

# 直线伺服系统的双目标非脆弱控制器的设计及仿真

黄宜庆<sup>1</sup>, 黄友锐<sup>1</sup>, 章 魁<sup>2</sup>

(1. 安徽理工大学 电气与信息工程学院, 安徽 淮南 232001; 2. 常州信息职业技术学院 电子与电气工程学院, 江苏常州 213164)

**摘 要:**针对直线伺服系统中存在的多种不确定性, 提出一种双目标非脆弱控制器的控制方法. 从系统的区域极点配置和保性能控制 2 种控制目标出发, 利用 LM I 方法推导出鲁棒状态反馈控制器的存在条件, 同时考虑直线伺服系统中, 控制器增益存在的加性摄动, 设计出的控制器实现了系统 2 种性能指标的优化. 并给出具体的算例说明了设计方法的可行性, 仿真实验结果表明该控制方法具有很强的鲁棒性.

**关键词:**区域极点配置; 保性能控制; 直线电机伺服系统; 非脆弱控制器

中图分类号: TP13 文献标识码: A 文章编号: 1673-4785 (2009) 01-0085-06

## Design and simulation of a dual-object non-fragile controller for a linear motor servo system

HUANG Yi-qing<sup>1</sup>, HUANG You-rui<sup>1</sup>, ZHANG Kui<sup>2</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. School of Electronic Engineering, Changzhou College of Information Technology, Changzhou 213164, China)

**Abstract:** A double-object non-fragile robust controller was developed to solve uncertainties in linear motor servo systems. Starting from two control targets-regional pole placement and guaranteed cost control, the existing conditions for robust feedback controllers were enhanced by using the linear matrix inequalities (LM I) approach. After considering the additive perturbation of controller gains in a linear motor servo system, the controller was designed and the two performance indices optimized. Finally, a numerical simulation proved that the method is robust.

**Keywords:** regional pole placement; guaranteed cost control; linear motor servo system; non-fragile controller

在鲁棒控制理论中, 闭环系统的极点能保证其动态和稳态性能<sup>[1]</sup>, 而保性能控制<sup>[2]</sup>则能使闭环系统的某个指标小于一个确定的上界. 为了使设计后的闭环系统具有更强的鲁棒性, 20 世纪 80 年代末期多目标优化问题得以发展. 同时由于控制器本身实现过程当中存在着仪器精度不足、计算误差等因素, 故而控制器本身可能存在着脆弱性<sup>[3-5]</sup>, 因此, 对控制器脆弱性的研究也越来越被重视.

永磁直线伺服系统以其精度高、响应快且能消除机械运动变换机构带来的不良影响等优点得到广泛应用和关注<sup>[6]</sup>; 但采用直接驱动时, 外界及自身的扰动将无缓冲地作用在电机上, 系统对负载扰动、测量噪声及转子质量变化更为敏感, 导致系统伺服

性能下降. 经典设计方法在综合考虑跟踪误差、抑制扰动、降低不确定性影响后, 保证鲁棒稳定性方面难于做到最优. 针对这些缺陷, 文章利用 LM I (linear matrix inequality) 方法实现了永磁直线伺服系统的双目标非脆弱控制器的设计, 综合考虑了系统的区域极点配置<sup>[7-9]</sup>和保性能控制<sup>[10-11]</sup> 2 种目标. 利用线性矩阵不等式的方法推导出双目标非脆弱控制器的存在条件, 将控制器的设计转化为一组可以求解的线性矩阵不等式系统, 设计过程中克服了传统方法的保守性, 从仿真图可以看出, 得到了较好的效果.

