

DOI:10.3969/j.issn.1673-4785.201203001

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20120712.1052.007.html>

自适应扩维 UKF 算法在 SINS/GPS 组合导航系统中的应用

孙尧¹, 马涛¹, 高延滨¹, 王璐²

(1. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 上海交通大学 航空航天学院, 上海 200240)

摘要:针对自适应渐消因子卡尔曼滤波无法应用于非线性系统的问题以及自适应渐消因子的局限性,提出了带自适应渐消矩阵的扩维 UKF (adaptive fading matrix augmented UKF, AFM-AUKF) 算法. 该算法针对含有非加性白噪声的非线性系统,引入了一种新的自适应渐消矩阵计算方法,并用 Unscented 变换逼近系统的后验均值和协方差,有效解决了此类系统的滤波问题. 针对 SINS/GPS 组合导航系统的非线性状态估计问题,分别设计了滤波器容错试验和系统噪声突变试验,试验结果证明了该算法的有效性.

关键词:扩维 UKF; 自适应渐消矩阵; 组合导航; 非线性滤波

中图分类号: TP18; U666.11 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2012)04-0345-07

An adaptive augmented unscented Kalman filter with applications in a SINS/GPS integrated navigation system

SUN Yao¹, MA Tao¹, GAO Yanbin¹, WANG Lu²

(1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai JiaoTong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Because an adaptive fading Kalman filter cannot be applied to nonlinear systems, an augmented unscented Kalman filter (AUKF) based on an adaptive fading matrix (AFM) was proposed in this paper. The AFM-AUKF algorithm was implemented by first calculating the adaptive fading matrix, and then using the unscented transformation to estimate the posterior mean and covariance of the state of a nonlinear system, so as to effectively solve the filtering problem. In order to solve the problem of nonlinear state estimation in a low-cost integrated navigation system, a filter fault-tolerant experiment and a system noise mutation experiment were designed and implemented, respectively. The experimental results prove that the algorithm enhances the robustness of the filter when the system model is uncertain, improves the accuracy of the filter, and has a strong fault-tolerant ability.

Keywords: augmented unscented Kalman filter; adaptive fading matrix; integrated navigation; nonlinear filter

卡尔曼滤波是一种递推的线性无偏最小方差估计,当理论模型与实际系统完全匹配时,卡尔曼滤波器输出的残差序列是互不相关的高斯白噪声序列^[1]. 然而,其前提是必须精确已知系统模型和噪声的统计特性,否则将会出现滤波器精度下降甚至发散等问题^[2]. 这是由于当系统噪声统计特性未知时,估计误差的协方差矩阵随时间逐渐收敛于零,状

态估计过分依赖于陈旧数据,导致滤波发散^[3].

衰减记忆滤波方法能够通过自适应渐消因子限制滤波器的记忆长度,从而抑制了滤波发散^[4]. 但是,对高阶系统进行滤波时,由于系统各状态量估计精度的差异,通过简单渐消因子的计算,很难达到理想的效果. 针对这一问题,文献[3,5]通过自适应渐消矩阵限制滤波器的记忆长度,但其前提条件为系统状态量是直接可观测的,即系统量测矩阵中对应部分为对角阵,这极大地限制了自适应渐消矩阵在具有复杂量测方程系统中的应用.

收稿日期: 2012-03-01. 网络出版日期: 2012-07-12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50909025/E091002); 国际科技合作基金资助项目(2010DFR80140).

通信作者: 马涛. E-mail: mt_0606@yahoo.com.cn.

传统渐消因子的计算方法以卡尔曼滤波为基础,仅适用于线性系统状态估计,而组合导航系统是典型的非线性系统,由于忽略了高阶误差项,基于线性误差模型的组合导航系统滤波精度将会下降. Ju-lier 提出了基于 Unscented 变换的 UKF (unscented Kalman filter) 算法^[6],不论系统非线性程度如何,Unscented 变换都能以三阶泰勒精度逼近非线性系统状态的后验分布. 然而,传统 UKF 算法假定系统噪声为加性噪声,不参与系统非线性传递,Merwe 等针对含有非加性噪声的非线性系统,提出了扩维 UKF (augmented UKF, AUKF) 算法^[7],文献[8]从理论上给出了 AUKF 算法可以提高滤波精度的证明. 但 UKF 和 AUKF 算法与经典卡尔曼滤波器一样,以最小方差估计原理为理论基础,都需要精确已知系统的模型和噪声统计特性.

