吉林 长春 130607;
3.东北师范大学 计算机科学与信息技术学院,吉林 长春 130117)

摘 要:归结方法是自动推理的重要方法之一,而扩展规则是与归结对称的方法,近年来引起了研究者的广泛关注。从扩展规则的相关概念、在命题逻辑中的发展以及在一阶逻辑、描述逻辑、模态逻辑、可能性逻辑和多值逻辑中的应用3个方面论述分析了扩展规则10年来的研究现状,重点阐述扩展规则用于求解 SAT、相近 SAT 和#SAT 问题各种算法的优缺点,最后指出相关的研究热点与发展趋势。

关键词:自动推理;归结方法;扩展规则;SAT; #SAT
中图分类号:TP181 **文献标志码:**A **文章编号:**1673-4785(2014)01-0001-11

中文引用格式:王金艳,谷文祥,覃少华,等.扩展规则方法研究综述[J]. 智能系统学报, 2014, 9(1): 1-11.
英文引用格式:WANG Jinyan, GU Wenxiang, QIN Shaohua, et al. Extension rule: a survey[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2014, 9(1): 1-11.

Extension rule: a survey

WANG Jinyan¹, GU Wenxiang^{2,3}, QIN Shaohua¹, YIN Minghao³
(1. School of Computer Science and Information Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China; 2. Department of Basic Subjects Teaching, Changchun Architecture & Civil Engineering College, Changchun 130607, China; 3. School of Computer Science and Information Technology, Northeast Normal University, Changchun 130117, China)

Abstract:The method based on the resolution principle has always been one of the important methods for automated reasoning. The theorem proving method using the extension rule is complementary to the method based on the resolution principle. In recent years, the method has received wide attention and has achieved great progress. This paper surveys the development of the theorem proving using the extension rule for ten years from three aspects: the related concepts of the extension rule, the development of the propositional logic, and the applications for first-order logic, description logic, modal logic, possibility logic and multivalued logic, in which the merits and demerits of these algorithms for solving SAT, analogous SAT and #SAT using the extension rule are mainly analyzed. Finally, the related research hotspots and developing trends are pointed out.

Keywords:automated reasoning; resolution principle; extension rule; SAT; #SAT

作为数理逻辑中形式化推理的一个分支,自动推理在人工智能发展初期就引起了研究者的广泛关注。定理证明是领域的研究热点,其发展深刻地影响着人工智能乃至计算机科学的其他研究方向,并在计算机工程中有着广泛的应用^[1]。如在软件验

证和硬件校验方面,Karlsruhe 大学开发的 KIV^[2]已成功用于验证许多应用软件,包括图和树的表示等实验室软件和用于铁路转弯控制等工业软件,一些大公司如英特尔、摩托罗拉、AMD 等都使用基于定理证明的硬件校验技术。在智能规划领域,把规划问题编译成 SAT (satisfiability) 问题并利用高效的 SAT 求解器进行求解已成为一种主要方法。基于 SAT 的规划系统,在两年一度的国际规划器竞赛中屡获冠军,表现出优异的性能^[3]。Grastien 等^[4]将基于模型的诊断问题转化成 SAT 问题,并且利用 SAT 求解算法进行诊断。与传统的方法相比,基于 SAT 的诊断方法能解决更复杂的诊断问题。

收稿日期:2013-08-07. 网络出版日期:2014-02-20.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61070084, 61272535, 61163065, 61370156,61165009);国家“973”计划资助项目(2012CB326403);广西自然科学基金资助项目(2013GXNSFBA019263, 2012GXNSFAA053219);广西高校科研项目(2013YB029);“八桂学者”工程专项经费资助项目;广西师范大学博士启动基金资助项目.
通信作者:覃少华. E-mail: shqin@gxnu.edu.cn.

基于归结的方法^[5-6]、基于表推演的方法、基于自然演绎的方法、基于公理系统的方法、基于相继式演算的方法和基于扩展规则的方法^[7]是几类主要的定理证明方法。其中基于归结的定理证明方法一直是最重要也是最基本的方法,其基本思想是通过推出空子句判定给定子句集的不可满足性。相反于归结方法,基于扩展规则的方法的基本思想是将定理证明沿着归结的逆向进行,通过推出所有极大项组成的集合来判定子句集的可满足性。该方法不需要将所有极大项都扩展出来,而是巧妙地利用容斥原理直接计算扩展出的极大项的个数,降低了其空间复杂性,对于互补因子较高的 SAT 问题具有独特的求解优势,被国际著名的人工智能专家、DP 过程的提出者 Davis 教授称为归结方法的补方法^[8-9]。

基于扩展规则的定理证明方法于 2003 年由 Lin 等^[7]提出,发表在国际重要杂志《Journal of Automated Reasoning》上,该方法一经提出就受到了国内外学者的广泛关注,出现了大量研究成果。本文对扩展规则方法自提出以来 10 年的发展情况进行总结,旨在让对该方向感兴趣的学者有一个较为全面的了解。

1 相关概念

在定理证明的几类求解方法中,扩展规则方法以其独特的特点和求解优势引起了研究者的广泛关注,这里介绍所涉及的相关概念。首先对文中符号进行约定:用 Σ 表示合取范式 (conjunctive normal form, CNF),也看作子句集,有时也称为公式,用 C 表示单个的子句,可以理解为文字的集合;用小写英文字母表示布尔变量(简称变量),也称作原子,用 $|\Sigma|$ 表示 Σ 中子句的个数, $\text{Var}(\Sigma)$ 表示出现在 Σ 中的变量, $|C|$ 表示子句中的变量个数, $\text{Mod}(\Sigma)$ 表示 Σ 所有模型组成的集合。

定义 1 (SAT 问题) 给定一个命题公式 Σ , SAT 问题就是判断是否存在一个真值赋值使得公式的值为真。若存在,则称 Σ 是可满足的,否则为不可满足的。

定义 2 (碰集) 给定集合簇 T , 如果 $H \subseteq \bigcup_{S \in T} S$, 且对于每一个 $S \in T$, 都有 $H \cap S \neq \emptyset$, 那么称 H 为 T 的一个碰集。如果 H 是满足上述性质的极小集合,则称 H 为极小碰集。

定义 3 (相近 SAT 问题)^[10] 对于变量集 M 上的 k ($k > 1$) 个子句集 $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_k$, 令 $\Sigma = \Sigma_1 \cap \Sigma_2 \cap \dots \cap \Sigma_k$, 若对于 $\forall 1 \leq i \leq k$ 有 $|\Sigma_i - \Sigma| \leq 1$, 则称 $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_k$ 相近,由它们构成的集合称为相