### 1 问题的描述

考虑由以下状态方程描述的线性时不变系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A) x(t) + \\ & B_1 w(t) + B_2 u(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $A, B \in R^{n \times n}$ ,  $x(t) \in R^n$  是系统的状态,  $u(t) \in R^m$  是控制输入,  $w(t) \in R^q$  是外部扰动输入,  $A, B$  为参数不确定性, 满足范数有界条件. 即:  $A = E_1 F_1$ , 且满足  $\|F_1\| < I$ , 其中  $E_1, F_1$  为具有适当维数的矩阵. 对于系统 (1), 定义二次型性能指标:

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (2)$$

其中,  $Q, R$  是给定的对称正定加权矩阵.

所研究的问题是设计包含自身不确定性的非脆弱状态反馈控制器:

$$u(t) = (F + \Delta F)x(t). \quad (3)$$

其中:  $F$  为名义控制增益,  $\Delta F$  控制增益扰动不确定性.

使不确定系统 (1) 式满足如下两种性能指标:

- 1) 闭环系统的极点在规定的区域内.
- 2) 对于给定的一个正数  $J^*$ , 闭环系统的二次型性能指标  $J < J^*$ . 其中  $F = HPE, E$  是适当维数的矩

$$\begin{bmatrix} E_1 E_1^T - rX_1 & (A + qI)X_1 + B_2 Y_1 & \mathbf{0} & B_2 H & \mathbf{0} \\ X_1 (A + qI)^T + Y_1^T B_2^T & - rX_1 & X_1 F_1^T & \mathbf{0} & X_1 E^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & - I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ B_2^T H^T & F X_1 & \mathbf{0} & - I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E X_1^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & - I \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (6)$$

则系统 (1) 的非脆弱控制器  $u(t) = (F + \Delta F)x(t)$  存在且名义控制器增益  $F = Y_1 X_1^{-1}$ .

证明 由文献 [8] 中的定理且令  $B = \mathbf{0}$  时, 便可容易地得到此引理, 其详细的证明过程略.

$$\begin{bmatrix} X_2 F_1 & X_2 E^T & X_2 & Y_2^T \\ F_1^T X_2^T & - I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ E X_2^T & \mathbf{0} & - I & \mathbf{0} \\ X_2^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & - Q^{-1} \\ Y_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & - R^{-1} \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (7)$$

则非脆弱控制器  $u(t) = (F + \Delta F)x(t)$  的名义控制器增益  $F = Y_2 X_2^{-1}$ , 且二次型性能指标上界  $J^* = \text{trace}(X_2^{-1})$ . 其中:  $X_2 = (AX_2 + B_2 Y_2) + (AX_2 + B_2 Y_2)^T + E_1 E_1^T + B_2 E_1 E_1^T B_2^T$ .

$$\begin{bmatrix} E_1 E_1^T - rX & (A + qI)X + B_2 Y & \mathbf{0} & B_2 H & \mathbf{0} \\ X(A + qI)^T + Y^T B_2^T & - rX & X F_1^T & \mathbf{0} & X E^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & - I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ B_2^T H^T & F X & \mathbf{0} & - I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E X^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & - I \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (8)$$

阵,  $H, P$  是表征控制器摄动的常数矩阵且  $P^T P < I$

## 2 双目标非脆弱鲁棒控制器的设计

将控制器 (3) 代入系统 (1) 可得闭环系统的状态方程:

$$\dot{x}(t) = [(A + \Delta A) + B_2 (F + \Delta F)]x(t) + B_1 w(t). \quad (4)$$

定义  $D$  对复平面中的区域  $D_1$ , 如果存在一个对称矩阵  $L \in R^{m \times m}$  和矩阵  $M_1 \in R^{m \times n}$ , 使得

$$D_1 = \{s \in C: L + sM_1 + \bar{s}M_1^T < 0\}, \quad (5)$$

则称  $D$  是一个线性矩阵不等式区域 (简称 LMI 区域). 复平面上半径为  $r$ , 中心在  $(-q, 0)$  的圆盘是个 LM 区域, 记作:  $D_1(r, q)$ .