针对以上分析,提出了带自适应渐消矩阵的 AUKF (adaptive fading matrix augmented UKF, AFM-AUKF) 算法. 为了使渐消矩阵适用于具有复杂量测方程的系统,提出一种新的自适应渐消矩阵的计算方法,并以 Unscented 变换对系统的后验均值和协方差进行近似,从而将自适应渐消矩阵的使用扩展到含有非加性白噪声的非线性系统状态估计领域.

1 渐消矩阵的分析与计算

考虑如下线性离散系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k} \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \\ \mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1}. \end{cases}$$

文献[3]提出了一种自适应渐消因子卡尔曼滤波 (adaptive fading factor Kalman filter, AFF-KF) 算法,记为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k} \mathbf{P}_k \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k}^T \mathbf{H}_{k+1}^T, \\ \mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{Q}_k \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1}. \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 分别为系统噪声和量测噪声的协方差矩阵,且 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 正定.

自适应渐消因子为

$$\lambda_{k+1} = \max(1, s_1, s_2, \dots, s_m).$$

式中:

$$s_i > \frac{\mathbf{Y}_{k+1}(i)}{\mathbf{A}_{k+1}(i,i) \varepsilon_i} - \frac{\mathbf{B}_{k+1}(i,i)}{\mathbf{A}_{k+1}(i,i)}, i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\varepsilon_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}.$$

从而得到带自适应渐消因子的误差协方差矩阵一步预测过程为

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \lambda_{k+1} \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k} \mathbf{P}_k \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k}^T + \mathbf{Q}_k.$$

这种计算渐消因子的方法简单,适用于低阶系统

的滤波问题. 在高阶系统中,由于各状态量估计精度的差异,使用自适应渐消因子的滤波效果并不理想.

文献[5]通过自适应渐消矩阵对卡尔曼滤波的记忆长度进行限制,记:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k} \mathbf{P}_k \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k}^T \mathbf{H}_{k+1}^T, \\ \mathbf{N}_{k+1} = \mathbf{C}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{Q}_k \mathbf{H}_{k+1}^T - \mathbf{R}_{k+1}. \end{cases}$$

式中: $\mathbf{C}_{k+1} = \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^T$, $\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 为新息矢量.

自适应渐消矩阵为

$$\mathbf{S}_{k+1} = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_m, \overbrace{1, \dots, 1}^{n-m}).$$

式中: $s_i(k+1) = \max\left\{\frac{n_{ii}(k+1)}{m_{ii}(k+1)}, 1\right\}$, $i = 1, 2, \dots, m$;

n 为系统状态量维数, m 为系统观测量维数. 从而得到带自适应渐消因子的误差协方差矩阵一步预测过程如式(2):

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{S}_{k+1} \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k} \mathbf{P}_k \boldsymbol{\Phi}_{k+1|k}^T + \mathbf{Q}_k. \quad (2)$$

该方法的前提条件为系统量测矩阵中对应部分为对角阵,当系统状态量存在耦合关系,或系统状态量不是直接可观测的时候,该计算方法无法使用. 且随着时间的推移, \mathbf{C}_{k+1} 的计算量会逐渐增大,保存从初始时刻开始的新息矢量对于长时间工作的滤波器来说也是很难实现的.

针对以上问题,本文根据滤波最优的条件,提出一种自适应渐消矩阵的计算方法.

若 k 时刻滤波最优,根据卡尔曼滤波的无偏性和正交性原理,残差应服从均值为 0 的高斯分布,即

$$\mathbf{y}_{k+1} \sim N(0, \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1}).$$

由式(3)构造残差的加权平方和:

$$\gamma_{k+1} = \mathbf{y}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \mathbf{y}_{k+1}. \quad (3)$$

根据 χ^2 分布的定义, γ_{k+1} 服从 m 自由度的中心 χ^2 分布. 通过自适应渐消矩阵对一步预测误差协方差矩阵的修正过程同式(1),根据式(1)可以看出, \mathbf{S}_{k+1} 无法通过直接计算获得. 假设 $\boldsymbol{\Omega}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{S}_{k+1}$, 则有

$$\gamma_{k+1} = \mathbf{y}_{k+1}^T (\boldsymbol{\Omega}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{Q}_k \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \mathbf{y}_{k+1}. \quad (4)$$

根据 χ^2 检验准则,得到 $\boldsymbol{\Omega}_{k+1}$ 的计算方法:

$$\boldsymbol{\Omega}_{k+1} = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m), \quad (5)$$

$$\omega_i > \frac{\mathbf{y}_{k+1}(i)}{\mathbf{A}_{k+1}(i,i) \varepsilon_i} - \frac{\mathbf{B}_{k+1}(i,i)}{\mathbf{A}_{k+1}(i,i)}, i = 1, 2, \dots, m.$$

(6)

式中: \mathbf{A}_{k+1} 和 \mathbf{B}_{k+1} 的计算方法同式(1).