近子句集簇,记为 (Σ, Γ) ,

$$\Gamma = \bigcup_{i=1}^m \Sigma'_i, \Sigma'_i = \begin{cases} \{x \vee \neg x\}, & \Sigma_i = \Sigma \\ \Sigma_i - \Sigma, & \text{其他} \end{cases}$$

x 为 M 中的任意变量。

定义 4 (#SAT 问题) 给定一个命题公式 Σ , #SAT 问题就是计算 Σ 的可满足赋值(模型)个数。

定义 5 (加权模型计数问题)^[11] 给定子句集 Σ , Σ 中的每个文字 l 的权记作 $w(l)$, 每个模型 ω 的权为

$$W(\omega) = \prod_{\omega \models l} w(l)$$

加权模型计数问题是计算满足 Σ 的所有模型的权之和。

#SAT 问题可以看作是加权模型计数问题的特例,其中每个文字的权值为 0.5。

隐蔽集(backdoor set)和骨架集(backbone set)是 SAT 问题的重要结构,与问题求解难度有着密切的关系^[12]。

定义 6 (隐蔽集)^[13] 给定一个命题公式 Σ , $B \subseteq \text{Var}(\Sigma)$ 非空,如果 B 中变量的任意(存在一个)真值指派 t 使得简化公式 $\Sigma[t]$ 在多项式时间内可解,那么 B 为 Σ 的强(弱)隐蔽集;如果简化公式 $\Sigma - B$ 能在多项式时间内求解,那么 B 为 Σ 的删除隐蔽集。当基本类是封闭的,删除隐蔽集等价于强隐蔽集。

定义 7 (骨架集)^[14] 给定一个命题公式 Σ , $B \subseteq \text{Var}(\Sigma)$ 非空,如果在所有模型中, B 中变量的赋值都相同,那么 B 为 Σ 的骨架集。

定义 8 (扩展规则)^[7] 给定一个子句 C 和一个变量的集合 M , $D = \{C \vee a, C \vee \neg a \mid a \in M \text{ 并且 } a \text{ 和 } \neg a \text{ 都不在 } C \text{ 中出现}\}$, 那么把从 C 到 D 中元素的推导过程叫做扩展规则, D 中的元素叫做应用扩展规则的结果。

定义 9 (极大项)^[7] 设 C 为变量集合 M 上的一个非重言式子句,且 $|M| = m$, 如果 $|C| = m$, 那么 C 为 M 上的极大项。

定义 10 (互补因子)^[7] 给定子句集 Σ , $|\Sigma| = n$, 互补因子 C_F 是含互补对的子句对个数与所有子句对个数的比值,即 $C_F = S/C_n^2$, 其中 S 表示含互补对的子句对个数。

2 命题逻辑中的扩展规则求解方法

扩展规则方法始于命题逻辑,本节分别讨论其在 SAT 问题、相近 SAT 问题和 #SAT 问题中的研究进展。

2.1 基于扩展规则的 SAT 求解方法

2.1.1 ER 和 IER 算法

2003 年, Lin 等^[7]沿着归结原理的反向提出一条新的推理规则—扩展规则, 使用扩展规则进行定理证明的算法 ER (theorem proving based on extension rule), 其基本思想是把给定的子句集 Σ 扩展成由极大项组成的子句集 Σ' , 然后根据极大项的个数 $|\Sigma'|$ 来判定 Σ 的可满足性, 如果 $|\Sigma'| = 2^m$ (m 为 Σ 的变量数), 则 Σ 是不可满足的; 否则 Σ 可满足。事实上并不需要将 Σ' 扩展出来, 只需计算出 $|\Sigma'|$ 就可以判定 Σ 的可满足性。因此他们利用容斥原理直接计算出 $|\Sigma'|$, 降低了该方法的空间复杂性。一般情况下, ER 算法的时间复杂性是指数级的, 效率比较低, 但是在任意 2 个子句都含有互补对的情况下, ER 算法的效率较高, 而使用基于归结的方法效率较低。可以用互补因子 C_F 来比较基于扩展规则的方法和基于归结的方法。假设所有的 SAT 问题都在一个光谱上, 其左端是互补因子为 1 的问题, 其右端是互补因子为 0 的问题, 在光谱左端用基于扩展规则的方法效率更高, 而在光谱右端基于归结的方法效率更高。

ER 算法实际上是在给定子句集的所有极大项组成的空间中进行搜索, 看是否有不能被扩展出的极大项。为了减少搜索空间提高求解的效率, Lin 等^[7,15]提出了一种高效的算法 IER (improved extension rule)。该方法首先在极大项空间的一个子空间中搜索, 如果在子空间中有不能被扩展的极大项, 那么整个空间就有不能被扩展的极大项, 这时子句集是可满足的; 否则, 不能判定子句集的可满足性, 需要调用 ER 算法。IER 算法是先运行一个高效但不完备的算法, 希望它能解决大部分问题, 对于无法解决的问题再调用完备的 ER 算法。

2.1.2 带化简规则的 ER 和 IER 算法

通常, 有些子句不会影响子句集不可满足性的判定, 可以将之删除, 如含纯文字的子句、被蕴含的子句等。Wu 等^[16-17]利用若干化简规则, 包括重言式规则、单文字规则、纯文字规则和包含规则, 对 ER 和 IER 算法进行了改进, 提出了带化简规则的扩展规则算法 RER (reduced extension rule) 和 RIER (reduced improved extension rule with heuristic)。其基本思想是对给定子句集进行化简并对其可满足性进行快速但不完备的判定, 如果能判定子句集的可满足性, 则返回判定结果; 否则调用 ER 或 IER 算法对化简后的子句集进行判定。在大部分情况下, RER 和 RIER 算法都提高效率, 仅在化简规则不起作用

的情况下, 效率会降低。

2.1.3 基于启发式策略的 IER 算法

IER 算法通过随机选取子句 C 来限定极大项搜索空间, 为了尽可能地在该子空间中判定出给定子句集的可满足性, 以提高算法的效率, 子句 C 的选取至关重要。Lin 等在文献[7]中指出, 对于具体的问题, 通过问题的背景知识来调整子句 C 的输入可能会提高 IER 算法的效率, 并将 C 的选取作为一个开放问题。

李莹等^[18]根据具体给定子句集所包含的信息提出了 2 种用于选择限定搜索空间子句的启发式策略 IMOM (improved maximum occurrences on clauses of maximum size) 和 IBOHM (improved BOHM)。IMOM 是优先选择最长子句中出现频率高的文字的否定加入子句 C , IBOHM 是优先选择拥有极大向量 $(H_1(L_i), H_2(L_i), \dots, H_n(L_i))$ 的文字 L_i 加入到子句 C 中, 其中 $H_j(L)$ 为子句集中长度为 j 的包含文字 L 的子句个数, 并将其分别用于 IER 算法, 提出了 IMOMH_IER 和 IBOHMH_IER 算法。IMOM 和 IBOHM 策略利用子句集的相关信息选择子句 C , 可以得到更适合问题的极大项搜索子空间, 对于可满足的问题可以直接返回 SAT, 不可满足的问题可以较早地调用 ER 算法, 减少判定时间, 提高了求解效率, 其平均速度较 DR (directional resolution)^[6] 和 IER 算法可以提高 10~200 倍。

2.1.4 与归结方法的结合

基于扩展规则的方法和基于归结的方法是 2 种互补的方法, 为了充分利用其各自的推理特点来提高 SAT 问题求解的效率, Wu 等^[19]将 2 种推理方法结合起来, 即将有向归结 DR 和扩展规则方法 ER 结合, 提出了综合的推理算法 DR-ER。该方法利用子句集的互补因子 C_F 来决定调用 DR 还是 ER。如果 $C_F \geq 0.5$, 调用 ER 进行推理; 否则调用 DR 进行推理。DR-ER 方法的求解效率优于单独使用 DR 或 ER 方法。

