

# 一种机器人未知环境下动态目标跟踪 交互多模滤波算法

伍明, 孙继银

(中国人民解放军第二炮兵工程学院 计算机应用系, 陕西 西安 710025)

**摘要:**为了解决机器人同时定位、地图构建和目标跟踪问题,提出了一种基于交互多模滤波(interacting multiple model filter, IMM)的方法.该方法将机器人状态、目标状态和环境特征状态作为整体来构成系统状态向量并利用全关联扩展式卡尔曼滤波算法对系统状态进行估计,由此随着迭代估计的进行,系统各对象状态之间将产生足够的相关性,这种相关性能够正确反映各对象状态估计间的依赖关系,因此提高了目标跟踪的准确性.该方法进一步和传统的IMM滤波算法相结合,从而解决了目标运动模式未知性问题,IMM方法的采用使系统在完成目标追踪的同时还能对其运动模态进行估计,进而提高了该算法对于机动目标的跟踪能力.仿真实验验证了该方法对机器人和目标的运动轨迹以及目标运动模态进行估计的准确性和有效性.

**关键词:**IMM滤波;EKF滤波;同时定位;地图构建;目标跟踪;移动机器人

**中图分类号:**TP242.6 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-4785(2010)02-0127-12

## An interacting multiple model filtering algorithm for mobile robots to improve tracking of moving objects in unknown environments

WU Ming, SUN Ji-yin

(Department of Computer, The Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** A novel method was developed for synchronous localization and mapping (SLAM) and object tracking (OT) to provide simultaneous estimation of a robot's and any object's trajectories in an unknown environment. The system was based on interacting multiple model (IMM) filtering. In this approach, the states of robots, objects and landmarks were used to form an integrated system state. A full covariance extended Kalman filter (EKF) was then employed to estimate system state. As the iterative estimation progressed, sufficient correlations between the different objects in the system could be established to reflect the interdependent relationships of estimations between different system objects. In this way the precision of object state estimation was improved. Moreover, when combined with a traditional IMM filter algorithm, this method solved the uncertainty problem for modes of object motion. With the application of IMM, the method helped robots to track objects and estimate their modes of motion, improving the accuracy of object localization. Simulation results validated the effectiveness of the proposed method in the estimation of the trajectories of robots and objects and the modes of motion of tracked targets.

**Keywords:** interacting multiple model filter; extended Kalman filter; simultaneous localization and mapping; object tracking; mobile robot

机器人同时定位与地图构建(SLAM)是指机器人在未知环境下,根据传感器信息迭代地完成环境地图构建,并同时估计机器人位姿状态的过程。

程。SLAM的难度在于准确的地图构建依赖于准确的机器人位姿估计,而准确的机器人位姿估计反过来又依赖于准确的环境地图。对于这个“鸡生蛋,蛋生鸡”的问题主要存在2类解决方法,其一是基于扫描点匹配的方法<sup>[1-3]</sup>,其二是基于Bayes估计的方

法,而基于 Bayes 估计的方法又主要分成基于扩展式卡尔曼滤波(EKF)的方法<sup>[46]</sup>和基于粒子滤波的方法<sup>[7-9]</sup>. 基于 Bayes 估计的 SLAM 解决方法的难点在于对估计误差的正确处理,文献[10]已经对 SLAM 误差产生的原因进行了分析.

对于某些实际任务单凭传统的 SLAM 方法是无法解决的,例如:未知环境下目标跟踪任务,未知环境下机器人围捕任务. 这些任务要求将 SLAM 方法和目标跟踪方法相结合,该问题的难度集中于:如何在完成未知环境下机器人定位任务的同时对未知运动模式的目标进行跟踪,并同时保证机器人和目标定位的准确性. Wang 等人<sup>[11-12]</sup>首先对该问题进行了研究并提出一种基于扫描点匹配的解决方法,由于该方法采用的是最近点迭代(ICP)匹配算法,因此无法表示机器人和目标的不确定性. 赵璇等<sup>[13]</sup>提出了一种基于粒子滤波解决方法,但该方法存在计算量大,以及地图长期一致性难以保证的问题<sup>[14]</sup>.

本文提出了一种基于 IMM 的机器人同时定位、地图构建和目标跟踪(simultaneous localization and mapping with object tracking, SLAMOT)方法. 该方法将传统的 IMM 目标追踪算法和基于 EKF 的 SLAM 算法相结合,完成了在未知环境下对机器人轨迹和目标轨迹的同时估计. 仿真实验表明该方法对机器人轨迹、目标轨迹以及目标运动模式估计均较为准确,并且由于系统所有状态向量均存在相关性,因此能够保证较好的地图长期一致性.

## 1 机器人和目标的运动模型以及观测模型

本节主要介绍系统所涉及到的相关运动模型以及观测模型,在机器人同时定位、地图构建和目标跟踪过程中首先需要建立机器人和目标的运动模型,分别介绍如下.

### 1.1 机器人运动模型

设机器人状态为  $\mathbf{X}_k^R = [x_k^R \ y_k^R \ \theta_k^R]^T$ , 其中  $x_k^R, y_k^R, \theta_k^R$  分别为  $k$  时刻机器人在全局坐标系下的平面笛卡尔坐标以及相对于  $X$  轴的转角(标号上标表示描述对象,下标表示时间).  $\mathbf{u}_{k|k-1}^R = [v_{k-1} \ \gamma_{k-1}]^T$  为  $k-1$  时刻机器人的速度、角度控制量,  $\mathbf{u}_{k|k-1}^R$  存在均值为 0、方差为  $\mathbf{Q}^u$  的高斯噪声,则机器人运动模型如下:

$$\mathbf{X}_k^R = \mathbf{f}^R(\mathbf{X}_{k-1}^R, \mathbf{u}_{k|k-1}^R, \Delta t) =$$

$$\begin{bmatrix} x_{k-1}^R + v_{k-1} \Delta t \cos(\theta_{k-1}^R + \gamma_{k-1}) \\ y_{k-1}^R + v_{k-1} \Delta t \sin(\theta_{k-1}^R + \gamma_{k-1}) \\ \theta_{k-1}^R + (v_{k-1} \Delta t / B) \cdot \sin(\gamma_{k-1}) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

式中:  $\Delta t$  为状态更新间隔,  $B$  为机器人轮毂长度,该轮式机器人模型符合非完整约束条件.

### 1.2 目标运动模型

目标在运动过程中一般并非保持惟一运动模式,这里假设有 2 种可能的目标运动模型,即定速度模型(the constant velocity model, CVM)以及定加速度模型(the constant acceleration model, CAM).

首先定义 CVM,假设目标在时刻  $k$  的状态由平面笛卡尔坐标  $x_k^{TCVM}$  和  $y_k^{TCVM}$  以及在  $X, Y$  轴方向上的速度  $\dot{x}_k^{TCVM}$  和  $\dot{y}_k^{TCVM}$  组成,即

$$\mathbf{X}_k^{TCVM} = [x_k^{TCVM} \ y_k^{TCVM} \ \dot{x}_k^{TCVM} \ \dot{y}_k^{TCVM}]^T.$$

则根据文献[2]介绍的方法可知目标 CVM 运动模式预测函数为

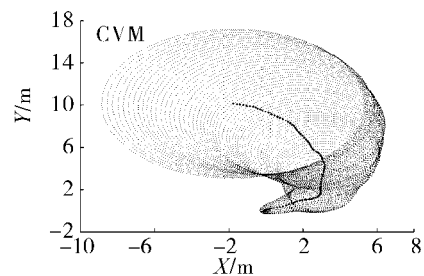
$$\mathbf{X}_k^{TCVM} = \mathbf{f}^{TCVM}(\mathbf{X}_{k-1}^{TCVM}, \mathbf{A}_{k|k-1}^{TCVM}, \mathbf{q}_{k-1}^{TCVM}) = \mathbf{A}_{k|k-1}^{TCVM} \mathbf{X}_{k-1}^{TCVM} + \mathbf{q}_{k|k-1}^{TCVM}. \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{A}_{k|k-1}^{TCVM}$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{q}_{k|k-1}^{TCVM}$  为目标运动随机参量,其符合方差阵为  $\mathbf{Q}_{k|k-1}^{TCVM}$  的高斯白噪声.