假设 \mathbf{H}_{k+1} 是行满秩的. 当 \mathbf{H}_{k+1} 不存在全零列时, 自适应渐消矩阵为

$$\mathbf{S}_{k+1} = (\mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{H}_{k+1})^{-1} \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{\Omega}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}. \quad (7)$$

从而通过式(7)得到经自适应渐消矩阵修正后的一步预测误差协方差矩阵.

在组合导航系统中 \mathbf{H}_{k+1} 存在全零列的情况十分常见, 此时假设系统状态维数为 n , 系统观测量维数为 m , \mathbf{H}_{k+1} 中全零列的维数为 p , 将 \mathbf{H}_{k+1} 表达为如式(8):

$$\mathbf{H}_{k+1} = [\mathbf{H}_{k+1}^{m \times (n-p)} \quad \mathbf{0}^{m \times p}]. \quad (8)$$

渐消因子矩阵的计算过程为:

$$\mathbf{S}_{k+1}^{(n-p) \times (n-p)} = (\mathbf{H}'^T \mathbf{H}')^{-1} \mathbf{H}'^T \mathbf{\Omega}_{k+1} \mathbf{H}', \quad (9)$$

$$\mathbf{S}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{k+1}^{(n-p) \times (n-p)} & \mathbf{0}_{p \times (n-p)} \\ \mathbf{0}_{(n-p) \times p} & \mathbf{I}_{p \times p} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式中: $\mathbf{H}' = \mathbf{H}_{k+1}^{n \times (n-p)}$.

2 AFM 在 UKF 算法中的等价描述

通过以上分析可以看出, 计算自适应渐消因子和渐消矩阵的方法都是基于卡尔曼滤波框架的, 需要获得系统的状态转移矩阵和量测矩阵等信息. 然而, 在 AUKF 算法中, 状态转移矩阵和量测矩阵等系统信息无法直接获得; 因此, 无法通过卡尔曼滤波框架下的计算方法得到 AUKF 滤波器的自适应渐消矩阵. 由于 AUKF 与 UKF 算法在原理上是相同的, 因此, 通过 UKF 的等价描述, 可以得到 AUKF 滤波器自适应渐消矩阵的计算方法.

根据卡尔曼滤波和 UKF 算法的等价描述^[9]:

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1}, \\ \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}} = \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}^T, \\ \mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}^{-1}, \\ \mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}^T \mathbf{P}_{k+1|k}^{-1}. \end{cases} \quad (11)$$

可以得到计算自适应渐消矩阵过程中各变量的表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}^T \mathbf{P}_{k+1|k}^{-1}, \\ \mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{P}'_{k+1|k}, \\ \mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}} - \mathbf{A}_{k+1}. \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{P}'_{k+1|k}$ 为系统误差的协方差矩阵沿非线性函数的传播结果, 计算 $\mathbf{P}'_{k+1|k}$ 的步骤与 UKF 算法中计算 $\mathbf{P}_{k+1|k}$ 的步骤相似, 只是计算 Sigma 点沿非线性函数的传播过程的时候, 不考虑系统噪声的作用即可. 显然, 对于系统噪声为加性白噪声的非线性系统, 有 $\mathbf{Q}_k = \mathbf{P}_{k+1|k} - \mathbf{P}'_{k+1|k}$.

针对自适应渐消矩阵的计算, 当 \mathbf{H}_{k+1} 不存在全零列时, 可由式(5)~(7)获得; 否则, 采用式(5)、(6)、(8)~(10). 在此基础上, 可以得到经自适应渐消矩阵修正后的一步预测协方差矩阵为

$$\mathbf{P}'_{k+1|k} = \mathbf{S}_{k+1} \mathbf{P}'_{k+1|k} + \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{P}'_{k+1|k}. \quad (13)$$