2.1.5 避开容斥原理的扩展规则方法

利用容斥原理, ER 算法可以巧妙地计算给定子句集可扩展出的极大项个数, 解决了指数级的空间需求问题, 但是其时间复杂性仍然是指数级的, 严重影响了算法的求解效率, 限制其在实际问题中的应用^[20]。为了避开容斥原理复杂的求解过程, 利用扩展规则的特性, 研究人员提出了子句集合包含方法、极大项覆盖方法和碰集方法, 下面分别给予介绍。

1) 子句集合包含方法。

2009 年, 孙吉贵等^[20]发现一个极大项能被子

句集扩展出来,子句中必须有子句包含于该极大项(子句看作文字集合)。基于该性质,孙吉贵等提出了一种新的基于扩展规则的定理证明方法 NER,该方法将 SAT 问题转化为一系列文字集合的包含问题。NER 算法按照一定次序判断极大项是否可被当前待判定的子句集 Σ 扩展,若存在某个极大项不能被扩展出来,那么 Σ 是可满足的;否则,若所有极大项都可以被扩展出来,则 Σ 是不可满足的。其最优和最坏时间复杂度分别为 $O(m+n \times k^2)$ 和 $O(2^m \times (m+n \times k^2))$, m, n, k 分别表示子句中变量的个数、子句的个数和子句的平均长度。实验结果表明,无论是对于随机问题还是标准测试用例,NER 算法的执行效率较 IER 和 DR 算法都有很大的提高,有些问题可以提高 2 个数量级。

NER 算法将所有极大项按照一定顺序来一一判定其是否能由子句集扩展出来,直到某个极大项不能被扩展时或者所有极大项都可由子句集扩展出来时,才能判定出子句集的可满足性。事实上,当一个极大项可由某一子句扩展时,接下来的部分极大项可以不用判断其是否可由子句集扩展出来,从而减少了需要判断的极大项个数。张立明等^[21]定义了半扩展规则,并且提出了基于半扩展规则的定理证明方法 SRE(semi-extension rule)。SRE 算法是在 NER 算法的基础上,按一定顺序判定极大项是否可被子句集扩展,当一个极大项可被子句集中的某一子句扩展时,那么基于此子句半扩展出的所有极大项都不需判断其是否可被子句集扩展,这样减少了需要判断的极大项个数,使计算复杂度由原来 NER 方法的 $O(2^m \times (m+n \times k^2))$ 降为 $O(2^d \times (m+n \times k^2) + n^2)$,其中 d 为子句中子句的平均值。 d 越小, SRE 算法的求解效率越高;当 d 趋近与 m 时, SRE 算法的求解效率较 NER 算法提高较小。

进一步,他们提出了基于半扩展规则的并行定理证明方法 PPSE(parallel theorem proving algorithm based on semi-extension rule)^[22],该方法首先给出在极大项子空间中判定子句集可满足性的算法 PSER,然后将子句集的极大项空间分解为若干个互不相交的子空间,对每个极大项子空间,并行地调用 PSER 方法进行判定,如果有一个极大项子空间中返回的结果为 SAT,即该子空间中存在某个极大项不能被扩展出来,则子句集是可满足的;否则,如果所有极大项子空间返回的结果都为 UNSAT,即所有极大项都能被扩展出来,那么子句集是不可满足的。由于并行处理,该算法在求解效率上较 SRE 算法有了较大的提高。

2) 极大项覆盖方法。

为了避免容斥原理求解的复杂性,Yin 等^[23]从相对极大项角度提出了一种基于极大项覆盖的有效 SAT 求解方法 MC(maxterm covering for satisfiability)。子句 C 关于子句集 Σ 覆盖的相对极大项是 C 覆盖,但不是 Σ 覆盖的极大项,表示为 $\text{relativeMaxterm}(C, \Sigma) = \text{MC}(C) \setminus \text{MC}(\Sigma)$ 。设子句集 $\Sigma = \{C_1, C_2, C_3, C_4\}$, C 关于 Σ 的相对极大项如图 1 所示。

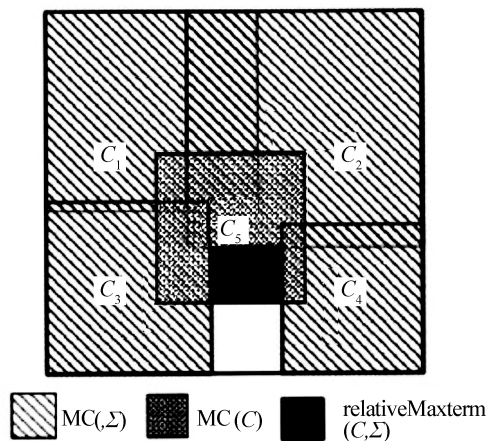


图 1 C 关于 Σ 的相对极大项

Fig. 1 The relative maxterm of C with respect to Σ

给定一个变量集合,设所有极大项集合为论域,那么空子句 ε 覆盖的极大项集合等于该论域。根据扩展规则方法可知,如果 $\text{MC}(\Sigma) = \text{MC}(\varepsilon)$,则子句集 Σ 是不可满足的;如果 $\text{relativeMaxterm}(\varepsilon, \Sigma) \neq \emptyset$,则 Σ 是可满足的。图 2 给出了一个可满足的问题实例。

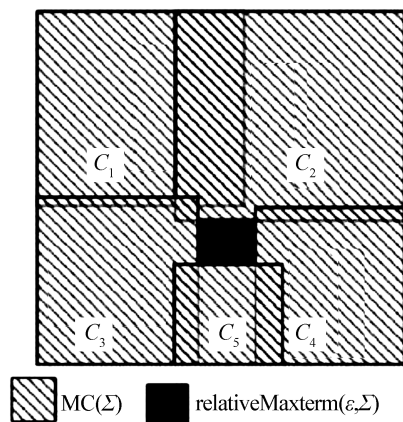


图 2 一个可满足问题实例

Fig. 2 A satisfiable example

MC 方法利用空子句关于子句集的相对极大项的个数来判定子句集的可满足性。如果相对极大项个数为 0,则子句集是不可满足的;否则,子句集是可满足的。与扩展规则方法根据扩展出的极大项个

数来判断子句集的可满足性不同,该方法直接计算出不能由子句集扩展出来的相对极大项个数,然后根据相对极大项个数来判断子句集的可满足性,避开了容斥原理的复杂性。进一步,他们在基本 MC 算法的基础上提出了 8 种优化策略,极大地提高了算法的求解效率。