对于 CAM 来说,目标的状态为  $\mathbf{X}_k^{TCAM} = [x_k^{TCAM} \ y_k^{TCAM} \ \dot{x}_k^{TCAM} \ \dot{y}_k^{TCAM} \ \ddot{x}_k^{TCAM} \ \ddot{y}_k^{TCAM}]^T$ , 其中  $\ddot{x}_k^{TCAM}$  和  $\ddot{y}_k^{TCAM}$  分别为目标在  $X, Y$  轴方向上的加速度,类似于 CVM 可以将 CAM 目标状态转移函数表示为

$$\mathbf{X}_k^{TCAM} = \mathbf{f}^{TCAM}(\mathbf{X}_{k-1}^{TCAM}, \mathbf{A}_{k|k-1}^{TCAM}, \mathbf{q}_{k-1}^{TCAM}) = \mathbf{A}_{k|k-1}^{TCAM} \mathbf{X}_{k-1}^{TCAM} + \mathbf{q}_{k|k-1}^{TCAM}. \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{A}_{k|k-1}^{TCAM}$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{q}_{k|k-1}^{TCAM}$  为目标运动随机参量,其符合方差阵为  $\mathbf{Q}_{k|k-1}^{TCAM}$  的高斯白噪声. 限于篇幅,这里对这些参数的具体取值不予介绍,读者可参见文献[2]. 图 1 显示了利用式(2)、(3)得到的目标运行轨迹.



(a) CVM 模式运行轨迹

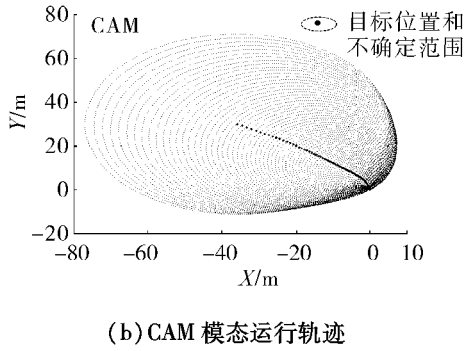


图1 目标 CAM 和 CVM 模态运行轨迹图

Fig.1 The tracks of object in CVM and CAM model

图1中2幅子图分别显示了目标以CVM和CAM运行时的轨迹,从该图可见,当目标以CAM运动时,无论其实际运动范围,还是位置不确定范围,均大于以CVM运动的结果.由此说明,CAM适合描述运动不确定性较大的目标,而CVM则适合描述运动不确定性小的目标.

### 1.3 特征、目标观测模型

假设特征 $lm_i$ 的状态为其笛卡尔坐标,即 $X_k^{lm_i} = [x_k^{lm_i} \ y_k^{lm_i}]^T$ . 观测量为距离和方向信息,即 $z = [d \ \gamma]^T$ ,则系统对目标 $T$ 和特征 $lm_i$ 的观测函数分别为

$$z_k^T = [d_k^T \ \gamma_k^T]^T = h^T(X_k^R, X_k^T, R^T) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k^T - x_k^R)^2 + (y_k^T - y_k^R)^2} \\ \arctan(\frac{y_k^T - y_k^R}{x_k^T - x_k^R} - \theta_k^R) \end{bmatrix} + R^T \quad (4)$$

和

$$z_k^{lm_i} = [d_k^{lm_i} \ \gamma_k^{lm_i}]^T = h^{LM}(X_k^R, X_k^{lm_i}, R^{lm_i}) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k^{lm_i} - x_k^R)^2 + (y_k^{lm_i} - y_k^R)^2} \\ \arctan(\frac{y_k^{lm_i} - y_k^R}{x_k^{lm_i} - x_k^R} - \theta_k^R) \end{bmatrix} + R^{lm_i}. \quad (5)$$

式中: $X_k^R$ 、 $X_k^T$ 分别为机器人和目标的狀態量, $R$ 是均值为0,协方差为 $\text{diag}(q^d, q^\gamma)$ 的观测噪声.

## 2 基于 IMM 的机器人同时定位、地图构建和运动目标跟踪方法

目标跟踪和机器人 SLAM 研究的重点各有不同,例如,对于目标跟踪来讲研究的难点一般在于对目标运动模型的未知性上,而机器人 SLAM 研究的

难点在于对于机器人状态和环境特征不确定性的刻画上. 因此对于机器人同时定位、地图构建和目标跟踪来说,其研究难点至少将是2个子问题难点之和. 下面给出基于 IMM 滤波的解决方法. 算法总体流程如图2所示.

该算法主要包含2部分内容,其分别是基于 EKF 的单模 SLAMOT 算法(图中对应 Mode  $i$  EKF 方框),以及基于 IMM 滤波的多模目标跟踪算法. 需要说明的是,整个算法是在 IMM 框架下进行的,而基于 EKF 的单模 SLAMOT 算法是为了完成不同系统状态的预测和更新而设计的. 具体来说,每当系统获得环境观测值,将利用这些观测值对不同目标运动模式对应的系统状态分别进行更新,进而得到不同的系统状态向量和协方差阵更新值 $X_k^i$ 和 $P_k^i$ ,在此基础上,运用 IMM 方法得到本次迭代最终的系统状态和协方差阵 $X_k$ 和 $P_k$ . 以下对整个过程进行详细介绍.

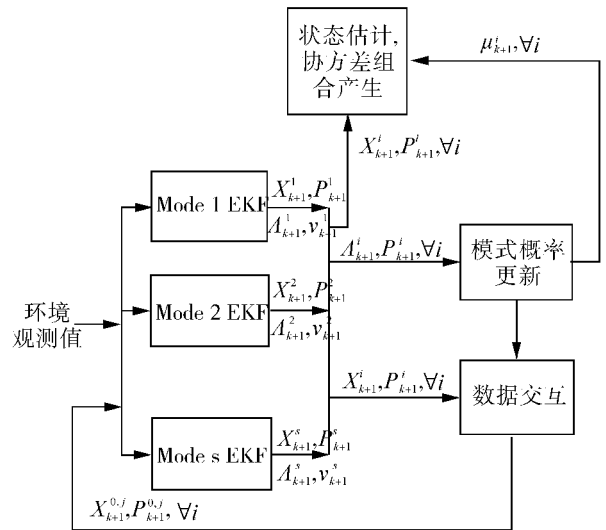


图2 SLAMOTIMM 滤波算法流程图

Fig.2 The flow chart of SLAMOTIMM algorithm

### 2.1 状态向量的表示

首先介绍系统状态的设置,这里将系统状态表示成机器人状态、目标状态和环境特征状态组合的形式,即

$$X_k = \begin{bmatrix} X_k^R \\ X_k^T \\ LM_k \end{bmatrix}. \quad (6)$$

式中: $X_k^R = [x_k^R \ y_k^R \ \theta_k^R]$ 为机器人 $k$ 时刻的状态值, $X_k^T$

为目标  $k$  时刻的状态值;  $\mathbf{LM}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^{lm_1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_k^{lm_n} \end{bmatrix}$  为当前已发现