3 AFM-AUKF 算法

相对于经典卡尔曼滤波, UKF 主要解决的是随机向量沿非线性函数的传播问题. UKF 算法用一组确定的 Sigma 点来近似状态分布, 通过 Unscented 变换来逼近系统状态的后验均值和协方差^[10]. 使用 AFM-AUKF 算法时, 首先以对称采样策略获得 Sigma 点, 通过时间更新和量测更新, 得到系统一步预测的误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k+1|k}$ 和后验协方差矩阵 $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$, 进而通过式(3)~(6)、(11) (当 \mathbf{H}_{k+1} 存在全零列时, 通过(3)~(4)、(6)~(9)、(11))得到自适应渐消矩阵 \mathbf{S}_{k+1} 和经修正后的一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}'_{k+1|k}$. 此时, 一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k+1|k}$ 被修正为 $\mathbf{P}'_{k+1|k}$, 则后验协方差矩阵 $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$ 、 $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$ 应随之被修正为 $\mathbf{P}'_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$ 、 $\mathbf{P}'_{\tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$, 而此时的 Sigma 点无法完成这一修正过程, 故需要利用 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 和 $\mathbf{P}'_{k+1|k}$ 重新生成服从均值为 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 、方差为 $\mathbf{P}'_{k+1|k}$ 的高斯分布的 Sigma 点, 并重新进行量测更新, 进而得到 $\mathbf{P}'_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$ 、 $\mathbf{P}'_{\tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$, 最后根据系统状态一步预测 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 和后验协方差矩阵 $\mathbf{P}'_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$ 、 $\mathbf{P}'_{\tilde{\mathbf{z}}_{k+1|k}}$ 完成对系统状态的点估计.

考虑如下非加性噪声的非线性离散系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(k, \mathbf{u}_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k), \\ \mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{h}(k+1, \mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{w}_{k+1}). \end{cases}$$

式中: $k \geq 0$ 为离散时间变量; $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^n$ 为输入向量; $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^m$ 为输出向量; 非线性函数 $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^q \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$, $\mathbf{h} \in \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$. 系统噪声 \mathbf{v}_k 、量测噪声 \mathbf{w}_k 分别为 q 维和 m 维的高斯白噪声, 并具有以下统计特性:

$$\begin{cases} \mathbf{E}[\mathbf{v}_k] = 0, \mathbf{E}[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T] = \mathbf{Q} \delta_{kj}, \\ \mathbf{E}[\mathbf{w}_k] = 0, \mathbf{E}[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_j^T] = \mathbf{R} \delta_{kj}, \\ \mathbf{E}[\mathbf{v}_k \mathbf{w}_j^T] = 0. \end{cases}$$

式中: \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 为正定对称阵, δ_{kj} 为 kronecker- δ 函数.

初始化系统状态和误差的协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{E}[\mathbf{x}_0], \mathbf{P}_{x_0} = \mathbf{E}[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T].$$

根据自适应渐消矩阵在 UKF 算法中的等价计算方法, 得到 AFM-AUKF 算法的步骤:

1) 计算 Sigma 点.

扩维系统状态变量为 $\mathbf{x}_k^a = [\mathbf{x}_k^T \quad \mathbf{w}^T \quad \mathbf{v}^T]^T$, 则有

$$\mathbf{P}_k^a = E[(\mathbf{x}_k^a - \hat{\mathbf{x}}_k^a)(\mathbf{x}_k^a - \hat{\mathbf{x}}_k^a)^T] = \text{diag}(\mathbf{P}_k, \mathbf{Q}, \mathbf{R}).$$

利用均值 $\hat{\mathbf{x}}_k^a$ 和方差 \mathbf{P}_k^a , 得到 $2L+1$ 个 Sigma 点:

$$\chi_k^a = [\hat{\mathbf{x}}_k^a \quad \hat{\mathbf{x}}_k^a + \sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_k^a} \quad \hat{\mathbf{x}}_k^a - \sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_k^a}].$$

式中: $L = n + q + m$ 为扩维后的系统状态维数.

2) 权值计算.

$$\begin{cases} W_0^{(m)} = \lambda / (L + \lambda), \\ W_0^{(c)} = \lambda / (L + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta), \\ W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / [2(L + \lambda)], i = 1, 2, \dots, 2L. \end{cases}$$

式中: $\lambda = \alpha^2(L + k) - L$.

3) 时间更新过程.

$$\chi_{i,k+1|k}^x = f(\chi_{i,k}^x, \mathbf{u}_k, \chi_{i,k}^w), i = 0, 1, \dots, n,$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \cdot \chi_{i,k+1|k}^x,$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) (\chi_{i,k+1|k}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^T,$$

$$\chi_{i,k+1|k}^{f^x} = f(\chi_{i,k}^x, \mathbf{u}_k, \chi_{i,k}^w), i = 0, 1, \dots, 2n,$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{f^x} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \cdot \chi_{i,k+1|k}^{f^x},$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{f^x} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k}^{f^x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{f^x}) (\chi_{i,k+1|k}^{f^x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{f^x})^T.$$

4) 量测更新过程.

$$\zeta_{i,k+1|k} = h(\chi_{i,k+1|k}^x, \chi_{i,k}^w), i = 0, 1, \dots, 2n,$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \zeta_{i,k+1|k},$$

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}} =$$

$$\sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) (\zeta_{i,k+1|k} - \hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k})^T,$$

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}} =$$

$$\sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\zeta_{i,k+1|k} - \hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k}) (\zeta_{i,k+1|k} - \hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k})^T.$$

当 \mathbf{H}_{k+1} 不存在全零列时, 根据式(5)~(7)、(12) (当 \mathbf{H}_{k+1} 存在全零列时, 通过式(5)~(6)、(8)~(10)、(12)) 计算得到自适应渐消矩阵 \mathbf{S}_{k+1} , 进而通过式(13)修正系统一步预测的误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k+1|k}^l$.

