

混合差分变异策略

刘三阳^{1,2}, 张晓伟¹

(1. 西安电子科技大学 数学科学系, 陕西 西安 710071; 2. 西安电子科技大学 综合业务网国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 为了改善差分进化算法的求解性能, 提出一种新的混合差分变异策略. 该策略将种群中的每一个个体视作带电粒子, 利用粒子所带的电荷量以及粒子之间的吸引排斥机制确定个体移动方向和位移大小. 该策略会使个体在其他3个个体施加于它的力的方向上自适应地移动. 数值实验表明基于该策略的差分进化算法求解精度高、评估次数少.

关键词: 全局优化; 粒子群优化; 差分进化

中图分类号: TP18; O224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-4785(2008)06-0487-05

A hybrid strategy for differential variation

LIU San-yang^{1,2}, ZHANG Xiao-wei¹

(1. Department of Mathematical Sciences, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. State Key Lab. of ISN, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A new hybrid strategy for differential variation was developed in order to improve the performance of differential evolution. The strategy regards each individual in the population as a charged particle, and uses the charge level of the particle and the attraction – repulsion mechanism among particles to determine the probable direction and magnitude of motion. This strategy can compel individuals to move adaptively in the direction of the forces exerted on them by three other individuals. Numerical experiments showed that differential evolution based on this strategy has high accuracy and requires fewer evaluations.

Keywords: global optimization; particle swarm optimization; differential evolution

差分进化 (differential evolution, DE) 算法于 1995 由 Storn 和 Price 提出^[1], 该方法简单、高效、鲁棒, 已在工程优化、运筹管理、计算机科学等领域得到广泛的应用. 为了改善差分进化算法的性能, 人们提出了各种修改策略. 如, Storn^[2] 最早提出的 DE/Rand/1, DE/Rand/2, DE/Best/2 等策略; 2005 年 Qin^[3] 等将比例因子 K 取作均值为 0.5, 标准方差为 0.3 的正态分布随机数; 2007 年 Kim^[4] 则将比例因子修改为 $K = a + b \cdot r(0, 1)$, 这里 $r(0, 1)$ 表示 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数, a, b 是正数且 $a + b < 1$. 在 Storn 提出的策略中, DE/Rand/1 因其简单、有效而常被当作标准差分进化算法来使用.

而后人的修改大多数是基于 DE/Rand/1 框架上的参数的调整, 没有摆脱 DE 算法原始思想的局限. 修改后的 DE 性能往往在某些方面表现优越, 而在其他一些方面则不然. 为了提出更鲁棒、高效的 DE, 本文提出一种新的差分变异策略. 该策略融合了粒子群优化、差分进化以及类电磁机制算法的思想. 基于该策略的差分进化算法使种群中每一个个体会在一个随机选取个体、当前个体经历最优和种群全局最优3个个体分别施加于其的电磁力合力的方向上自适应地移动, 从而避免了差分进化算法中比例因子参数设置的困难. 最后的数值实验表明提出的策略优于已有相关策略.

收稿日期: 2008-07-04.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60574075, 60674108); 综合业务网国家重点实验室基金资助项目 (ISN 200806).

通信作者: 刘三阳. E-mail: liusanyang@126.com.

1 相关知识

粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO)

算法由 Eberhart 和 Kennedy 于 1995 年提出^[5]. 它是一种模拟鸟类觅食社会行为的进化算法. 每一个个体(粒子)在搜索空间中以一定的速度飞行, 它的飞行速度受到个体认知以及社会认知的影响而不断调整. 令 $X_i(t)$ 表示第 t 代种群中的第 i 个个体, 那么下一代的个体 $X_i(t+1)$ 由下面的式子产生:

$$\begin{cases} v_{ij}(t+1) = w \cdot X_{ij}(t) + \\ c_1 \cdot r_1(0,1) \cdot (g_{ij}(t) - X_{ij}(t)) + \\ c_2 \cdot r_2(0,1) (G_j(t) - X_{ij}(t)), \\ X_i(t+1) = X_i(t) + v_i(t+1). \end{cases}$$