引理 1 考虑系统 (1), 若存在非脆弱控制器 (3) 使得闭环系统 (4) 的极点在给定的圆盘  $D_1(r, q)$  内部, 当且仅当存在对称矩阵  $X_1$  和矩阵  $Y_1$ , 常数  $r_1 > 0, r_2 > 0$ , 使得下列不等式成立.

引理 2<sup>[9]</sup> 对于系统 (1) 和非脆弱控制器 (3), 使得二次型性能指标  $J < J^*$ , 当且仅当存在正常数  $r_3, r_4$  和对称正定矩阵  $X_2$ , 矩阵  $Y_2$ , 使下列不等式成立.

定理 1 对于系统 (1), 若存在非脆弱性控制器 (3) 满足性能指标 1)、2) 当且仅当存在对称正定矩阵  $X$  和矩阵  $Y$  以及正常数  $r_i, i = 1, 2, 3, 4$ , 使得下列不等式存在.

$$\begin{bmatrix} XF_1 & XE^T & X & Y^T \\ F_1^T X^T & -I & 0 & 0 \\ EX^T & 0 & -I & 0 \\ X^T & 0 & 0 & -Q^{-1} \\ Y & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

则非脆弱控制器  $u(t) = (F + F^*)x(t)$  的名义控制器增益  $F = YX^{-1}$  且指标 2) 中的  $J^* = \text{trace}(X_2^{-1})$ 。其中:

$$= (AX + B_2 Y) + (AX + B_2 Y)^T + E_1 E_1^T + E_2 E_2^T$$

证明 由引理 1, 2 可得, 选取公共的 Lyapunov 矩阵并假设  $X_i = X, Y_i = Y (i=1, 2)$ , 即可得到定理 1

### 3 永磁直线电机数学模型

在  $d-q$  坐标系中, 假定选取电枢在  $d-q$  坐标系中的直、交轴电流  $i_d, i_q$ , 运动部分的速度  $v$  和位移  $y$  作为状态变量, 则永磁直线电机的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} (u_d - R_d i_d - L_q v i_q), \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} (u_q - R_q i_q - L_d v i_d), \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{3}{2} P_n \left[ \frac{L_d - L_q}{2} i_d i_q \right] - F_L - Dv \right\}, \\ \frac{dy}{dt} = v \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $u_d, u_q$  为  $d, q$  轴定子电压;  $i_d, i_q$  为  $d, q$  轴定子电流;  $R_d, R_q$  为  $d, q$  轴相绕组电阻;  $L_d, L_q$  为  $d, q$  轴定子电感;  $v$  为定子移动速度;  $\tau_p$  为磁极中心距;  $p_n$  为极对数;  $\psi_f$  为定子励磁磁链;  $F_L$  为负载阻力;  $D$  为与速度有关的阻尼系数;  $M$  为包括负载在内的移动系统的质量。

现按照文献 [3] 中的方法对此模型进行简化, 即对永磁直线电机采用基于电流跟踪的矢量控制技术, 始终使直轴电流为零,  $i_d = \dot{i}_d = 0$ , 于是电机在  $d-q$  坐标系下的模型可以简化为

$$\begin{cases} \frac{di_q}{dt} = \frac{dv}{dt} (K_T i_q - Dv - F_L) / M (-R_q i_q - K_i v + v_q) / L_q, \\ \frac{dv}{dt} = (K_T i_q - Dv - F_L) / M. \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $K_T$  为与电机参数有关的推力系数,  $K_T = 1.5 p_n \psi_f / \tau_p, K_i = 2 K_T / 3 p_n$ , 写成状态方程的形式为

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + UB, \\ Y = CX \end{cases} \quad (12)$$

式 (12) 中:  $X$  为状态向量,  $X = [i_q \ v]^T; U = v_q; Y = v; F_L$  为扰动项, 且  $A = \begin{bmatrix} -R/L_q & -K_i/L_q \\ K_T/M & -D/M \end{bmatrix}, B = [1/L_q \ 0]^T, C = [0 \ 1]$ 。