5) 重新计算 Sigma 点.

由于 $\mathbf{P}_{k+1|k}^l$ 是系统经修正后一步预测的误差协方差矩阵, 它已经包含了系统噪声沿非线性函数的传播结果, 因此重新计算 Sigma 点时只需要考虑量测噪声的作用, 这样减少了 Sigma 点的数量, 从而降低了计算量.

扩维系统状态变量 $\mathbf{x}_{k+1}^b = [\mathbf{x}_{k+1}^T \quad \mathbf{v}^T]^T$, 则有

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^b = E[(\mathbf{x}_{k+1}^b - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^b)(\mathbf{x}_{k+1}^b - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^b)^T] =$$

$$\text{diag}(\mathbf{P}_{k+1|k}^l, \mathbf{R}).$$

式中: $L' = n + m$ 为扩维后系统状态维数.

$$\gamma_{k+1|k}^b = [\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^b \quad \mathbf{A} \quad \mathbf{B}]$$

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^b + \sqrt{(L' + \lambda)\mathbf{P}_{k+1|k}^b}.$$

$$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^b - \sqrt{(L' + \lambda)\mathbf{P}_{k+1|k}^b}.$$

6) 新的 Sigma 点权值计算.

$$\begin{cases} W_0^{(m)} = \lambda / (L' + \lambda'), \\ W_i^{(m)} = 1 / [2(L' + \lambda')], i = 1, 2, \dots, 2L'. \end{cases}$$

式中: $\lambda' = \alpha^2(L' + k) - L'$.

7) 经渐消矩阵修正后的量测更新.

$$\xi_{i,k+1|k} = h(\gamma_{i,k+1|k}^x, \gamma_{i,k+1|k}^y), i = 0, 1, \dots, 2L',$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k}^l = \sum_{i=0}^{2L'} W_i^{(m)} \cdot \xi_{i,k+1|k},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}}^l &= \sum_{i=0}^{2L'} W_i^{(c)} (\gamma_{i,k+1|k}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \cdot \\ &(\xi_{i,k+1|k} - \hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k})^T, \\ \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}}^l &= \end{aligned}$$

$$\sum_{i=0}^{2L'} W_i^{(c)} (\xi_{i,k+1|k} - \hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k}) \cdot (\xi_{i,k+1|k} - \hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k})^T.$$

8) 最小方差估计结果.

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}}^l (\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}}^l)^{-1},$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}(\mathbf{z}_{k+1} - \hat{\mathbf{z}}_{i,k+1|k}^l),$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}^l - \mathbf{K} \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}}^l \mathbf{K}^T.$$

4 实验与分析

为了验证 AFM-UKF 算法的性能, 本文以 SINS/GPS 组合导航系统作为平台, 对提出的方法进行验证. 选取北、东、地坐标系作为导航坐标系, 取姿态四元数、速度、位置和陀螺零偏作为系统状态向量, 建立滤波器状态方程, 选取位置、速度为系统观测向量, 建立滤波器量测方程, 具体模型参考文献[11].

分别采用 UKF、自适应渐消因子的扩维 UKF (adaptive fading factor augmented UKF, AFF-AUKF) 和 AFM-AUKF 作为滤波器对组合导航系统的姿态、速度和位置信息进行估计. 通过系统状态突变、系统噪声统计特性不准确和加速度计噪声统计特性不准确 3 个试验验证 3 种滤波方法对系统模型不确定的鲁棒性和容错能力.