环境特征状态的组合(其中  $\mathbf{X}_k^{lm_i} = [x_k^{lm_i} \ y_k^{lm_i}]^T$ ). 需要

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_k) & \mathbf{C}(\mathbf{R}_k, \mathbf{T}_k) & \mathbf{C}(\mathbf{R}_k, \mathbf{lm}_1) & \cdots & \mathbf{C}(\mathbf{R}_k, \mathbf{lm}_n) \\ \mathbf{C}(\mathbf{T}_k, \mathbf{R}_k) & \mathbf{C}(\mathbf{T}_k, \mathbf{T}_k) & \mathbf{C}(\mathbf{T}_k, \mathbf{lm}_1) & \cdots & \mathbf{C}(\mathbf{T}_k, \mathbf{lm}_n) \\ \mathbf{C}(\mathbf{lm}_1, \mathbf{R}_k) & \mathbf{C}(\mathbf{lm}_1, \mathbf{T}_k) & \mathbf{C}(\mathbf{lm}_1, \mathbf{lm}_1) & \cdots & \mathbf{C}(\mathbf{lm}_1, \mathbf{lm}_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}(\mathbf{lm}_n, \mathbf{R}_k) & \mathbf{C}(\mathbf{lm}_n, \mathbf{T}_k) & \mathbf{C}(\mathbf{lm}_n, \mathbf{lm}_1) & \cdots & \mathbf{C}(\mathbf{lm}_n, \mathbf{lm}_n) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

为了形象起见,这里用  $\mathbf{R}_k$  表示  $\mathbf{X}_k^R$ ,  $\mathbf{T}_k$  表示  $\mathbf{X}_k^T$ ,  $\mathbf{lm}_i$  表示  $\mathbf{X}_k^{lm_i}$ ,  $\mathbf{C}(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  代表  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  的协方差阵. 由式(7)可知,该系统主要存在 6 种相互依赖关系,其分别是:机器人自身之间的依赖关系  $\mathbf{C}(\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_k)$ , 目标自身之间的依赖关系  $\mathbf{C}(\mathbf{T}_k, \mathbf{T}_k)$ , 环境特征自身之间的依赖关系  $\mathbf{C}(\mathbf{lm}_i, \mathbf{lm}_i)$ , 机器人和目标之间的依赖关系  $\mathbf{C}(\mathbf{R}_k, \mathbf{T}_k)$ , 机器人和环境特征之间的依赖关系  $\mathbf{C}(\mathbf{R}_k, \mathbf{lm}_i)$ , 目标和环境特征之间的依赖关系  $\mathbf{C}(\mathbf{T}_k, \mathbf{lm}_i)$ , 不同环境特征之间的依赖关系  $\mathbf{C}(\mathbf{lm}_i, \mathbf{lm}_j)$ ,  $i \neq j$ .

## 2.2 EKF 形式的 SLAMOT 解决

本节介绍如何用 EKF 来解决 SLAMOT 问题,其主要分为:扩充阶段(augment)、预测阶段(predict)、更新阶段(update).

### 2.2.1 扩充阶段

初始阶段系统的状态向量只包括  $\mathbf{X}_k^R$ , 在运行过程中,当第一次得到对于目标的观测值或新环境特征的观测值后系统将对状态向量和协方差阵进行扩展,本节介绍具体方法.

首先介绍对于状态向量的扩展. 式(4)、(5)给出了对于目标和环境特征的观测函数,这里可以得到其逆推形式如下,即已知  $\mathbf{X}_k^R$  和  $\mathbf{z}_k$  条件下如何得到  $\mathbf{X}_k^T$  和  $\mathbf{X}_k^{lm_{new}}$ .

$$\mathbf{X}_k^T = \text{converse}(\mathbf{X}_k^R, \mathbf{z}_k^T) = \begin{bmatrix} x_k^T \\ y_k^T \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k^R + d_k^T \cos(\gamma_k^T + \theta_k^R) \\ y_k^R + d_k^T \sin(\gamma_k^T + \theta_k^R) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

指出的是系统最初的向量只包括机器人状态  $\mathbf{X}_k^R$ , 而目标状态  $\mathbf{X}_k^T$  和环境特征状态  $\mathbf{LM}_k$  是在机器人取得特定观测值后逐步扩充进来的.

相应地,该系统的协方差阵具有如下形式:

$$\mathbf{X}_k^{lm_{new}} = \text{converse}(\mathbf{X}_k^R, \mathbf{z}_k^{lm_{new}}) = \begin{bmatrix} x_k^{lm_{new}} \\ y_k^{lm_{new}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k^R + d_k^{lm_{new}} \cos(\gamma_k^{lm_{new}} + \theta_k^R) \\ y_k^R + d_k^{lm_{new}} \sin(\gamma_k^{lm_{new}} + \theta_k^R) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

这里假设对于目标和新环境特征的观测值分别为  $\mathbf{z}_k^T$  和  $\mathbf{z}_k^{lm_{new}}$ , 由于该逆推函数只能提供对象的笛卡尔坐标信息,因此式(8)中只得到目标状态  $\mathbf{X}_k^T$  的前 2 项. 下面分别说明对  $\mathbf{X}_k^T$  和  $\mathbf{X}_k^{lm_{new}}$  的扩展方法.

1) 针对目标状态扩展. 假设系统状态向量已经包括  $n$  个特征向量(不包括特征的情况类似), 则当得到目标  $\mathbf{X}_k^T$  时扩展方法如下:

$$\text{augment}(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_k^T): \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^R \\ \mathbf{X}_k^{lm_1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_k^{lm_n} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^R \\ \mathbf{X}_k^T \\ \mathbf{X}_k^{lm_1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_k^{lm_n} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

扩展前                      扩展后

从上式可见目标状态子向量紧跟着机器人状态子向量.

2) 针对新特征状态扩展. 假设系统状态向量已经包括  $n$  个特征向量和目标状态向量(不包括特征的情况类似), 则当得到新特征  $\mathbf{X}_k^{lm_{new}}$  时扩展方法如下:

$$\text{augment}(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_k^{lm_{new}}): \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^R \\ \mathbf{X}_k^T \\ \mathbf{X}_k^{lm_1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_k^{lm_n} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^R \\ \mathbf{X}_k^T \\ \mathbf{X}_k^{lm_1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_k^{lm_n} \\ \mathbf{X}_k^{lm_{n+1}} = \mathbf{X}_k^{lm_{new}} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

扩展前                      扩展后

此时系统的已知特征数量为  $n+1$ 。

在对系统状态向量完成扩展后还须对系统协方差阵  $P_k$  进行扩展,同样分别对目标和新特征分别进行说明。

1) 针对目标的系统协方差阵扩展. 假设系统状态向量已经包括  $n$  个特征向量(不包括特征的情况类似),则针对目标  $T$  系统协方差阵扩展方法如下。

$$\text{augment}(P_k, CE_{x_k^R}, CE_{z_k^T}) : \underbrace{\begin{bmatrix} C(R_k, R_k) & C(R_k, lm_1) & \cdots & C(R_k, lm_n) \\ C(lm_1, R_k) & C(lm_1, lm_1) & \cdots & C(lm_1, lm_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(lm_n, R_k) & C(lm_n, lm_1) & \cdots & C(lm_n, lm_n) \end{bmatrix}}_{\text{扩展前}} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} C(R_k, R_k) & C(R_k, T_k) & C(R_k, lm_1) & \cdots & C(R_k, lm_n) \\ C(T_k, R_k) & C(T_k, T_k) & C(T_k, lm_1) & \cdots & C(T_k, lm_n) \\ C(lm_1, R_k) & C(lm_1, T_k) & C(lm_1, lm_1) & \cdots & C(lm_1, lm_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(lm_n, R_k) & C(lm_n, T_k) & C(lm_n, lm_1) & \cdots & C(lm_n, lm_n) \end{bmatrix}}_{\text{扩展后}}. \quad (12)$$