采用文献 [3] 中提出的一三环系统, 结构如图 1 所示。

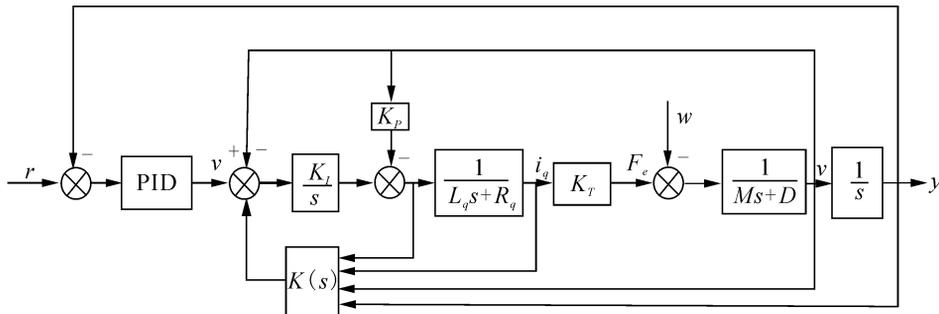


图 1 永磁直线电机的控制结构图

Fig 1 Control structure diagram of permanent magnet linear motor

基于图 1, 建立直线伺服不确定系统的状态表达式如下:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D}{M} [1 + \delta_1(t)] & \frac{K_T}{M} [1 + \delta_2(t)] & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_q}{L_q} & \frac{1}{L_q} \\ 0 & \frac{K_p D}{M} [1 + \delta_1(t)] - K_i & -\frac{K_T K_p}{M} [1 + \delta_2(t)] & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1 + \delta_1(t)}{M} \\ 0 \\ \frac{K_p [1 + \delta_1(t)]}{M} \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_i \end{bmatrix} u(t). \quad (13)$$

式 (13) 中:  $\delta_1(t)$ 、 $\delta_2(t)$  为系统模型中  $D/M$ 、 $1/M$  的不确定参数摄动;  $\delta_1 > 0$ 、 $\delta_2 > 0$  为参数摄动的最大值, 即满足  $|\delta_1(t)| \leq \delta_1$ 、 $|\delta_2(t)| \leq \delta_2$ ,  $\delta_1$ 、 $\delta_2$  为已知常数.

为充分考虑扰动的影响, 式 (2) 中的  $w$  项的系数固定取为扰动范围内的最大值, 则式 (2) 可改写成系统 (1) 的表达形式.

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D}{M} & \frac{K_T}{M} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_q}{L_q} & \frac{1}{L_q} \\ 0 & \frac{K_p D}{M} - K_I & -\frac{K_T K_p}{M} & 0 \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D}{M} [1 + \delta_1(t)] & \frac{K_T}{M} \delta_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_p D}{M} [1 + \delta_1(t)] & -\frac{K_p K_T}{M} \delta_2(t) & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1 + \delta_1(t)}{M} \\ 0 \\ \frac{K_p [1 + \delta_1(t)]}{M} \end{bmatrix}.$$

由  $A = E_1 F_1$ , 可得

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_p & -K_p \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} \frac{\delta_1(t)}{1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta_1(t)}{1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta_2(t)}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_T}{M} & 0 \end{bmatrix}.$$

### 4 数例仿真

选取文献 [3] 中参数进行仿真,  $M_e = 25 \text{ kg}$ ,  $D_e = 1.2 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $K_{Te} = 25 \text{ N/A}$ ,  $F_{Le} = 200 \text{ N}$ ,  $K_p = 50$ ,  $K_I = 200$ ,  $\delta_1 = 0.25$ ,  $\delta_2 = 0.125$ ,  $L_q = 9.0 \text{ mH}$ ,  $R_q = 1.2$ .