3) 碰集方法。

Xu 等^[24-25]找出了不能被扩展出的极大项具有的特征,以此来回避容斥原理所带来的计算量。他们发现,若极大项与子句集 Σ 中的某个子句互补,则该极大项不能由这个子句扩展出来。进而可知,如果极大项与 Σ 中所有子句都互补,那么该极大项就不能由 Σ 扩展出来。假定存在与 Σ 中任意子句都互补的极大项 C_M ,那么由 C_M 可以构造极大项 C'_M ,其中 C'_M 由 C_M 中每个文字的补文字构成。如果将子句看作文字集合, Σ 看作文字集合簇,那么 C'_M 与 Σ 中任意子句的交都不为空,即 C'_M 是 Σ 的碰集。基于此,Xu 等证明了子句集是可满足的,当且仅当该子句集存在不包含互补文字的碰集,这样就将 SAT 问题转化成判定是否存在不含互补文字的碰集问题,并且提出了 2 种有效的方法 CBHST (complementary binary hitting set tree) 和 RNHST (revised new hitting set tree) 来进行求解。这 2 种算法与 DR 相比,在效率方面都有 1~2 个数量级的提高。RNHST 算法与 CBHST 算法相比,RNHST 更适合长子句的情况,而 CBHST 更适合短子句的情况。

2.1.6 基于扩展规则的知识编译方法

1) 基于 KCER 的知识编译方法。

Lin 和 Sun^[26]指出扩展规则方法可以被应用于知识编译^[27]中,他们定义了 EPCCL (each pair contains complementary literal) 理论(任意 2 个子句都含互补对子句集),证明了 EPCCL 理论是在“可满足可控制类”和“蕴含可控制类”中,并证明对于任意子句集一定能找到一个与之等价的 EPCCL 理论,因此 EPCCL 理论可以作为知识编译的目标语言,进而利用“桶删除”的思想提出将给定子句集编译成 EPCCL 理论的算法 KCER (knowledge compilation using the extension rule)。该方法与现有其他知识编译方法的不同之处在于:在编译阶段和推理阶段该方法都是基于扩展规则的,而其他知识编译方法都是基于归结原理的;当互补因子较大的时候,该方法得到的子句集规模相对较小,特别地,当待编译的子句集本身就是一个 EPCCL 理论,用该方法编译后的结果就是其本身,而用其他方法编译,结果可能是指数级大的。因此,该方法被 Murray 教授看作是与

现有其他知识编译方法对偶的一种方法^[28]。

2) 基于启发式策略的知识编译方法。

在知识编译中,离线编译后生成的目标知识库的规模对在线查询的效率起着至关重要的作用。算法 KCER 在选择子句和变量进行扩展时,都采用顺序扩展的方式,几乎没有使用任何启发式策略。对于有些问题,这会导致编译后的子句集规模过大,从而影响之后的在线推理的效率。为此,笔者提出了 2 种启发式策略 MCN (minimum complementary number) 和 MO (maximum occurrences) 分别用于指导待扩展的子句和变量的选择^[29],MCN 策略是优先选择与其他子句互补的子句数较少的子句进行扩展,MO 策略是在待扩展的子句中优先选择在其他未扩展子句中出现次数最多的变量进行扩展。前者使得需要扩展的子句数较少,后者使得子句被扩展出的子句数较少。使用随机生成的样例和处于相变区的 Uniform Random-3-SAT 标准用例进行测试,实验结果表明,MCN 和 MO 策略都能大幅度地减小编译后的子句集规模,其中 MCN 的效果比 MO 更为明显。同时使用 MCN 和 MO 策略,可以使扩展后的子句集规模为算法 KCER 的 $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{39}$ 。

3) 新的 EPCCL 编译框架。

赖永^[30]证明了如下定理:给定子句集 $\Sigma = \Sigma_1 \wedge \Sigma_2$ 和 EPCCL 编译算法 $f, f(\Sigma_1) \wedge f(\neg \Sigma_1 \vee \Sigma_2)$ 是与 Σ 等价的 EPCCL 理论。基于该定理,他提出了一种新的关于 EPCCL 理论的知识编译思想:对于给定的子句集,首先将其划分为 2 个子句集 Σ_1 和 Σ_2 ,然后对它们分别进行编译,合取编译后的结果即可得到与原子句集等价的 EPCCL 理论。根据划分后 $|\Sigma_1|, |\Sigma_2|$ 的不同,存在多种划分方式。如何编译 $\neg \Sigma_1 \vee \Sigma_2$ 又分为 2 种方式。根据子句集的划分方式、 $\neg \Sigma_1 \vee \Sigma_2$ 的编译方式和将 DNF (disjunctive normal form) 编译为 EPCCL 理论的方法的不同,给出多种不同的编译方法。

由于编译后的 EPCCL 理论的规模直接影响到在线查询效率,刘大有等^[31]定义了一个规约规则,基于该规则提出了用于缩减 EPCCL 理论规模的算法,该算法具有多项式时间复杂度,然后结合基于 DPLL 的 KCDP (knowledge compilation based on DPLL) 算法,实现了 C2E 编译器。实验结果表明,不论是编译效率还是编译后子句集的规模都优于基于 KCER 的编译器。在目前的基于 DPLL 的 SAT 求解中,存在许多高效的技术,这些技术都能用于改进 KCDP 的编译效果,提升 C2E 编译器的性能。

2.2 基于扩展规则的相近 SAT 求解方法

在实际应用中,通常需要判定仅相差一个子句的系列子句集的可满足性,即相近 SAT 问题。如在模型诊断系统和基于 SAT 的规划方法中,都需要判断相近 SAT 问题的可满足性。

赖永等^[10]首先指出 ER 算法的实现存在以下不足:对于子句集 Σ ($|\Sigma|=n$),在计算容斥原理的第 i 层时,需要搜索 C_n^i 种情况,在实现过程中采用图搜索的策略进行搜索,保存第 i 层所有不含互补文字的子句组合,对空间要求较大;且对任意 i 个子句组合情况,在计算组合中出现的文字数时没有使用重用机制。基于以上不足,他们提出了一种更为高效的实现策略,在实现过程中采用了回溯法代替图搜索策略,降低了算法的空间需求,同时计算第 i 层的算法 ER- i 重用之前保存的结果,避免了重复计算。

进而,他们发现将 ER 算法稍作修改就可以用于求解相近 SAT 问题。对于变量集 M 上的子句集 $\Sigma \cup \{C_{n+1}\}$,其中 $\Sigma = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$,按照是否包含 C_{n+1} 将所有由 i 个子句组成的子句集分为 2 类:由 Σ 中 i 个子句构成和由 Σ 中 $i-1$ 个子句和 C_{n+1} 构成,那么容斥原理中的第 i 层为

$$\begin{aligned} & \sum_{1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_i \leq n+1} |P_{k_1} \cap P_{k_2} \dots \cap P_{k_i}| = \\ & \sum_{1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_i \leq n} |P_{k_1} \cap P_{k_2} \cap \dots \cap P_{k_i}| + \\ & \sum_{1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_{i-1} \leq n} |P_{k_1} \cap P_{k_2} \cap \dots \cap P_{k_{i-1}} \cap P_{n+1}| \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)中后一部分的计算如下:对于 Σ 的任一含 $i-1$ 个子句的子集 Σ_r ,若 Σ_r 互补或者 C_{n+1} 与 Σ_r 中任意子句互补,则 $\Sigma_r \cup \{C_{n+1}\}$ 互补,值为 0;否则,利用 ER- i 算法在第 $i-1$ 层时能够额外地计算出后一部分的值。对于相近子句集簇 (Σ, Γ) ,其中 $\Sigma = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$, $\Gamma = \{C_{n+1}^1, C_{n+1}^2, \dots, C_{n+1}^m\}$,可以一次性计算出 $\Sigma \cup \{C_{n+1}^1\}$ 、 $\Sigma \cup \{C_{n+1}^m\}$ 所包含的极大项,从而判定出它们的可满足性。因此提出求解相近 SAT 问题的 nER 算法。在多数情况下,算法 nER 求解相近 SAT 问题的时间仅相当于调用 ER 算法求解其中一个 SAT 问题的时间,nER 算法的效率远远高于相近 SAT 问题中多个 SAT 问题单独求解的效率。