4.1 系统状态突变

采用静态数据进行试验, 并在 $t = 30$ s 时, 设定系统的俯仰角和横滚角误差突变为 -10° , 检验滤波器的容错能力 (如图 1~3). 通过试验结果可以看出, AFF-AUKF 和 AFM-UKF 算法与传统 UKF 算法

相比,姿态误差的均值分别降低了 44.6% 和 83.2%,姿态误差的标准差分别降低了 32.4% 和 54.9%。

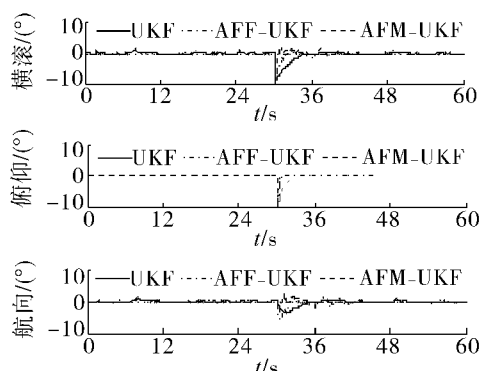


图1 系统状态突变时的姿态误差

Fig.1 Attitude error of state mutation

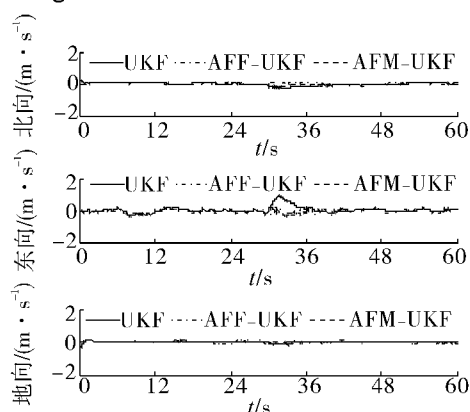


图2 系统状态突变时的速度误差

Fig.2 Velocity error of state mutation

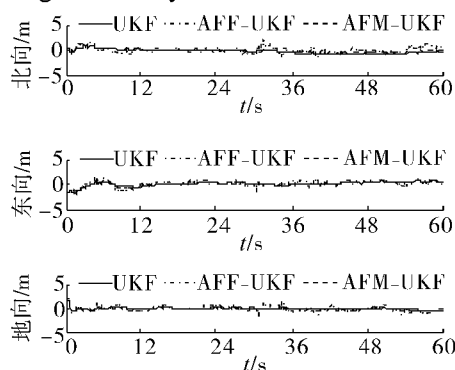


图3 系统状态突变时的位置误差

Fig.3 Position error of state mutation

4.2 系统噪声统计特性不准确

使用摇摆数据进行试验,假设在 $t = 30$ s 时,系统噪声的统计特性发生突变,陀螺仪和加速度计噪声的方差均变为原来的 100 倍(如图 4). 此时,AFF-UKF 和 AFM-UKF 算法与传统 UKF 算法相比,姿态误差的均值分别降低了 54.4% 和 71.6%,姿态误差的标准差分别降低了 59.6% 和 90.6%。

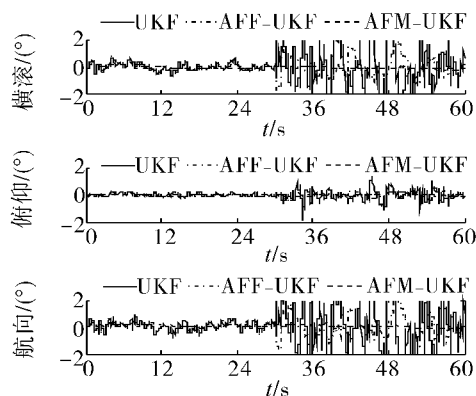


图4 系统噪声不准确时的位置误差

Fig.4 Attitude error while the statistics of system noise is inaccurate

4.3 加速度计噪声统计特性不准确

使用摇摆数据进行试验,假设在 $t = 30$ s 时,系统噪声的统计特性发生突变,但仅有加速度计噪声的方差变为原来的 100 倍,而陀螺的噪声统计特性不发生改变(如图 5 所示). 此时,AFF-UKF 和 AFM-UKF 算法与传统 UKF 算法相比,姿态误差的均值分别降低了 7.0% 和 78.3%,姿态误差的标准差分别降低了 2.6% 和 88.1%。