取  $r = q = 1$ , 即要求闭环极点在半径为 1, 圆心为  $(-1, 0)$  的左半平面内,  $H = [0.2 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $E = Q = I_4$ ,  $R = 1$ ,  $P = 0.3 I$ .

利用 Matlab 中的 LM 工具箱中 feasp 求解器求解线性矩阵不等式 (8) 和 (9), 结果所得控制器的增益:

$F = [0.7235 \quad -7.8731 \quad 0.6542 \quad -3.2861]$ ,  
所以双目标非脆弱控制器增益:  
 $F^* = F + F = [0.7835 \quad -7.8131 \quad 0.7142 \quad -3.2261]$ ,  
闭环系统的二次型性能指标为  $J^* = 8.2642$ , 极点  $P_{1,2} = -0.8235 \pm 0.2593i$ ,  $P_3 = -1.3652$ ,  $P_4 = -0.6914$ .

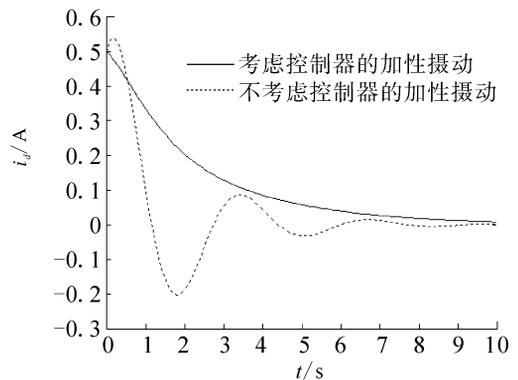


图 2 直轴电流  $i_d$  的状态曲线

Fig 2 Response of D-axis current  $i_d$

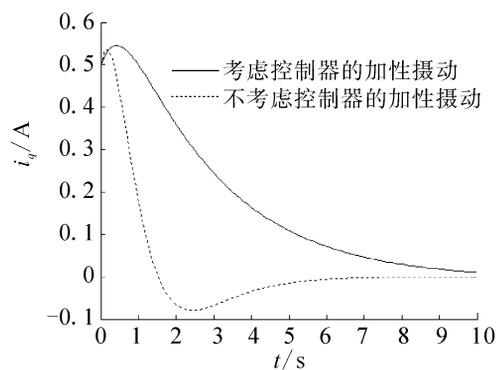


图 3 交轴电流  $i_q$  的状态曲线

Fig 3 Response of D-axis current  $i_q$