式中:

$$C(T_k, R_k) = (C(R_k, T_k))^T = CE_{x_k^R} C(R_k, R_k), \quad (13)$$

$$C(T_k, T_k) = CE_{x_k^R} C(R_k, R_k) (CE_{x_k^R})^T + CE_{z_k^T} R^T (CE_{z_k^T})^T, \quad (14)$$

$$C(T_k, lm_i) = (C(lm_i, T_k))^T = CE_{x_k^R} C(R_k, lm_i), i = 1, 2, \cdots, n, \quad (15)$$

$$CE_{x_k^R} = \frac{\partial \text{converse}(X_k^R, z_k^T)}{\partial X_k^R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d_k^T \sin(\theta_k^R + \gamma_k^T) \\ 0 & 1 & d_k^T \cos(\theta_k^R + \gamma_k^T) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$CE_{z_k^T} = \frac{\partial \text{converse}(X_k^R, z_k^T)}{\partial z_k^T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k^R + \gamma_k^T) & -d_k^T \sin(\theta_k^R + \gamma_k^T) \\ \sin(\theta_k^R + \gamma_k^T) & d_k^T \cos(\theta_k^R + \gamma_k^T) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

式(16)、(17)分别为式(8)对机器人状态  $X_k^R$  和目标观测值  $z_k^T$  的雅可比阵,式(13)~(15)分别由误差传播公式得到。

2) 针对新发现目标的系统协方差阵扩展. 这里假设此时系统状态向量已经包括目标状态和  $n$  个特征状态(不包含的情况可以类似得到),以下用  $lm_{n+1}$  代表新发现的特征,那么系统协方差阵扩展如下。

$$\text{augment}(P_k, CE_{x_k^R}, CE_{z_k^{lm_{new}}}) : \underbrace{\begin{bmatrix} C(R_k, R_k) & C(R_k, T_k) & C(R_k, lm_1) & \cdots & C(R_k, lm_n) \\ C(T_k, R_k) & C(T_k, T_k) & C(T_k, lm_1) & \cdots & C(T_k, lm_n) \\ C(lm_1, R_k) & C(lm_1, T_k) & C(lm_1, lm_1) & \cdots & C(lm_1, lm_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(lm_n, R_k) & C(lm_n, T_k) & C(lm_n, lm_1) & \cdots & C(lm_n, lm_n) \end{bmatrix}}_{\text{扩展前}} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} C(R_k, R_k) & C(R_k, T_k) & C(R_k, lm_1) & \cdots & C(R_k, lm_n) & C(R_k, lm_{n+1}) \\ C(T_k, R_k) & C(T_k, T_k) & C(T_k, lm_1) & \cdots & C(T_k, lm_n) & C(T_k, lm_{n+1}) \\ C(lm_1, R_k) & C(lm_1, T_k) & C(lm_1, lm_1) & \cdots & C(lm_1, lm_n) & C(lm_1, lm_{n+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(lm_n, R_k) & C(lm_n, T_k) & C(lm_n, lm_1) & \cdots & C(lm_n, lm_n) & C(lm_n, lm_{n+1}) \\ C(lm_{n+1}, R_k) & C(lm_{n+1}, T_k) & C(lm_{n+1}, lm_1) & \cdots & C(lm_{n+1}, lm_n) & C(lm_{n+1}, lm_{n+1}) \end{bmatrix}}_{\text{扩展后}}. \quad (18)$$

式中:

$$C(lm_{n+1}, R_k) = (C(R_k, lm_{n+1}))^T = CE_{X_k^R} C(R_k, R_k), \quad (19)$$

$$C(lm_{n+1}, T_k) = (C(T_k, lm_{n+1}))^T = CE_{X_k^R} C(R_k, T_k), \quad (20)$$

$$C(lm_{n+1}, lm_i) = (C(lm_i, lm_{n+1}))^T = CE_{X_k^R} C(R_k, lm_i), i = 1, 2, \dots, n, \quad (21)$$

$$C(lm_{n+1}, lm_{n+1}) = CE_{X_k^R} C(R_k, R_k) (CE_{X_k^R})^T + CE_{z_k^{lm_{new}}} R^{lm} (CE_{z_k^{lm_{new}}})^T, \quad (22)$$

$$CE_{X_k^R} = \frac{\partial \text{converse}(X_k^R, z_k^{lm_{new}})}{\partial X_k^R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d_k^{lm_{new}} \sin(\theta_k^R + \gamma_k^{lm_{new}}) \\ 0 & 1 & d_k^{lm_{new}} \cos(\theta_k^R + \gamma_k^{lm_{new}}) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$CE_{z_k^{lm_{new}}} = \frac{\partial \text{converse}(X_k^R, z_k^{lm_{new}})}{\partial z_k^{lm_{new}}} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k^R + \gamma_k^{lm_{new}}) & -d_k^{lm_{new}} \sin(\theta_k^R + \gamma_k^{lm_{new}}) \\ \sin(\theta_k^R + \gamma_k^{lm_{new}}) & d_k^{lm_{new}} \cos(\theta_k^R + \gamma_k^{lm_{new}}) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

式(23)、(24)分别为式(9)对机器人状态  $X_k^R$  和特征观测值  $z_k^{lm_{new}}$  的雅可比阵,式(19)~(21)同样由误差传播公式得到。

### 2.2.2 状态预测阶段

在SLAMOT过程中主要存在2个运动物体,分别是机器人和目标,状态预测阶段的任务就是利用两者的运动模型对其状态和系统协方差阵进行预测。一般来说,作为观测主体的机器人其运动模型是确定的,而作为观测对象的目标其运动模型并不确定,本节假设已知机器人和目标的运动状态,后面章节将考虑多模态情况下的应用。

这里采用式(1)作为机器人的运动模型,记为  $f^R$ ,目标的运动模型为式(2)和式(3)之一,记为  $f^T$ 。预测阶段包括:系统状态预测和系统协方差预测2部分,分别介绍如下。

1)系统状态预测。由于特征分布是固定不变的,因此系统状态预测操作的对象是式(6)表示的系统状态  $X_k$  的前2项,即机器人状态子向量  $X_k^R$  和目标状态子向量  $X_k^T$ 。这里将根据  $f^R$  得到预测后的机器人状态子向量  $X_{k+1|k}^R$  为

$$X_{k+1|k}^R = f^R(X_k^R, \Delta t, u_{k+1|k}^R). \quad (25)$$

同样将根据  $f^T$  完成对目标状态子向量的预测,即

$$X_{k+1|k}^T = f^T(X_k^T, A_{k+1|k}^T, q_{k+1|k}^T). \quad (26)$$

因此经过系统状态预测后,系统的状态向量变化如下:

$$X_{k+1|k} = \text{StatePredict}(X_k, u_{k+1|k}^R, \Delta t, A_{k+1|k}^T, q_{k+1|k}^T) = \begin{bmatrix} X_{k+1|k}^R \\ X_{k+1|k}^T \\ LM_{k+1|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f^R(X_k^R, \Delta t, u_{k+1|k}^R) \\ f^T(X_k^T, A_{k+1|k}^T, q_{k+1|k}^T) \\ LM_{k+1|k} = LM_k \end{bmatrix}. \quad (27)$$

2)系统协方差预测。协方差预测实际上可以理解为一种不确定性传播过程,机器人和目标在状态预测后不确定性也应相应传播扩大。这种传播扩大不仅体现在机器人和目标本身的协方差子阵上 ( $C(R_k, R_k)$  和  $C(T_k, T_k)$ ), 也应体现在机器人和目标之间 ( $C(R_k, T_k)$ )、机器人和特征之间 ( $C(R_k, lm_i)$ ) 以及目标和特征之间 ( $C(T_k, lm_i)$ ) 的协方差子阵上,以下分别介绍。

对于机器人自身协方差子阵预测利用误差传播公式可得

$$C(R_{k+1|k}, R_{k+1|k}) = F_{X_k^R}^R C(R_k, R_k) (F_{X_k^R}^R)^T + F_{u_{k+1|k}^R}^{RT} Q^u (F_{u_{k+1|k}^R}^R)^T, \quad (28)$$

$$F_{X_k^R}^R = \frac{\partial f^R}{\partial X_k^R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_k \Delta t \sin(\theta_k^R + \gamma_k) \\ 0 & 1 & v_k \Delta t \cos(\theta_k^R + \gamma_k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$F_{u_{k+1|k}^R}^R = \frac{\partial f^R}{\partial u_{k+1|k}^R} = \begin{bmatrix} \Delta t \cos(\theta_k^R + \gamma_k) & -v_k \Delta t \sin(\theta_k^R + \gamma_k) \\ \Delta t \sin(\theta_k^R + \gamma_k) & v_k \Delta t \cos(\theta_k^R + \gamma_k) \\ \Delta t \sin(\gamma_k)/B & v_k \Delta t \cos(\gamma_k)/B \end{bmatrix}. \quad (30)$$