这里: $j=1, \dots, n$, n 表示问题的维数; v_i 表示第 i 个个体的飞行速度; g_i 和 G 分别表示个体经历最优和种群全局最优个体; $r_1(0,1)$ 和 $r_2(0,1)$ 表示 $[0,1]$ 之间均匀分布的随机数; c_1 和 c_2 表示飞行加速系数或认识系数; w 是惯性权重, 反映的是个体对过去飞行速度的依赖程度.

类电磁机制 (electromagnetism-like mechanism, EM) 算法是由 Birbil 和 Fang 于 2003 年提出的一种模拟电磁场中的吸引和排斥机制的随机全局优化算法^[6-7]. 该算法将种群中的每个个体比作带电粒子, 然后按一定的准则使得搜索粒子朝最优解移动. 这种思想来源于电磁理论中带电粒子间的吸引与排斥. 类电磁机制算法首先根据问题的目标函数值确定出种群中每个个体(带电粒子)所带的电荷量. 电荷量的大小决定了该粒子对其他粒子的吸引或者排斥的强弱程度, 即目标函数值越小, 吸引力就越强, 反之, 排斥力就越大. 然后算法计算每一个粒子所受到其他粒子施加于它的电磁力的合力, 以此来确定该粒子下一步移动的方向.

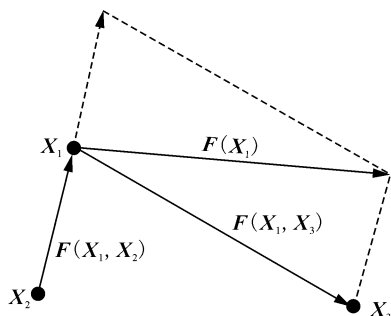


图1 粒子 X_1 受到的合力 $F(X_1)$

Fig. 1 The resultant force $F(X_1)$ exerted on X_1

计算每一个粒子所受的合力的方法同电磁力的一样, 就是通过将受到的其他粒子的力进行矢量叠加. 如: 粒子 X_1 优于粒子 X_2 , 而粒子 X_1 劣于粒子 X_3 ; 那么粒子 X_2 将对粒子 X_1 有一个排斥力

$F(X_1, X_2)$, 而粒子 X_3 对粒子 X_1 有一个吸引力 $F(X_1, X_3)$. 根据平行四边形法则, 粒子 X_1 所受的合力 $F(X_1) = F(X_1, X_2) + F(X_1, X_3)$. 见图 1.

2 差分进化新策略

DE 算法和其他进化类算法的主要差别在于差分变异的使用. 针对种群中的每一个个体, 首先利用随机选取的其他个体间的差分信息得到实验个体, 然后将实验个体与该个体的每一个分量以一定概率进行离散交叉得到候选个体, 再以贪婪选择机制决定哪个个体进入下一代种群. 算法简单、鲁棒、参数少, 易于程序实现; 但是一个合适的参数赋值会大大改善算法的求解性能. 研究者已经在参数调整方面做了很多工作. 正如本文开始所述, 这些修改大多数是基于 DE/Rand/1 框架上的参数的调整, 并未摆脱 DE 算法原始思想的局限性.

1996 年 Stron 和 Price 给出几种变异策略, 如

DE/Rand/1:

$$V = X_{r_1} + K \cdot (X_{r_2} - X_{r_3});$$

DE/Rand/2:

$$V = X_{r_1} + K \cdot (X_{r_2} - X_{r_3} + X_{r_4} - X_{r_5});$$

DE/Best/2:

$$V = X_{\text{best}} + K \cdot (X_{r_1} - X_{r_2} + X_{r_3} - X_{r_4})$$

等等, 最常使用的为 DE/Rand/1. 对于一般的 DE/a/b, 其含义如下: a 表示基向量选择方式; b 表示差分向量的个数. 这里: $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq r_4 \neq r_5$, 均为 $[1, N]$ 间的随机整数, N 表示种群规模.