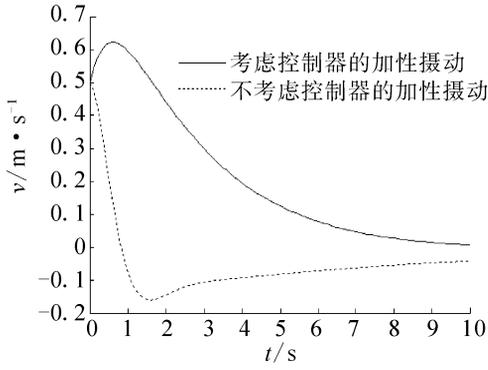


图 4 动子移动速度  $v$  的状态曲线

Fig 4 Response of mover moving velocity  $v$

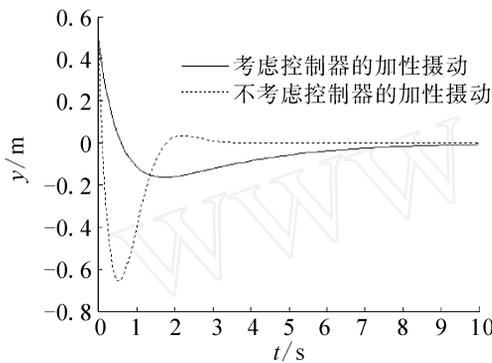
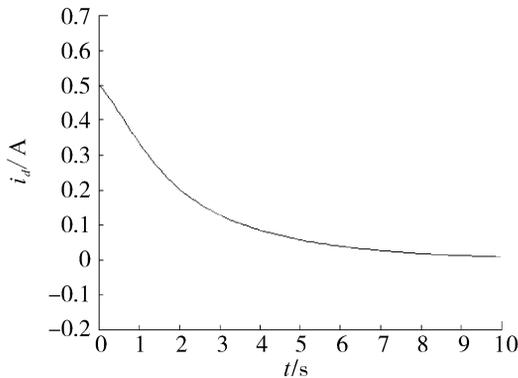
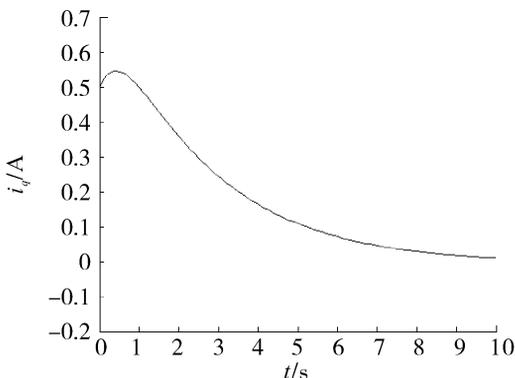


图 5 位移  $y$  的状态曲线

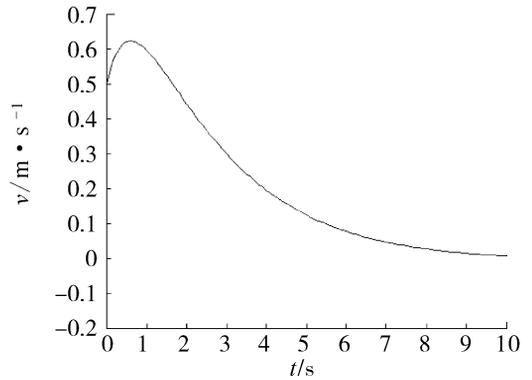
Fig 5 Response of displacement  $y$



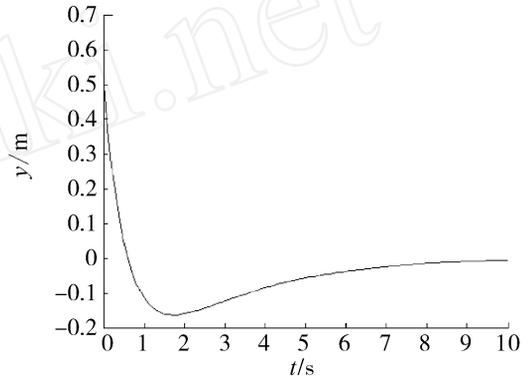
(a) 直流电流  $i_d$  的状态曲线



(b) 直流电流  $i_q$  的状态曲线



(c) 动子移动速度  $v$  的状态曲线



(d) 位移  $y$  的状态曲线

图 6 文献 [3] 中的状态曲线

Fig 6 Response of state in reference [3]

图 2 ~ 5 为提出的方法设计的双目标控制器的直线伺服系统的状态曲线,其中实线为考虑控制器的加性摄动时的状态曲线.虚线为不考虑控制器的加性摄动时的状态曲线,对比可知,考虑控制器的脆弱性时,直线伺服系统的四个状态性能有所改善.图 6 为文献 [3] 中闭环直线伺服系统的状态曲线,可以看出本文方法在稳定性上改善的效果不明显,但是考虑了控制器本身的脆弱性,并且优化了系统的 2 项性能指标.