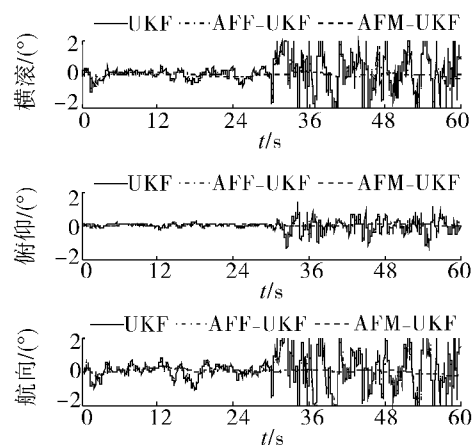


图5 加速度计噪声统计特性不准确时的位置误差

Fig.5 Attitude error while the noise's statistics of accelerometer is inaccurate

4.4 结果分析

从以上实验结果可以看出,由于系统的速度和位置状态量是直接可观测的,所以 3 种方法在位置和速度估计效果上的差异并不明显,只是 AFM-UKF 算法的位置估计精度略高于 AFF-UKF 算法和传统 UKF 算法. 但是通过表 1 中数据的比较能够看出:在系统状态突变时,2 种衰减记忆方法对突变状态的跟踪能力均强于传统 UKF 算法,AFM-UKF 算法的跟踪速度又略高于 AFF-UKF 算法;在系统噪声全部发生改变且变化幅度一致时,AFF-UKF 和 AFM-

UKF 算法均能够提高姿态估计的精度,并且 AFM-UKF 算法精度高于 AFF-UKF 算法;但当系统噪声中各部分变化不一致时,由于噪声统计特性精度的差异,AFF-UKF 算法的滤波精度受到极大的影响,

系统精度的改善不明显,而 AFM-UKF 算法的精度远远高于 UKF 算法和 AFF-UKF 算法的精度,可见,AFM-UKF 算法对于系统模型不确定性具有更强的鲁棒性。

表1 UKF、AFF-UKF 和 AFM-UKF 算法实验结果精度比较

Table 1 Filtering precision of UKF, AFF-UKF and AFM-UKF of experimental results (°)

实验 编号	统计特性	横滚			俯仰			航向		
		UKF	AFF-UKF	AFM-UKF	UKF	AFF-UKF	AFM-UKF	UKF	AFF-UKF	AFM-UKF
4.1	均值	-0.329	-0.168	-0.045	-0.176	-0.053	-0.031	-0.153	-0.130	0.029
	标准差	1.352	0.994	0.709	0.962	0.567	0.399	0.690	0.485	0.286
4.2	均值	0.070	-0.030	-0.024	0.100	0.030	0.019	0.047	-0.030	0.015
	标准差	1.715	0.678	0.112	0.474	0.194	0.070	2.055	0.841	0.141
4.3	均值	0.064	0.061	-0.025	-0.122	-0.104	0.022	0.067	0.066	-0.025
	标准差	1.361	1.319	0.099	0.440	0.431	0.070	1.552	1.512	0.124

5 结束语

本文提出的带自适应渐消矩阵的扩维 UKF 算法,有效地解决了含有非加性白噪声的非线性系统在系统状态存在突变和系统噪声统计特性不准确时的滤波问题.实验结果表明,AFM-AUKF 算法不仅与传统 UKF 算法相比,具有更强的鲁棒性和更高的滤波精度;而且与 AFF-AUKF 算法相比,AFM-AUKF 算法对于噪声统计特性的变化鲁棒性更强,尤其对于部分噪声统计特性发生变化时,由于渐消矩阵的灵活性,使算法具有更强的容错能力。

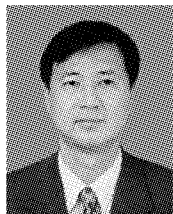
参考文献:

- [1] CHUI C K, CHEN G. Kalman filtering with real-time applications[M]. 4th ed. New York: Springer-Verlag, 2009: 20-28.
- [2] HAJIYEV C. Adaptive filtration algorithm with the filter gain correction applied to integrated INS/Radar altimeter[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2007, 221(5): 847-855.
- [3] 耿延睿,崔中兴,张洪钺,等. 衰减因子自适应滤波及在组合导航中的应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2004, 30(5): 434-437.
GENG Yanrui, CUI Zhongxin, ZHANG Hongyue, et al. Adaptive fading Kalman filter with applications in integrated navigation system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 30(5): 434-437.
- [4] 夏启军,孙优贤,周春晖. 渐消卡尔曼滤波器的最佳自适应算法及其应用[J]. 自动化学报, 1990, 16(3): 210-216.
- XIA Qijun, SUN Youxian, ZHOU Chunhui. An optimal adaptive algorithm for fading Kalman filter and its application[J]. Acta Automatica Sinica, 1990, 16(3): 210-216.
- [5] 高青伟,赵国荣,吴芳,等. 衰减记忆自适应滤波在惯导系统传递对准中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(12): 2648-2651.
GAO Qingwei, ZHAO Guorong, WU Fang, et al. Application of adaptive fading filter technique in transfer alignment of inertial navigation systems[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(12): 2648-2651.
- [6] JULIER S, UHLMANN J K, DURRANT-WHITE H F. A new approach for filtering nonlinear system[C]//Proceedings of the American Control Conference. Seattle, USA, 1995:1628-1632.
- [7] MERWE R. Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models[D]. Portland, USA: Oregon Health and Science University, 2004: 108-125.
- [8] BRIERS M, MASKELL S R, WRIGHT R. A Rao-Blackwellised unscented Kalman filter[C]//Proceedings of the 6th International Conference of Information Fusion. Cairns, Australia, 2003: 55-61.
- [9] 王小旭,赵琳,夏全喜,等. 基于 Unscented 变换的强跟踪滤波器[J]. 控制与决策, 2010, 24(7): 1063-1068.
WANG Xiaoxu, ZHAO Lin, XIA Quanxi, et al. Strong tracking filter based on unscented transformation[J]. Control and Decision, 2010, 24(7): 1063-1068.
- [10] 霍成立,谢凡,秦世引. 面向室内移动机器人的无迹滤波实时导航方法[J]. 智能系统学报, 2009, 4(4): 295-302.
HUO Chengli, XIE Fan, QIN Shiyin. A case study in real-time UKF-based navigation for indoor autonomous travel