式中:  $C(R_{k+1|k}, R_{k+1|k})$  代表机器人预测协方差子阵的值,  $Q^u$  代表机器人控制输入的误差阵,  $F_{X_k^R}^R$ 、 $F_{u_{k+1|k}^R}^R$  分别为式(1)对机器人状态  $X_k^R$  和机器人控制向量的雅可比阵。

类似地,对于目标自身协方差子阵预测值为

$$C(T_{k+1|k}, T_{k+1|k}) = A_{k+1|k}^T C(T_k, T_k) (A_{k+1|k}^T)^T + Q_{k+1|k}^T. \quad (31)$$

式中:  $C(T_{k+1|k}, T_{k+1|k})$  代表预测后目标协方差子阵

的值,  $A_{k+1|k}^T$  为目标运动模型状态转移阵,  $Q_{k+1|k}^T$  为状态误差阵.

机器人和目标之间协方差子阵预测值为

$$C(R_{k+1|k}, T_{k+1|k}) = F_{X_k^R}^R C(R_k, T_k) (A_{k+1|k}^T)^T. \quad (32)$$

其推导如下:

$$\text{因为 } C(R_{k+1|k}, T_k) = F_{X_k^R}^R C(R_k, T_k), \quad (\text{I})$$

$$C(R_{k+1|k}, T_{k+1|k}) = C(R_{k+1|k}, T_k) (A_{k+1|k}^T)^T, \quad (\text{II})$$

所以由式 (I)、(II) 可得:  $C(R_{k+1|k}, T_{k+1|k}) =$

$$P_{k+1|k} = \text{ConvariancePredict}(P_k, X_k, u_{k+1|k}^R, Q^u, \Delta t, A_{k+1|k}^T, Q_{k+1|k}^T) =$$

$$\begin{bmatrix} C(R_{k+1|k}, R_{k+1|k}) & C(R_{k+1|k}, T_{k+1|k}) & C(R_{k+1|k}, lm_1) & \cdots & C(R_{k+1|k}, lm_n) \\ C(T_{k+1|k}, R_{k+1|k}) & C(T_{k+1|k}, T_{k+1|k}) & C(T_{k+1|k}, lm_1) & \cdots & C(T_{k+1|k}, lm_n) \\ C(lm_1, R_{k+1|k}) & C(lm_1, T_{k+1|k}) & C(lm_1, lm_1) & \cdots & C(lm_1, lm_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C(lm_n, R_{k+1|k}) & C(lm_n, T_{k+1|k}) & C(lm_n, lm_1) & \cdots & C(lm_n, lm_n) \end{bmatrix}. \quad (35)$$

### 2.2.3 更新阶段

当观测值出现时, EKF 将对系统状态向量和协方差阵进行更新从而纠正系统的误差. 这里假设已经完成数据关联工作, 即已知观测值和目标、特征的对应关系. 设观测值分为对于目标的观测值  $z_{k+1}^T$  和对于特征的观测值  $z_{k+1}^{lm_i}, i=1, \dots, m_{k+1}$  ( $m_{k+1}$  为此次观测到的特征数量) 2 部分组成.

下面首先需要建立此次系统的观测矩阵  $H_{k+1}$ , 该矩阵形式如式 (36):

$$H_{k+1} = \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ H_{k+1}^{lm_1} \\ \vdots \\ H_{k+1}^{lm_{m_{k+1}}} \end{bmatrix}. \quad (36)$$

式中:  $H_{k+1}^T$  和  $H_{k+1}^{lm_i}$  为  $2 \times \dim(X_{k+1|k})$  的矩阵,  $H_{k+1}^T$  为目标状态子向量  $X_{k+1|k}^T$  和机器人状态子向量  $X_{k+1|k}^R$  对应目标观测值  $z_{k+1}^T$  的观测矩阵. 其值为

$$H_{k+1}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial h^T}{\partial X_{k+1|k}^R} & \frac{\partial h^T}{\partial X_{k+1|k}^T} & 0_{2 \times 2n} \end{bmatrix}_{2 \times (9+2n)}. \quad (37)$$

式中:

$$\frac{\partial h^T}{\partial X_{k+1|k}^R} = \begin{bmatrix} \frac{x_{k+1|k}^R - x_{k+1|k}^T}{\sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2}} & \frac{y_{k+1|k}^R - y_{k+1|k}^T}{\sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2}} & 0 \\ \frac{y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R}{\sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2}} & \frac{x_{k+1|k}^R - x_{k+1|k}^T}{\sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2}} & 1 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$\frac{\partial h^T}{\partial X_{k+1|k}^T} = \begin{bmatrix} \frac{x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R}{\sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2}} & \frac{y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R}{\sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2}} & \vdots \\ \frac{y_{k+1|k}^R - y_{k+1|k}^T}{\sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2}} & \frac{x_{k+1|k}^R - x_{k+1|k}^T}{\sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2}} & \vdots \end{bmatrix}_{0_{2 \times 4}}. \quad (39)$$

式 (38)、(39) 分别为式 (4) 对于  $X_{k+1|k}^R$  和  $X_{k+1|k}^T$  的雅可比阵.

假设每个观测值  $z_{k+1}^{lm_i}$  与系统状态变量中特征的对应关系已经确定, 即,  $z_{k+1}^{lm_i}$  对应系统状态向量中的

特征为  $j_i$ , 也就是说, 对应系统状态向量  $\mathbf{X}_k$  中的  $\mathbf{X}_k^{lm_{ji}}$  元素. 则  $\mathbf{H}_{k+1|k}^{lm_i}$  为

$$\mathbf{H}_{k+1|k}^{lm_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{h}^{LM}}{\partial \mathbf{X}_{k+1|k}^R} & 0 & \cdots & \underbrace{\frac{\partial \mathbf{h}^{LM}}{\partial \mathbf{X}_k^{lm_{ji}}}}_{\substack{\text{第 } 9+2 \times j_i, \text{ 列到 } 9+2 \times (j_i+1) \\ 2 \times (9+2n)}} & 0 & \cdots \end{bmatrix}_{2 \times (9+2n)}. \quad (40)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}^{LM}}{\partial \mathbf{X}_{k+1|k}^R} = \begin{bmatrix} \frac{x_{k+1|k}^R - x_k^{lm_{ji}}}{\sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2}} & \frac{y_{k+1|k}^R - y_k^{lm_{ji}}}{\sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2}} & 0 \\ \frac{y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R}{\sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2}} & \frac{x_{k+1|k}^R - x_k^{lm_{ji}}}{\sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2}} & 1 \end{bmatrix}, \quad (41)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}^{LM}}{\partial \mathbf{X}_k^{lm_{ji}}} = \begin{bmatrix} \frac{x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R}{\sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2}} & \frac{y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R}{\sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2}} \\ \frac{y_k^R - y_k^{lm_{ji}}}{\sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2}} & \frac{x_k^{lm_{ji}} - x_k^R}{\sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2}} \end{bmatrix}. \quad (42)$$

式(41)、(42)分别为式(5)对于  $\mathbf{X}_{k+1|k}^R$  和  $\mathbf{X}_k^{lm_{ji}}$  的雅可比阵.