在上述策略中, 针对不同的问题, DE 一般需要不同的 K 才能得到求解结果或达到最佳性能. 但是 K 如何给值是相当麻烦的, 一般需要对求解问题进行前期的反复实验. 本文试图在不降低 DE 求解性能的前提下免除比例因子 K .

对种群中的每一个个体赋予电荷属性, 其所带的电荷量不像 EM 中由 $N-1$ 个个体决定, 而是由随机选取的一个个体确定. 这种方法出现在文献[8]中, 作者用其求解了项目进度安排问题. 这个做法保留了 EM 算法的精髓, 而且计算简单. 种群中第 i 个个体的电荷量 $Q(X_i, X_{r_1})$ 由随机选取的个体(比如 X_{r_1}) 给出:

$$Q(X_i, X_{r_1}) = \frac{f(X_i) - f(X_{r_1})}{f(X_{\text{worst}}) - f(X_{\text{best}})},$$

这里: $i \neq r_1, r_2$, 且 $i \in [1, N]$, X_{worst} , X_{best} 分别表示当

前种群中最差和最好个体. 在计算种群中的所有个体的电荷量之后, 然后确定每个个体所受到的电磁力. 该力由下式计算:

$$F(X_i, X_{r_1}) = (X_{r_1} - X_i) \cdot Q(X_i, X_{r_1}).$$

如果随机选取个体的目标函数值小于 $f(X_i)$, 那么 X_i 将受到一个吸引力 $F(X_i, X_{r_1})$, 因此个体会向 X_{r_1} 方向移动; 反之, 个体将远离 X_{r_1} . 借鉴 PSO 中个体经历最优以及种群全局最优的思想, X_i 的移动不会完全指向 X_{r_1} , 其要受到个体经验以及同伴经验的影响, 避免算法陷入局部最优. 因此差分变异修改如下:

$$V_i = X_{r_1} + F(X_{r_1}, X_{r_2}) + F(X_{r_1}, g_{r_3}) + F(X_{r_1}, G_{r_3}).$$

这里 $i \neq r_1 \neq r_2 \neq r_3$.

由种群中随机选取的个体来确定差分方向是 DE 算法的原始思想, 其最大好处在于能有效防止早熟, 然而这种思想同时会制约算法的收敛. 显然, 在上式中, 差分方向不是完全由种群中随机选取的个体来确定. 在提出的策略中融入 PSO 和 EM, 一是为了平衡全局搜索和加速收敛之间的矛盾, 二是为了避免比例因子设置的麻烦.

下面给出具有上述混合差分变异新策略的差分进化算法 (DE with the new strategy of differential variation, 简称 NDE).

1) 初始化参数. N, C_r , 最大迭代次数 $M, t=1, \varepsilon, i=1$.

2) 初始化种群 $U(t)$ 和个体经历最优 $P(t)$.

3) 如果 $t > M$ 或 $|f(X_{\text{worst}}(t)) - f(X_{\text{best}}(t))| < \varepsilon$, 则停止并输出最优解.

4) 对 $X_i(t) \in U(t)$ 按照下式计算实验个体 $V_i(t)$:

$$V_i(t) = X_{r_1}(t) + F(X_{r_1}(t), X_{r_2}(t)) + F(X_{r_1}(t), g_{r_3}(t)) + F(X_{r_1}(t), G_{r_3}(t)).$$

5) 对 $X_i(t)$ 和 $V_i(t)$ 以概率 C_r 进行交叉, 得到个体 $Y_i(t)$:

r 为 $1 \sim N$ 的随机整数;

for $j=1:n$

if $(r(0,1) \leq C_r \text{ or } j=r)$

$$Y_{i,j}(t) = V_{i,j}(t)$$

else $Y_{i,j}(t) = X_{i,j}(t)$ end

end

6) 边界检查. 如果 $Y_{i,j}(t)$ 小于下边界或大于上边界, 则用下边界或上边界替换.