2.3 基于扩展规则的#SAT 求解方法

2.3.1 利用容斥原理的#SAT 方法

笔者对扩展规则进行深入研究,发现赋值与极大项之间存在着——对应的关系。一个赋值使得子句集为真,当且仅当它的“非”形式的极大项不能被子句集扩展出来,即不能被扩展出的极大项对应于

子句集的一个模型。由此可知,如果子句集扩展出的极大项个数为 S ,那么该子句集有 $2^m - S$ 个模型。基于此,将扩展规则推广到#SAT 问题求解中,提出了一种基于扩展规则的模型计数方法 CER(counting models using extension rule)。进而证明了 EPCCL 理论是在“模型计数可控制”类中,因此 EPCCL 理论可以作为模型计数知识编译的目标语言,基于 KCER 算法提出了基于知识编译的模型计数算法 KCCER(knowledge compilation for counting models using extension rule)^[32]。

笔者又进一步研究了如何使用扩展规则求解加权模型计数问题^[33]。给定子句集 $\Sigma = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$, $M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 为其变量集合,则 Σ 的所有可能的赋值的权之和为

$$\text{WMC}(\Sigma_T) = \prod_{i=1}^m (w(a_i) + w(\neg a_i))$$

基于扩展规则的加权模型计数算法 CWER(counting weighted models using extension rule)的思想是先计算出所有使得子句集 Σ 为假的模型的权和 $W(\neg \Sigma)$,这样使得 Σ 为真的模型的权和为 $\text{WMC}(\Sigma_T) - W(\neg \Sigma)$ 。其中计算 $W(\neg \Sigma)$ 需要利用容斥原理,当子句集 Σ 中任意 2 个子句都含互补文字时,不存在使得 2 个子句同时为假的赋值,这样只需要计算容斥原理公式的前 n 项。基于此,笔者提出基于知识编译的加权模型计数算法 KCCWER(knowledge compilation for counting weighted models using extension rule)。

基于上述 4 种算法 CER、CWER、KCCER、KCCWER,笔者设计了 JLU-WMCER 系统,与传统的(加权)模型计数求解方法需要找出哪些赋值是给定子句集的模型(所有模型的权和)不同,该方法需要找出哪些赋值不是子句集的模型(所有使得 Σ 为假的赋值权和)。与 ER 方法类似,当互补因子较高时,基于扩展规则的(加权)模型计数方法一般要优于基于归结的方法;当互补因子较低时,基于扩展规则的方法要差于基于归结的方法,因此可以看作是目前其他(加权)模型计数问题求解方法的补方法。

2.3.2 避开容斥原理的#SAT 方法

1) 与归结方法的结合。

由于容斥原理的复杂求解过程,降低了 CER 算法的效率,赖永等^[9]利用 $|\text{Mod}(\neg C)| = 2^{m-|C|}$ 和求解子句集扩展出的极大项个数的容斥原理公式,得到了 $|\text{Mod}(\Sigma)| = |\text{Mod}(\Sigma')| - |\text{Mod}(\Sigma' \wedge \neg C)|$,其中 $C \in \Sigma$, $\Sigma' = \Sigma \setminus \{C\}$, $\Sigma' \wedge \neg C$ 可以使用单文字规则进行化简。在此基础上提出了一种新的基于扩

展规则的#SAT 求解算法#ER,该算法继承了扩展规则方法的优点,能快速求解互补因子较高的问题。基于归结的算法#DPLL^[34-35]主要借助单文字规则提高求解效率,在互补因子较高的情况下,单文字规则往往不能发挥作用,因此算法#DPLL效率较低。结合#ER 和#DPLL 算法的特点,赖永等提出了#CDE 算法,该算法根据 $|\text{Mod}(\Sigma_1 \wedge \Sigma_2)| = |\text{Mod}(\Sigma_1)| - |\text{Mod}(\Sigma_1 \wedge \neg \Sigma_2)|$,利用函数 $\text{SelectClause}(\Sigma)$ 从 Σ 中选择适合算法#DPLL 的子句集合 Σ_1 ,文中使用的是选出所有长度小于等于 3 的子句作为 Σ_1 。当函数返回空集时,算法#CDE 等价于#ER;当返回 Σ 本身时,算法#CDE 等价于#DPLL。#CDE 算法综合了#ER 和#DPLL 的优点,当互补因子较小时,#CDE 表现出算法#DPLL 的优点,当互补因子较大时,表现出#ER 的优点。

2) 碰集方法。

针对#SAT 问题求解算法的效率会随着子句集的规模的增大而迅速降低的问题,许有军等^[36]提出一种间接应用扩展规则求解#SAT 问题的 MCEHST (model counting with extension rule and hitting set tree) 算法。在文献[24]中,他们发现不能被子句集扩展出的极大项可以构造出该子句集的一个碰集,即可以根据子句集是否存在不含互补文字的碰集来判定子句集是否为可满足的。任何不能由子句集扩展出的极大项都对应于该子句集的一个模型,而且该模型正好与子句集的碰集所扩展出的极大项相对应。MCEHST 算法首先得到子句集的所有极小碰集,然后利用扩展规则计算出这些碰集扩展出的极大项个数,即模型数。当变量数一定,随着子句数的增加,子句集的极小碰集数显著减少。与已存在的其他#SAT 算法比较,当子句数较大且子句较短时,该方法的执行效率较高;但是当子句数较小时,该算法的执行效率较低。实际应用时,可以根据情况来决定是否选择 MCEHST 算法。

3 扩展规则在其他逻辑中的应用

目前,扩展规则方法已被推广到一阶逻辑、描述逻辑、模态逻辑、可能性逻辑和多值逻辑,下面分别讨论扩展规则方法在这些逻辑中的应用。

3.1 一阶逻辑

利用 Hooker 提出的部分实例化推理方法 PPI (primal partial instantiation)^[37],Lin 等^[7]把扩展规则方法从命题逻辑提升到一阶逻辑。PPI 算法的基本思想是把一阶逻辑的定理证明问题转化成一系列 SAT 问题,首先从较弱的 SAT 问题入手,然后通过

进一步替换对问题逐渐加强,如果任何一步中返回不可满足,则原问题不可满足;如果在某一步返回可满足并且解释没有被阻塞,那么原问题是可满足的。由于 PPI 算法要求出满足式映射,即模型,而 ER 算法只能判定可满足性,不能给出模型。因此他们又给出原子被潜在地阻塞的概念,以及 2 个原子被阻塞和被潜在地阻塞之间的关系,并对 PPI 算法进行修改,提出了基于扩展规则的一阶定理证明方法 RPPI(revised primal partial instantiation)。