接下来还需确定观测差异向量, 所谓观测差异向量是指: 预测到的观测值和实际观测值的差异, 这里记为

$$\mathbf{v}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{k+1}^T \\ \mathbf{v}_{k+1}^{lm_1} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{k+1}^{lm_{m+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{k+1}^T - \mathbf{z}_{k+1|k}^T \\ \mathbf{z}_{k+1}^{lm_1} - \mathbf{z}_{k+1|k}^{lm_1} \\ \vdots \\ \mathbf{z}_{k+1}^{lm_{m+1}} - \mathbf{z}_{k+1|k}^{lm_{m+1}} \end{bmatrix}. \quad (43)$$

式中:  $\mathbf{z}_{k+1|k}^T, \mathbf{z}_{k+1|k}^{lm_i}$  对于目标和特征的预测观测值,  $\mathbf{z}_{k+1}^T, \mathbf{z}_{k+1}^{lm_i}$  代表实际观测值,  $\mathbf{v}_{k+1}^T$  代表对于目标的观测差异,  $\mathbf{v}_{k+1}^{lm_i}$  代表对于特征的观测差异.

$\mathbf{z}_{k+1|k}^T$  为目标预测观测值, 根据式(4), 可得:

$$\mathbf{z}_{k+1|k}^T = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R)^2} \\ \arctan\left(\frac{x_{k+1|k}^T - x_{k+1|k}^R}{y_{k+1|k}^T - y_{k+1|k}^R}\right) - \theta_{k+1|k}^R \end{bmatrix}. \quad (44)$$

设已知特征预测观测值  $\mathbf{z}_{k+1|k}^{lm_i}$  对应系统状态向量中的特征引索为  $j_i$ , 则有:

$$\mathbf{z}_{k+1|k}^{lm_i} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R)^2 + (y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R)^2} \\ \arctan\left(\frac{x_k^{lm_{ji}} - x_{k+1|k}^R}{y_k^{lm_{ji}} - y_{k+1|k}^R}\right) - \theta_{k+1|k}^R \end{bmatrix}. \quad (45)$$

将式(44)、(45)代入式(43)就可求出观测差异向量  $\mathbf{v}_{k+1}$ .

在得到系统观测矩阵  $\mathbf{H}_{k+1}$  和观测差异向量  $\mathbf{v}_{k+1}$  基础上, 对系统状态向量和协方差阵进行更新, 过程如下:

$$\mathbf{X}_{k+1|k+1} = \mathbf{X}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{v}_{k+1}, \quad (46)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{I} \mathbf{S}_{k+1|k} (\mathbf{K}_{k+1})^T. \quad (47)$$

式中:  $\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} (\mathbf{H}_{k+1})^T (\mathbf{I} \mathbf{S}_{k+1|k})^{-1}$  为卡尔曼增益,  $\mathbf{I} \mathbf{S}_{k+1|k} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k} (\mathbf{H}_{k+1})^T + \mathbf{R}_{k+1|k}$  为此刻系统观测协方差阵,  $\mathbf{R}_{k+1|k}$  为观测噪声阵.

### 2.3 基于 IMM 的 SLAMOT 解决方法

正如前面所述, 目标跟踪问题难点在于目标运动模型的不确定性, 为了解决这个问题, 下面给出基于 IMM 的解决方法.

IMM 滤波器<sup>[15]</sup>是计算效率较高的次优状态估计算法, 其主要用于对马尔可夫切换系统 (Markovian switching systems) 的估计问题. 如图 2 所示, IMM 滤波过程主要分为 3 个部分: 数据交互 (interaction)、各模态滤波 (filtering) 和状态组合 (combination). 下面给出发现目标后一次循环的处理过程:

1) 数据交互过程. 首先对于  $\forall i, j \in M$  计算混合概率值  $\mu_k^{ij} = (1/\bar{c}_j) p^j \mu_{k-1}^i$ , 其中  $\bar{c}_j$  为归一化因数, 其值为  $\bar{c}_j = \sum_i p^j \mu_{k-1}^i$ . 之后对于  $\forall j \in M$  计算初始状态和协方差阵, 即



$$X_k^{0j} = \sum_i X_k^i \mu_k^{ij}, \quad (48)$$

$$P_k^{0j} = \sum_i \{P_k^i + [X_k^i - X_k^{0j}] \times [X_k^i - X_k^{0j}]^T\} \mu_k^{ij}. \quad (49)$$

2) 不同模态状态预测阶段. 对于目标运动不同模态  $T_j \in M$ , 根据式(27)、(35)完成各模态对应系统状态向量和协方差阵的预测:

$$X_{k+1|k}^j = \text{StatePredict}(X_k^{0j}, u_{k+1|k}^R, \Delta t, A_{k+1|k}^{T_j}, q_{k+1|k}^{T_j}), \quad (50)$$

$$P_{k+1|k}^{0j} = \text{CovariancePredict}(P_k^{0j}, X_k^{0j}, u_{k+1|k}^R, Q^u, \Delta t, A_{k+1|k}^{T_j}, Q_{k+1|k}^T). \quad (51)$$

若有观测值出现继续, 否则转到6).

3) 不同模态状态更新阶段. 利用式(46)、(47)完成不同模态系统状态和协方差阵的更新.

$$X_{k+1|k+1}^j = X_{k+1|k}^j + K_{k+1}^j v_{k+1}^j, \quad (52)$$

$$P_{k+1|k+1}^j = P_{k+1|k}^j - K_{k+1}^j IS_{k+1|k}^j (K_{k+1}^j)^T. \quad (53)$$

4) 模式概率更新. 不同于传统的 IMM, 此处  $\Lambda_k^j$  的取值只考虑目标观测值可能性并不考虑特征观测值可能性, 因此  $\Lambda_k^j = N(v_k^j(1:2); 0, IS_k^j(1:2, 1:2))$ ,  $v_k^j(1:2)$  表示取  $v_k^j$  的前2项(对应目标观测值差异),  $IS_k^j(1:2, 1:2)$  表示取  $IS_k^j$  的1~2行和1~2列子阵(对应目标观测协方差子阵). 之后对于各模式  $j$  计算本次更新后的模式可能性, 即

$$\mu_k^j = (1/c) \Lambda_k^j \sum_i p^i \mu_{k-1}^i = (1/c) \Lambda_k^j \bar{c}_j. \quad (54)$$

式中:  $c$  为归一化因数.

5) 系统扩充. 当存在对于新特征的观测值时, 根据式(11)完成状态向量的扩充, 式(18)完成协方差阵的扩充.

6) 系统状态估计, 协方差阵组合产生. 最终通过加权得到本次迭代的系统状态估计和协方差阵, 计算方法如下.

$$X_{k+1} = \sum_j X_{k+1|k+1}^j \mu_k^j, \quad (55)$$

$$P_k = \sum_j \{P_{k+1|k+1}^j + [X_{k+1|k+1}^j - X_k] \times [X_{k+1|k+1}^j - X_k]^T\} \mu_k^j. \quad (56)$$

以上算法过程假设目标已经出现, 如果目标没有出现, 那么系统将按照传统 EKF\_SLAM 的方法运行, 当发现目标后首先利用式(10)、(12)对系统状态向量和协方差阵进行扩充, 之后按照上述方法运

行即可.

### 3 仿真实验结果

下面将通过仿真实验来验证该方法的有效性, 实验是在 Matlab 7.5 下进行. 为了能够体现机器人机动性的特点, 这里设计控制律使得机器人能够跟随目标运动. 具体来说, 首先计算机器人位置和目标位置的角度, 以此作为机器人角度控制量, 之后计算机器人位置和目标位置的距离, 以此作为机器人速度控制量, 这里设置了几个速度标准并根据距离的远近来选择不同的速度标准.