7) 选择. 如果 $f(Y_i(t)) < f(X_i(t))$, 则 $X_i(t) = Y_i(t), i=i+1$.

8) 如果 $i \leq N$, 转步骤 4); 否则, $t=t+1$, 转步骤 3).

注意到在电量 Q 的计算中 $f(X_{\text{worst}}) - f(X_{\text{best}})$ 做了分母, 因此为了计算数值稳定, 在停机准则中使用 $|f(X_{\text{worst}}) - f(X_{\text{best}})| < \varepsilon$.

3 数值实验

算法 NDE 在 Matlab7.0 环境下进行了数值实验模拟, 并和策略 DE/Rand/1, DE/Rand/2, DE/Best/2 进行了比较. 对 NDE, 参数设置为 $N=100, C_r=0.1, \varepsilon=10^{-100}$; 而对于其他相比较的算法, 参数设置均为 $N=100, K=0.5, C_r=0.9$. 所有算法分别对附录 A 中 30 维的测试函数独立运行 10 次, 最大迭代次数 M 均为 2 000. 对于相比较的算法, 容易得知在 2 000 次迭代后, 函数的评估次数均为 $100 + 2\,000 \times 100 = 200\,100$. 而对于 NDE, 函数的评估次数为 $200 + 2\,000 \times 100 = 200\,200$. 图 2~5 给出了各算法 10 次求解结果的平均最优值随进化代数的变化情况.

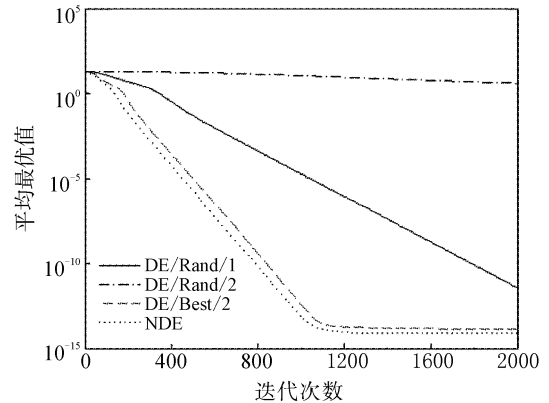


图2 算法求解 f_1 时最优值随进化代数变化情况

Fig. 2 Variations of current optimal values with iterations for f_1

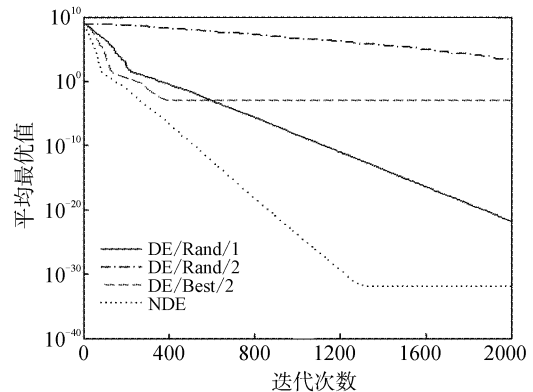


图3 算法求解 f_2 时最优值随进化代数变化情况

Fig. 3 Variations of current optimal values with iterations for f_2

f_1 是有噪音的函数, 有多个局部最优解, NDE

最好,从实验看,DE/Rand/2 求解结果最差,DE/Best/2 好于 DE/Rand/1.

具有罚项的测试函数 f_2 有许多局部最优解,具有新变异策略的 NDE 求解结果明显优于其他策略,DE/Rand/1 的求解结果稍差,DE/Best/2 更差,DE/Rand/2最差.