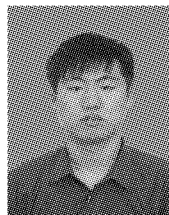
of mobile robots[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2009, 4(4): 295-302.

- [11] Van der MERWE R, WAN E A. Sigma-point Kalman filters for integrated navigation[C]//Proceedings of the 60th Annual Meeting of The Institute of Navigation. Dayton, USA, 2004: 641-654.

作者简介:



孙尧,男,1963年生,教授,博士生导师,主要研究方向为信息融合技术、导航自动化、突变控制、精密仪器及机械、智能仪器与系统.发表学术论文多篇.



马涛,男,1984年生,博士研究生,主要研究方向为惯性导航系统、组合导航系统及技术.



高延滨,男,1963年生,教授,博士生导师,主要研究方向为微弱信号处理及噪声抑制技术、导航信息转换技术和平台及捷联式惯导系统技术,发表学术论文20余篇,出版专著1部,获得省级科技进步三等奖1项.

第四届全国智能信息处理学术会议(NCIIP2013)征文通知

The 4th National Conference on Intelligent Information Processing

由中国人工智能学会知识工程与分布式智能专业委员会和中国计算机学会人工智能与模式识别专业委员会主办,广西大学计算机与电子信息学院承办、广西师范学院协办的第四届全国智能信息处理学术会议(NCIIP2013)拟定于2013年7月26日至2013年7月28日在广西壮族自治区南宁市召开.该会议每两年召开一次,前三届分别于2007年、2009年和2011年在昆明、徐州和太原成功举办.此次会议的召开将为智能信息处理相关领域的专家、学者交流最新研究成果、进行广泛的学术讨论提供便利,并且将邀请国内智能信息处理领域的著名专家、学者做精彩报告.

一、征文范围(但不限于)

- | | | |
|--------------|-------------|-----------|
| · 机器学习 | · 模糊信息处理 | · 自然语言理解 |
| · 数据挖掘 | · 粗糙集信息处理 | · 图像处理与理解 |
| · 语义计算 | · 关联规则挖掘 | · 语音识别 |
| · 服务计算 | · 生物信息处理 | · 智能决策 |
| · 云计算 | · 知识获取与知识发现 | · 智能控制 |
| · 多媒体信息检索 | · 知识表示 | · 智能系统 |
| · 多 Agent 系统 | · 智能计算 | · Web 挖掘 |
| · 信息粒度计算 | · 模式识别 | · 其他 |
| · 神经信息处理 | | |

二、论文要求

1. 论文必须未公开发表过,请勿一稿多投!
2. 中文论文采用《计算机科学》格式排版,一般不超过6000字;英文论文采用《International Journal of Machine Learning and Cybernetics》格式排版,一般不超过10页.注意,有基金资助的论文,一定要标注基金信息(首页页脚).
3. 论文应包括题目、作者姓名、作者单位、摘要、关键字、正文和参考文献.另附作者通讯地址、邮编、电话或传真及E-mail地址.
4. 本会议采用在线投稿方式,会议网址为:<http://nciip2013.gxu.edu.cn>.
5. 电话、传真:0771-3274518.
6. 会议 Email: nciip2013@163.com.
7. 会议通讯地址:广西南宁市广西大学计算机与电子信息学院(蒙祖强 收),邮编:530004.

三、重要日期

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| 1. 投稿截止日期:2013年2月28日; | 3. 会议注册截止日期:2013年5月30日; |
| 2. 稿件录用日期:2013年4月30日; | 4. 会议召开时间:2013年7月26-28日. |