目标在不同时段分别采用定速度模型和定加速度模型2种不同运动模式, 该实验首先在长度为  $-250 \sim 250$  m, 宽度为  $-250 \sim 250$  m 的正方形区域内均匀产生 800 个特征点. 为了更准确地分析结果, 假设运动开始时机器人就发现了目标. 机器人的运动控制误差阵为  $Q^u = \text{diag}(1^2 \text{ m}, 0.25^2 \text{ rad})$ , 机器人观测误差为  $R^* = \text{diag}(0.1^2 \text{ m}, 0.05^2 \text{ rad})$  机器人的观测视野为前向, 观测最大距离为 100 m. 目标在定速度模型下的噪声变量  $q^{\text{TCVM}} = 0.1$ , 在定加速度模型下的噪声变量  $q^{\text{TCAM}} = 1.8$ , 每一轮迭代的间隔时间为  $\Delta t = 0.15$  s, 仿真共进行 200 次迭代. 所得到的结果如图3所示. 图3显示了实验的总体情况, 其中虚线和实线分别表示目标的实际和估计轨迹; 虚线和实线分别表示机器人的实际和估计轨迹; 带星号三角代表已发现标志的概率分布, 其中星号代表分布均值, 三角代表不确定性三角; 星号代表特征的实际位置. 机器人和目标的起始位置为 (0, 0), 机器人的终点为 (97, 2.65), 目标的终点为 (101.1, -3.68). 从图中看出机器人为了追赶目标出现了几次环型运动.

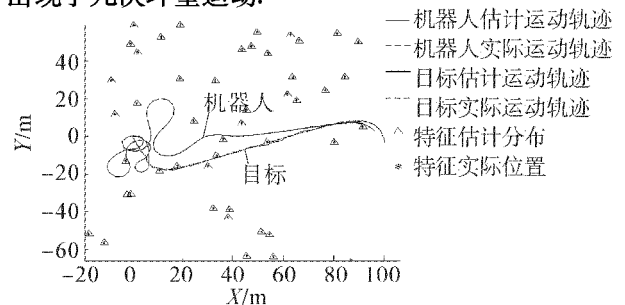


图3 仿真总体图

Fig. 3 Simulation results of SLAMTO

为了清晰起见,下面分别给出机器人和目标的运动轨迹和误差分析图。

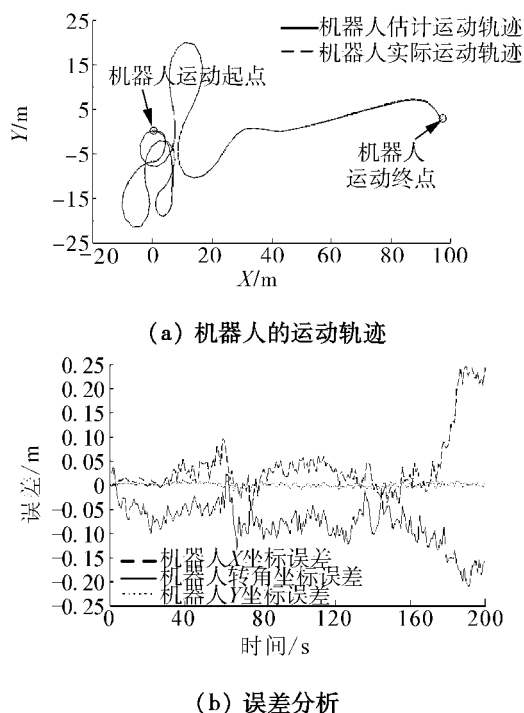


图4 机器人轨迹和误差图

Fig.4 Trajectory and localization error of robot

图4显示了机器人运动轨迹和误差,图4(a)显示了机器人实际和估计的运行轨迹,图4(b)中的长虚线、短虚线、实线分别代表不同时刻机器人的 $x$ 、 $y$ 、 $\theta$ 误差.从图中可见,从开始到第160次迭代机器人均保持较高的定位精度,从179次迭代到结束机器人定位精度有所下降.其原因在于:由于目标运动方向始终朝向西北方,因此机器人在追踪目标过程的后半运动也一直朝向西北方,这就使得定位精度较高的环境特征无法用来对后续发现的环境特征定位进行充分矫正,从而使得运动后期误差累计增大.可见在实际机器人围捕任务中,如何使得机器人尽快追捕上目标或迫使目标运动出现回路将是克服这种问题的关键.

图5显示了目标的运行轨迹和误差,图5(a)显示了目标实际和估计的运行轨迹,图5(b)虚线、实线分别显示了不同时刻目标在 $x$ 、 $y$ 上的误差.从该图可见,由于目标定位是在机器人定位基础上进行,因此系统对于目标的定位误差总体高于对机器人定位误差.下面给出不同时刻对于目标2种运动模式可能性变化,如图6.

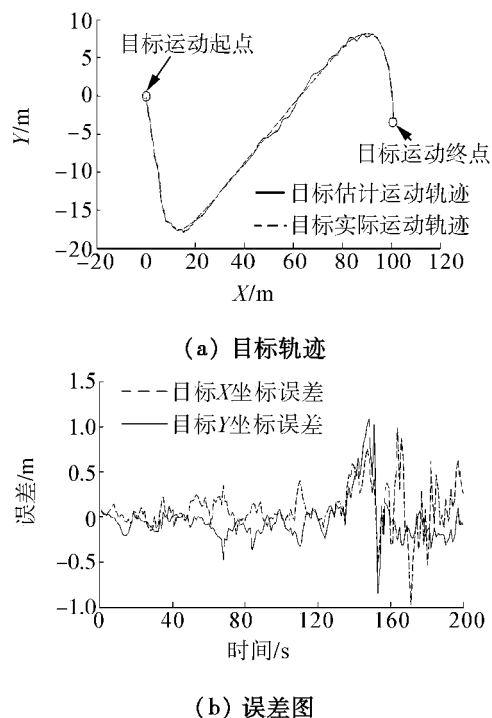


图5 目标轨迹和误差图

Fig.5 Trajectory and localization error of target

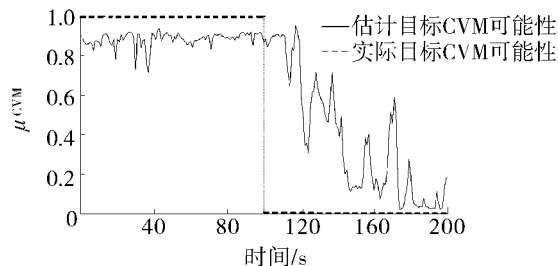


图6 目标CVM模式可能性变化图

Fig.6 The change of target's CVM possibility

图6显示了不同时刻CVM模式可能性的变化情况(CAM值为 $1 - \text{CVM}$ 值因此只介绍CVM即可),在实验中从时刻1到时刻100目标的实际运动模式为CVM,而从101到200目标的实际运动模式为CAM.从图中可见算法估计的CVM在时段1~100可能性总体较大,而在时段101~200可能性总体较小.可见算法对于目标运动模式识别是有效的.以下给出本文设计方法对于特征分布估计的结果,如图7所示.

为了清晰起见图7只画出7个特征位置估计误差距离随时刻的变化情况,其中实心圆点表示该特征首次加入系统状态向量时对应的情况.从图中可见,特征最初加入时,其误差较大但随着时间的推移所有特征的误差均得到逐步改善,并最终趋于一个门限值.以该图反映的7个特征来说,最大的初始误

差接近 11.2 m,最小的初始误差接近 0.2 m,随着时间的推移所有特征的误差均小于 0.6 m.

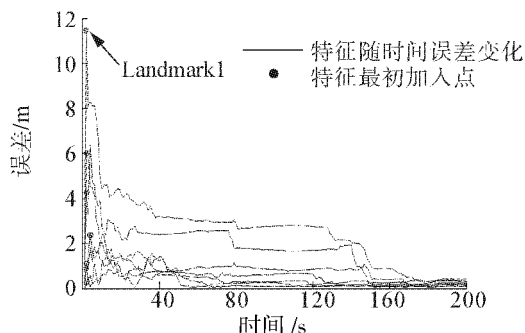


图7 特征分布误差变化图

Fig. 7 The changes of features localization error

最后给出基于协方差系数阵的分析,协方差系数代表了 2 个变量的相关程度,这里记作  $r$ ,  $-1 \leq r \leq 1$ . 一般来说,  $|r|$  越大代表变量之间的相关程度越高,误差越小;  $|r|$  越小代表变量之间的相关程度越小,误差越大. 图 8 为实验结束时系统状态向量对应的协方差系数阵.