Wu 等^[38]指出 Lin 给出的原子被潜在地阻塞的定义对新产生子句的条件限制过严,导致 RPPI 算法是不完备的,他们对潜在阻塞进行了重新定义,并且提出了一种新的一阶扩展规则算法 RFOER (revised first-order extension rule),该算法与 RPPI 算法主要有以下 3 点不同:1) RPPI 算法不完备,而 RFOER 算法完备;2) RPPI 调用的是基本的 ER 算法,而 RFOER 调用的是更为高效的带化简规则和启发式策略的 ER 算法;3) RFOER 中增加了 M-可满足的情形,使得算法可以被更灵活地应用,更适合用于求解实际的问题。

3.2 描述逻辑

描述逻辑是一种基于对象的知识表示形式化工具,是一阶谓词逻辑的可判定子集^[39],研究有效的推理算法是描述逻辑的一个重要研究内容。Zou 等^[40]将扩展规则推广到描述逻辑 ALC 的推理中,定义了概念扩展规则 CER (concept extension rule) 和 EPCCCL (each pair of clausal concept contains links) 理论,即任意 2 个子句概念都包含链接(概念链接或关系链接)的规范概念合取式 (conjunction normal concept, CNC),提出了基于概念扩展规则的推理方法,并且证明该方法能在多项式时间内完成任意 EPCCCL 理论的可满足性推理和蕴含推理,因此 EPCCCL 理论可以作为描述逻辑中知识编译的目标语言。进一步他们提出了基于概念扩展规则的描述逻辑知识编译方法,该方法首先利用 CER-DLKC 算法将 CNC 公式编译成 EPCCCL 理论,然后利用基于概念扩展规则的推理方法可以在多项式时间内回答任意查询。

3.3 模态逻辑

模态逻辑为知识工程和并程序的研究提供了一种形式化的途径^[41]。目前常用的模态推理方法大致可分为以下 2 种:一种是直接推广经典的推理方法使之能应用于模态逻辑;另一种是利用转换方法将模态逻辑转换为经典逻辑,然后利用经典逻辑中的方法进行推理,其中关系转换方法、函数转换方

法等是常用的转换方法。

Wu 等^[42]利用破坏性方法直接把扩展规则方法推广到模态逻辑中,提出了模态系统 K 中的破坏性扩展规则方法 DMKER (destructive extension rule in modal logic K),该方法将利用化简规则进行简化和利用扩展规则判定不可满足性结合在一起,交替进行。DMKER 算法能够快速证明模态系统 K 中的所有公理和四类标准的 benchmark 问题。该方法继承了扩展规则方法的优点,当存在较多的互补公式时,模态逻辑推理的效率明显提高。此外,Wu 等^[43]分别将关系转换方法、函数转换方法与扩展规则方法相结合,提出了关系扩展规则方法 MRER (modal relational extension rule)、连续模态逻辑中的函数扩展规则方法 MFER (modal functional extension rule) 和非连续模态逻辑的广义函数扩展规则方法 GMFER (general modal functional extension rule)。

3.4 可能性逻辑

可能性逻辑是适用于给定知识中含有不确定因素或者给定知识不完全一致的情况下进行知识表示和推理的逻辑。在可能性逻辑中,最主要和最基本的推理规则是基于 Dubois 和 Prade 提出的可能性归结原理^[44]。笔者将扩展规则方法引入到可能性逻辑中^[45],定义了可能性包含规则和可能性扩展规则,并且提出了基于可能性扩展规则的推理方法,即利用可能性扩展规则计算可能性知识库 Σ 的不一致程度。该方法的基本思想是:首先按照可能性子句的权值 α 对可能性知识库 Σ_p 中的子句从小到大进行排序,然后顺次考虑 Σ_p 的不同 α 截集 Σ_α ,利用公式 ER 算法判断 Σ_α 的可满足性;如果 Σ_α 不可满足,则 Σ_p 的不一致程度为 α ,否则继续考虑下一截集。与命题逻辑中的扩展规则方法 ER 类似,对于互补因子较高的问题可能性扩展规则方法效率较高,而对于互补因子较低的问题可能性归结方法的效率较高,因此,可能性扩展规则方法可以看作是任何可能性归结方法的补方法。

进一步,笔者扩展了经典逻辑的蕴含可控制类和可满足可控制类的概念,定义了可能性蕴含可控制类和不一致性程度计算可控制类。在可能性扩展规则的基础上,笔者提出了 EPPCCCL (each pair of possibilistic clauses contains complementary literals) 理论,即任意 2 个可能性子句的经典投影都含有互补对的可能性子句集,证明了该理论是在最优化形式蕴含可控制类和不一致性程度计算可控制类中的,可以作为可能性知识编译的目标语言,并且给出了一种可能性知识编译方法。该方法首先利用可能性

知识编译算法 SPL-KCER 将任意给定的可能性知识库编译成 EPPCCCL 理论,然后利用上述的可能性扩展规则方法可以在多项式时间内完成推理。与可能性归结方法相比,该方法在有些情况下具有独特的优势,当待编译的可能性知识库本身就是一个 EPPCCCL 理论,新方法编译后的结果就是它本身,而可能性归结方法的结果一般为指数级别的。

3.5 多值逻辑

经典逻辑对知识的表示能力是有限的,多值逻辑具有更强的表达能力。在许多领域中,不仅需要布尔变量,而且需要多值变量来表示实体的一些属性,直接向经典的命题公式中加入多值变量可能会增加原始问题的求解难度,笔者将扩展规则推广到多值逻辑中,提出了一种基于扩展规则的多值推理方法^[46]。这里关注的是标记逻辑,因为任意一个多值逻辑知识库,都可以找到一个与之等价的标记逻辑知识库,反之亦然。文中定义了标记扩展规则以及最大项的概念,并且利用容斥原理来计算给定标记子句集所扩展出的最大项个数来判定标记子句集的可满足性。在此基础上定义了标记 EPCCL (s-EPCCL) 理论,即对于一个带有标记文字的子句集,其中每一对子句都含有互补文字,或者是互补的布尔文字,或者是互补的标记文字,并且证明 s-EPCCL 理论是在标记可满足可控制类和标记蕴含可控制类中,因此,s-EPCCL 理论可以作为多值逻辑知识编译的目标语言。笔者提出了一种基于扩展规则的多值知识编译方法,该方法首先利用 SKCER 算法将标记知识库编译成一个与之等价的 s-EPCCL 理论,然后利用上述基于扩展规则的多值推理方法可以在多项式时间内回答查询。

4 待解决的问题

扩展规则方法以其独特的优势使之成为自动推理的重要方法之一,目前还存在一些未解决的问题,值得研究人员进一步探讨。

1) 如何利用扩展规则方法求解隐蔽集。

隐蔽集是 SAT 问题的一个重要结构,与求解难度有很大的关系,隐蔽集的选择使得剩下的问题能在多项式时间内求解。由于利用扩展规则方法和 EPCCL 理论是可以在多项式时间内判定可满足性的,如何求解隐蔽集使得剩下的问题都是 EPCCL 理论,是需要进一步研究的问题。