### 5 结束语

直线伺服系统中的不确定因素很多,单一目标控制器的控制方法达不到很好的效果,针对此种缺陷,提出了双目标鲁棒控制器的控制方法.从理论上,利用线性矩阵不等式的方法推导出多目标非脆弱控制器的存在条件,在设计控制器的过程中,综合考虑了系统区域极点配置和保性能控制 2 种目标,将控制器的设计转化为一组可以求解的线性矩阵不等式系统.前者的实现,能够将系统的极点配置在人工要求的区域内部,从而使系统满足所要求的稳定性.后者的实现,能够使直线伺服闭环系统的某个指

标小于一个确定的上界,具有现实应用意义.同时进一步考虑了控制器本身存在的脆弱性,此种控制方法在直线伺服系统的控制中具有广泛的应用前景.最后,给出具体的数例进行仿真,从仿真结果可以看出,设计的控制器改善了系统的稳定性并且闭环系统都达到了所要求的 2 个性能指标.

### 参考文献 :

[1] ZHOU Xianfeng, JIANG Wen. The pole placement of a singular system with delay [J]. *Math*, 2007, 22 (3): 384-387.

[2] YU Li, CHU Jian. An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems [J]. *Automatic*, 1999, 35 (6): 1155-1159.

[3] 陈一秀,王永初. 直线伺服系统的鲁棒保性能控制研究 [J]. *中国电机工程学报*, 2006, 26 (24): 174-178  
CHEN Yixiu, WANG Yongchu. Study on robust guaranteed cost control for linear motor servo system [J]. *Proceedings of the CSEE (Chinese Society for Electrical Engineering)*, 2006, 26 (24): 174-178.

[4] 朱国昕,郭庆鼎. 永磁直线伺服系统 H 鲁棒控制的综合与分析 [J]. *电机与控制学报*, 2006, 10 (1): 1-3  
ZHU Guoxin, GUO Qingding. Synthesis and analysis of robust control for permanent magnet linear servo system [J]. *Electric Machines and Control*, 2006, 10 (1): 1-3.

[5] FAMULARO D, DORATO P. Robust non-fragile LQ controller the static state feedback case [J]. *Int J Control*, 2000, 73 (2): 159-165.

[6] 傅建国,郭庆鼎,唐光谱. 直线永磁同步伺服电机 H 鲁棒位置控制器设计 [J]. *沈阳工业大学学报*, 2000, 22 (5): 396-399.  
FU Jianguo, GUO Qingding, TANG Guangpu. Robust position controller design for linear permanent magnet synchronous servo motor [J]. *Journal of Shenyang University of Te-*

*chnology*, 2000, 22 (5): 396-399.

[7] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京:清华大学出版社, 2002.

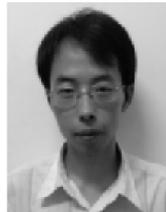
[8] 谢立,王国强,刘济林. 圆盘区域极点约束鲁棒非脆弱控制 [J]. *传感技术学报*, 2006, 19 (2): 486-490  
XIE Li, WANG Guoqiang, LIU Jilin. Robust non-fragile control with pole constraint in a circular disk [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2006, 19 (2): 486-490.

[9] 史忠科,吴方向,王蓓,等. 鲁棒控制理论 [M]. 北京:国防工业出版社, 2003.

[10] XUE Anke, SUN Youxian. On the robustness of quadratic guaranteed cost control for parameter uncertain systems [J]. *Control Theory and Applications*, 2000, 17 (6): 941-944.

[11] LIEN C H, LEONDES C T. Guaranteed cost observer-based controls for a class of uncertain neutral time-delay systems [J]. *Optimization Theory and Applications*, 2005, 11 (6): 137-156.

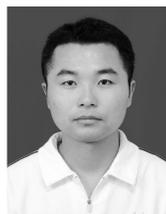
### 作者简介:



黄宜庆,男,1983年生,硕士研究生,主要研究方向为智能控制和鲁棒控制理论.



黄友锐,男,1971年生,教授,硕士生导师,电气与信息工程学院院长.主要研究方向为智能控制和运动控制理论,发表学术论文 38 篇.



章魁,男,1981年生,助教,主要研究方向为智能控制理论.