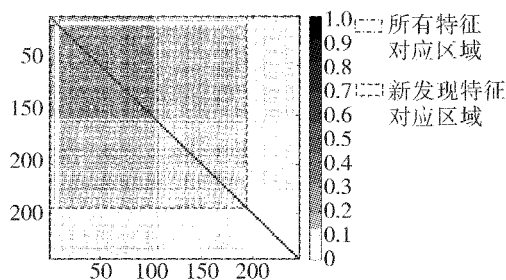


图8 系统协方差系数阵图

Fig. 8 Covariance coefficients of system

此协方差系数阵是对机器人、目标以及 135 个特征相关性的描述,其中点线间隔虚线包围的区域对应所有已发现的 135 个特征,线线间隔虚线包含区域对应其中新发现的 43 个特征,其余部分对应机器人和目标. 从该图可见,线线间隔虚线包含区域对应的协方差系数值较小,因此其对应的新发现特征的误差较大,随着估计的进行这部分区域的协方差系数值将逐步变大(对应颜色将加深,类似于点线间隔虚线包围的区域的其他部分),这也就解释图 7 中为何特征在刚加入系统向量时误差较大,而随着估计的进行误差逐渐减小. 下面分析机器人和目标对应的协方差系数,将图 8 左上部分放大如图 9 所示.

图 9 中点虚线包含的区域代表机器人自身以及机器人与目标、机器人与特征之间的相关程度. 线虚

线包含区域代表目标自身以及目标与机器人、目标与特征之间的相关程度. 从图中可见,协方差系数阵的第 1~3 行(对应机器人状态的  $x_k^R, y_k^R, \theta_k^R$ )与第 4~5 列(对应目标状态的  $x_k^T, y_k^T$ ),第 10~end 的相关性较高,因此说明对于机器人状态  $x_k^R, y_k^R, \theta_k^R$  的估计均较为准确. 同样,协方差系数阵的第 4~5 行(对应目标状态的  $x_k^T, y_k^T$ )与第 1~3 列,第 10~end 的相关性较高,因此说明对于目标状态前 2 项  $x_k^T, y_k^T$  的估计较准确,而协方差系数阵的第 6~9 行(对应目标状态的的后 4 项  $\dot{x}_k^T, \dot{y}_k^T, \ddot{x}_k^T, \ddot{y}_k^T$ )与机器人、特征之间的协方差系数均接近 0 说明系统对这几项的估计并不准确.

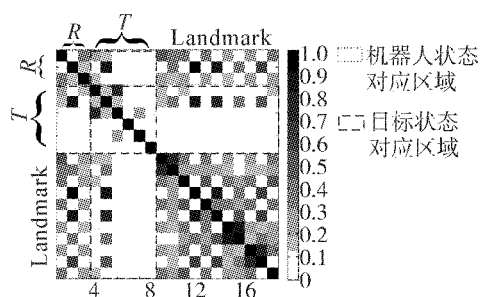


图9 机器人和目标方差系数阵图

Fig. 9 Covariance coefficients of robot and target

## 4 结束语

本文介绍了基于 IMM 的机器人未知环境下动态目标跟踪方法,仿真实验证明了该方法的有效性. 本文假设机器人能够正确区别目标和特征产生的观测值,而该问题将是算法应用到实践所必须解决的,其解决的方向可以考虑基于占用栅格地图的运动物体检测方法,如何将目标检测和目标跟踪相结合将是今后研究的方向.

## 参考文献:

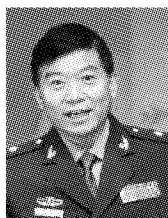
- [1] BESL P J, MCKAY N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256.
- [2] 王奎民. 基于激光测距的环境地图动态创建技术研究[J]. 自动化技术与应用, 2009, 28(5): 44-46.  
WANG Kuimin. The dynamic environment mapping technology based on laser measurement sensor[J]. Techniques of Automation and Applications, 2009, 28(5): 44-46.
- [3] INGUEZ J, LAMIRAUX F, MONTESANO L. Metric-based scan matching algorithms for mobile robot displacement esti-

- mation[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Barcelona, Spain,2005: 563-570.
- [4] CHATILA R,LAUMOND J P. Position referencing and consistent world modeling for mobile robots[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. St Louis: IEEE Computer Society,1985: 138-145.
- [5] SMITH R,SELF M,CHEESEMAN P. A stochastic map for uncertain spatial relationships[C]//Proceedings of International Symposium of Robotics Research. Santa Cruz, 1987: 467-474.
- [6] 谢黎明,查富生,李国慧,杨建军.在未知环境中作业移动机器人的定位算法[J].电机与控制学报,2005,9(5): 428-431.
- XIE Liming,ZHA Fusheng,LI Guohui,YANG Jianjun. Localization algorithm of mobile robot in an unknown condition[J]. Electric Machines and Control,2005,9(5): 428-431.
- [7] MONTEMERLO M,THUN S,KOLLER D,WEGBREIT B. FastSLAM: a factored solution to simultaneous mapping and localization[C]//Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence. Edmonton, Canada: The AAAI Press,2002: 593-598.
- [8] 陈延国,于 澎,高振东.自主移动机器人定位方法的研究现状[J].应用科技,2002,29(11): 4143.
- CHEN Yanguo,YU Peng,GAO Zhendong.The present situation of the research on localization method for autonomous mobile robot[J]. Applied Science and Technology,2002,29(11): 41-43.
- [9] HAHNEL D,WEGBREIT B,FOX D,THUN S.An efficient fastSLAM algorithm for generating maps of large-scale cyclic environments from raw laser range measurements [C]//Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas,USA: IEEE Computer Society,2003: 206-211.
- [10] JI X C,ZHENG Z Q. Analysis and Control of Robot Position Error in SLAM[J]. Acta Automatica Sinica,2008,34(3): 323-331.
- [11] WANG C C,THORPE C. Simultaneous localization and mapping with detection and tracking of moving objects[J]. International Journal of Robotics Research,2007,26(9): 889-916.
- [12] WANG C C,THORPE C,THRUN S. Online simultaneous localization and mapping with detection and tracking of moving objects: theory and results from a ground vehicle in crowded urban areas[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Tapei, China: IEEE Computer Society,2003: 842-849.
- [13] 赵 璇,何 波,吉德志.基于粒子滤波的机器人定位及动态目标跟踪[J].系统仿真学报,2008,20(23): 212-218.
- ZHAO Xuan,HE Bo,JI Dezhi. Localization and tracking of moving objects based on particle filter for mobile robot [J]. Journal of System Simulation,2008,20(23): 212-218.
- [14] TIM B,JUAN N,EDUARDO N. Consistency of the FastSLAM algorithm[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Orlando, USA: IEEE Computer Society,2006: 424-429.
- [15] BAR S,RONG L,THIAGALINGAM K. Estimation with applications to tracking and navigation [M]. Hoboken, USA: Wiley Interscience. & Sons Inc,2001: 89-119.
- [16] BAILEY T,NIETO J,GUIVANT J. Consistency of the EKF-SLAM algorithm[C]//Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Beijing,China: IEEE Computer Society,2006: 3562-3568.

#### 作者简介:



伍 明,男,1981年生,博士研究生,主要研究方向为智能移动机器人技术、多机器人协作。



孙继银,男,1952年生,教授、博士生导师,中国计算机学会高级会员,中国计算机用户协会理事.全军先进教育工作者,多项科研成果获全军科技进步奖.发表学术论文70余篇。