2) 如何选择 IER 算法的子句 C 使之与骨架集相对应。

骨架集也是 SAT 问题中的一个重要结构,它是

一个变量集合,在每一个模型中这些变量的赋值都相同。IER 算法利用子句 C 来选择一个极大项空间中的子空间来进行搜索,由于不能扩展出的极大项与模型之间存在一一对应的关系,如果将骨架变量赋值的非作为子句 C ,那么对于可满足问题, C 限定的子空间中肯定有不能扩展出的极大项。

3) 探求扩展规则方法在其他逻辑中的应用。

目前,研究者主要集中于命题逻辑中扩展规则方法的研究,而在其他逻辑中的研究甚少,在可能性逻辑、多值逻辑等中,只是将最基本的 ER 算法进行推广。由于 ER 算法利用容斥原理进行推理,严重影响算法的求解效率。因此,在上述逻辑中扩展规则方法的效率还有很大的提升空间。另外,还可以考虑将扩展规则方法推广到模糊逻辑、概率逻辑等其他逻辑中。

5 结束语

扩展规则方法是与归结方法对称的一种自动推理方法,它的提出为自动推理的研究提供了新的研究角度,注入了新的活力。本文较全面地介绍了扩展规则方法的发展,包括相关概念、各种基于扩展规则的求解方法以及待解决的问题,主要围绕命题逻辑中的各种扩展规则方法进行分析,并讨论了扩展规则方法在其他逻辑中的应用。尽管目前扩展规则方法的研究取得了一定的成果,但是在算法的提升、各种逻辑的应用方面仍有很大的研究空间。

参考文献:

- [1] 殷明浩. 自动推理和智能规划中若干问题研究[D]. 长春: 吉林大学, 2008: 1-109.
YIN Minghao. The research on several issues of automated reasoning and artificial intelligent planning[D]. Changchun: Jilin University, 2008: 1-109.
- [2] WOLFGANG R. The KIV system: systematic construction of verified software[C]//Proceedings of the 11th International Conference on Automated Deduction. Saratoga Springs, USA, 1992: 753-757.
- [3] 吕帅, 刘磊, 石莲, 等. 基于自动推理技术的智能规划方法[J]. 软件学报, 2009, 20(5): 1226-1240.
LU Shuai, LIU Lei, SHI Lian, et al. Artificial intelligence planning methods based on automated reasoning techniques[J]. Journal of Software, 2009, 20(5): 1226-1240.
- [4] GRASTIEN A, ANBULAGAN A, RINTANEN J, et al. Diagnosis of discrete-event systems using satisfiability algorithms[C]//Proceedings of the Twenty-Second Conference on Artificial Intelligence. Vancouver, Canada, 2007: 305-310.

- [5] ROBINSON J A. A machine oriented logic based on the resolution principle[J]. Computer Machine, 1965, 12(1): 23-41.
- [6] DECHTER R, RISH I. Directional resolution: the Davis-Putnam procedure, revisited[C]//Proceedings of the 4th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Bonn, Germany, 1994: 134-145.
- [7] LIN Hai, SUN Jigui, ZHANG Yimin. Theorem proving based on the extension rule[J]. Journal of Automated Reasoning, 2003, 31(1): 11-21.
- [8] DAVIS M, PUTNAM H. A computing procedure for quantification theory[J]. Journal of the ACM, 1960, 7(3): 201-215.
- [9] DAVIS M, LOGEMANN G, LOVELAND D. A machine program for theorem-proving[J]. Communications of the ACM, 1962, 5(7): 394-397.
- [10] 赖永, 欧阳丹彤, 蔡敦波, 等. 基于扩展规则的模型计数与智能规划方法[J]. 计算机研究与发展, 2009, 46(3): 459-469.
LAI Yong, OUYANG Dantong, CAI Dunbo, et al. Model counting and planning using extension rule[J]. Journal of Computer Research and Development, 2009, 46(3): 459-469.
- [11] SANG T, BEAME P, KAUTZ H. Solving Bayesian networks by weighted model counting[C]//Proceedings of the Twentieth National Conference on Artificial Intelligence. Pittsburgh, USA, 2005: 475-482.
- [12] 谷文祥, 李淑霞, 殷明浩. 隐蔽集的研究及发展[J]. 计算机科学, 2010, 37(3): 11-16.
GU Wenxiang, LI Shuxia, YIN Minghao. Research and development in backdoor set[J]. Computer Science, 2010, 37(3): 11-16.
- [13] NISHIMURA N, RAGDE P, SZEIDER S. Detecting backdoor sets with respect to Horn and binary clauses[C]//Proceedings of the 7th International Conference on Theory and Applications of Satisfiability Testing. Vancouver, Canada, 2004: 96-103.
- [14] MNASSON N, ZECCHINA R, KIRKPATRICK S. Determining computational complexity form characteristic 'phase transitions'[J]. Nature, 1999, 400: 133-137.
- [15] 林海. 基于扩展规则的定理证明和知识编译[D]. 长春: 吉林大学, 2003: 1-40.
LIN Hai. Theorem proving and knowledge compilation based on the extension rule[D]. Changchun: Jilin University, 2003: 1-40.
- [16] WU Xia, SUN Jigui, LU Shuai, et al. Improved propositional extension rule[C]//Proceedings of the First International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology. Chongqing, China, 2006: 592-597.

- [17] 吴瑕. 基于扩展规则的定理证明的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2006: 1-132.
WU Xia. The research on the extension rule based theorem proving[D]. Changchun: Jilin University, 2006: 1-132.
- [18] 李莹, 孙吉贵, 吴瑕, 等. 基于 IMOM 和 IBOHM 启发式策略的扩展规则算法[J]. 软件学报, 2009, 20(6): 1521-1527.
LI Ying, SUN Jigui, WU Xia, et al. Extension rule algorithms based on IMOM and IBOHM heuristics strategies[J]. Journal of Software, 2009, 20(6): 1521-1527.
- [19] WU Xia, SUN Jigui, LU Shuai, et al. Propositional extension rule with reduction[J]. International Journal of Computer Science and Network Security, 2006, 6(1A): 190-197.
- [20] 孙吉贵, 李莹, 朱兴军, 等. 一种新的基于扩展规则的定理证明算法[J]. 计算机研究与发展, 2009, 46(1): 9-14.
SUN Jigui, LI Ying, ZHU Xingjun, et al. A novel theorem proving algorithm based on extension rule[J]. Journal of Computer Research and Development, 2009, 46(1): 9-14.
- [21] 张立明, 欧阳丹彤, 白洪涛. 基于半扩展规则的定理证明方法[J]. 计算机研究与发展, 2010, 49(7): 1522-1529.
ZHANG Liming, OUYANG Dantong, BAI Hongtao. Theorem proving algorithm based on semi-extension rule[J]. Journal of Computer Research and Development, 2010, 49(7): 1522-1529.
- [22] ZHANG Liming, OUYANG Dantong, ZHAO Jian, et al. The parallel theorem proving algorithm based on semi-extension rule[J]. Applied Mathematics & Information Sciences, 2012, 6(1): 119-122.
- [23] YIN Liangze, HE Fei, HUNG W N N, et al. Maxterm covering for satisfiability[J]. IEEE Transactions on Computers, 2012, 61(3): 420-426.
- [24] XU Youjun, OUYANG Dantong, YE Yuxin, et al. Solving SAT problem with a revised hitting set algorithm[C]//Proceedings of the 2nd International Conference on Future Computer and Communication. Wuhan, China, 2010: 653-656.
- [25] 许有军. 基于扩展规则的若干 SAT 问题研究[D]. 长春: 吉林大学, 2011: 1-91.
XU Youjun. Research on several SAT issues based on extension rule[D]. Changchun: Jilin University, 2011: 1-91.
- [26] LIN Hai, SUN Jigui. Knowledge compilation using the extension rule[J]. Journal of Automated Reasoning, 2004, 32(2): 93-102.
- [27] 谷文祥, 赵晓威, 殷明浩. 知识编译研究[J]. 计算机科学, 2010, 37(7): 20-26.
GU Wenxiang, ZHAO Xiaowei, YIN Minghao. Knowledge compilation survey[J]. Computer Science, 2010, 37(7): 20-26.
- [28] MURRAY N V, ROSENTHAL E. Duality in knowledge compilation techniques[C]//Proceedings of the 15th International Symposium on Foundations of Intelligent Systems. Saratoga Springs, USA, 2005: 182-190.
- [29] 谷文祥, 王金艳, 殷明浩. 基于 MCN 和 MO 启发式策略的扩展规则知识编译方法[J]. 计算机研究与发展, 2011, 48(11): 2064-2073.
GU Wenxiang, WANG Jinyan, YIN Minghao. Knowledge compilation using extension rule based on MCN and MO heuristic strategies[J]. Journal of Computer Research and Development, 2011, 48(11): 2064-2073.
- [30] 赖永. 基于 EPCCL 理论的知识编译方法[D]. 长春: 吉林大学, 2010: 1-46.
LAI Yong. Research on the knowledge compilation method based on the EPCCL theory[D]. Changchun: Jilin University, 2010: 1-46.
- [31] 刘大有, 赖永, 林海. C2E: 一个高性能的 EPCCL 编译器[J]. 计算机学报, 2013, 36(6): 1254-1260.
LIU Dayou, LAI Yong, LIN Hai. C2E: an EPCCL compiler with good performance[J]. Chinese Journal of Computers, 2013, 36(6): 1254-1260.
- [32] YIN Minghao, LIN Hai, SUN Jigui. Counting models using extension rules[C]//Proceedings of the Twenty-Second National Conference on Artificial Intelligence. Vancouver, Canada, 2007: 1916-1917.
- [33] 殷明浩, 林海, 孙吉贵. 一种基于扩展规则的#SAT 求解系统[J]. 软件学报, 2009, 20(7): 1714-1725.
YIN Minghao, LIN Hai, SUN Jigui. Solving #SAT using extension rules[J]. Journal of Software, 2009, 20(7): 1714-1725.
- [34] BIRNBAUM E, LOZINSKII E. The good old Davis-Putnam procedure helps counting models[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 1999, 10: 457-477.
- [35] BACCHUS F, DALMAO S, PITASSI T. Algorithms and complexity results for #SAT and Bayesian inference[C]//Proceedings of the 44th Symposium on Foundations of Computer Science. Cambridge, USA, 2003: 340-351.
- [36] 许有军, 欧阳丹彤, 叶育鑫, 等. 间接使用扩展规则求解#SAT 问题[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2011, 41(4): 1047-1053.
XU Youjun, OUYANG Dantong, YE Yuxin, et al. Solving #SAT with extension rule indirectly[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2011, 41(4): 1047-1053.
- [37] HOOKER J N, RAGO G, CHANDRU V, et al. Partial instantiation methods for inference in first-order logic[J].

- Journal of Automated Reasoning, 2002, 28(4): 371-396.
- [38] WU Xia, SUN Jigui, HOU Kun. Extension rule in first order logic[C]//Proceedings of the 5th International Conference on Cognitive Informatics. Beijing, China, 2006: 701-706.
- [39] BAADER F, CALVANESE D, MCGUINNESS D, et al. The description logic handbook: theory, implementation and applications[M]. New York: Cambridge University Press, 2003.
- [40] ZOU Tingting, LIU Lei, LU Shuai. Knowledge compilation for description logic based on concept extension rule[J]. Journal of Computational Information System, 2012, 8(6): 2409-2416.
- [41] HALPERN J Y, MOSES Y. A guide to completeness and complexity for modal logics of knowledge and belief[J]. Artificial Intelligence, 1992, 54(3): 319-379.
- [42] WU Xia, SUN Jigui. Destructive extension rule in proposition modal logic K[M]//LIU G R, TAN V B C, HAN X. Computational Methods. Dordrecht, The Netherlands: Springer, 2006: 1087-1091.
- [43] WU Xia, SUN Jigui, LIN Hai, et al. Modal extension rule[J]. Progress in Natural Science, 2005, 15(6): 550-558.
- [44] DUBOIS D, PRADE H. Possibilistic logic: a retrospective and prospective view[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 144(1): 3-23.
- [45] 殷明浩,孙吉贵,林海,等.可能性扩展规则的推理和知识编译[J].软件学报, 2010, 21(11): 2826-2837.
- YIN Minghao, SUN Jigui, LIN Hai, et al. Possibilistic extension rules for reasoning and knowledge compilation[J]. Journal of Software, 2010, 21(11): 2826-2837.
- [46] 谷文祥,郭鸿鹤,殷明浩,等.多值知识编译[J].东北师范大学学报:自然科学版, 2011, 43(4): 44-48.

GU Xenxiang, GUO Honghe, YIN Minghao, et al. Compiling multi-valued knowledge base[J]. Journal of Northeast Normal University: Natural Science Edition, 2011, 43(4): 44-48.

作者简介:



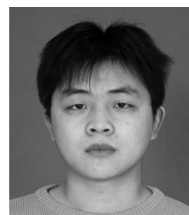
王金艳,女,1982年生,讲师,博士,主要研究方向为自动推理、智能规划、不确定理论。主持广西自然科学基金、广西教育厅科学技术研究项目、广西师范大学博士启动基金各 1 项,参与国家自然科学基金项目 3 项。发表学术论文 10 余篇,其中被 SCI 检索 6 篇。



谷文祥,男,1947年生,教授,博士生导师,主要研究方向为智能规划与规划识别、形式语言与自动机理论、模糊数学及其应用。主持国家自然科学基金项目 3 项,发表学术论文 100 余篇。



覃少华,男,1969年生,副教授,博士,主要研究方向为自动推理、计算机网络。主持和参与国家自然科学基金等项目多项,发表学术论文 30 余篇。



殷明浩,男,1979年生,副教授,博士生导师,博士,主要研究方向为自动推理、智能规划。主持和参与国家自然科学基金等项目多项,发表学术论文 40 余篇。