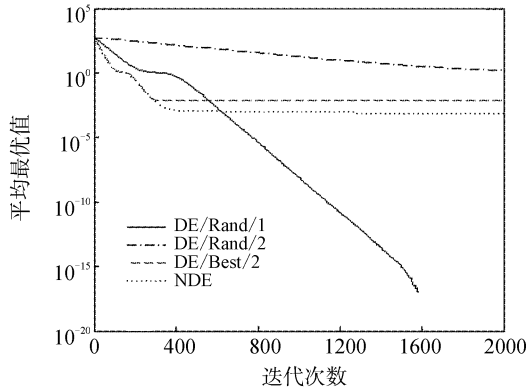


图4 算法求解 f_3 时最优值随进化代数变化情况

Fig.4 Variations of current optimal values with iterations for f_3

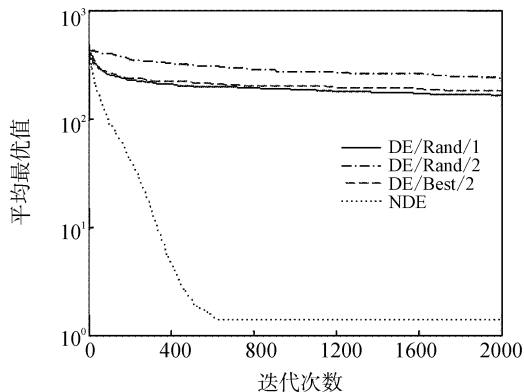


图5 算法求解 f_4 时最优值随进化代数变化情况

Fig.5 Variations of current optimal values with iterations for f_4

同样地, Griewank(f_3) 函数有许多局部最小点, DE/Rand/1 在 10 次运行中均找到了全局最优解 0, 而其他算法的求解结果较差: NDE, DE/Best/2 和 DE/Rand/2 的求解精度分别只达到 10^{-4} 、 10^{-3} 、 10^0 . 这里需要说明一点, 因为 $|f(\mathbf{X}_{\text{worst}}(t)) - f(\mathbf{X}_{\text{best}}(t))| < \varepsilon$ 终止条件的使用, NDE 在求解 f_2 , f_3 时, 一般未达到 2 000 代就终止了迭代. 因此为了

附录:

$$f_1(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + \exp(1), x_i \in [-32, 32], f^* = 0.$$

$$f_2(x) = \frac{1}{10} \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + (x_n - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_n)] \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4)$$

方便得到 NDE 算法 10 次求解的最优值的平均值, 通过重复记录 NDE 退出循环时所得到的最优值方式, 补全 2 000 次迭代.

对 f_4 , NDE 的求解结果最好, 而 DE/Rand/1、DE/Rand/2 和 DE/Best/2 的求解结果分别只达到 165、238 和 183.

从图 2 ~ 5 可以看出, NDE 能更快地找到问题的全局最优或次优, 求解精度高.

DEPSO 算法^[9]是将文献[10-11]中分别提出的 DE 算法和 PSO 算法进行了融合, 其以一定的随机概率来确定种群中粒子速度是由何种方式产生. 作者指出 DEPSO 算法能够维持种群的多样性, 搜索效率高. 为了进一步说明 NDE 算法的优越性, NDE 和 DEPSO 算法进行了比较.

表 1 NDE 和 DEPSO 数值结果比较

Table 1 Comparison of results obtained by NDE and DEPSO

函数	DEPSO		NDE	
	平均值	方差	平均值	方差
f_1	2.36×10^{-4}	2.1×10^{-4}	7.99×10^{-15}	0
f_2	3.265×10^{-3}	5.77×10^{-3}	1.23×10^{-32}	2.43×10^{-48}
f_3	6.2×10^{-16}	4.1×10^{-16}	0	0
f_4	24.216 7	6.417	5.306 4	2.626 7

表 1 中给出了两种算法的求解结果平均值和方差. DEPSO 的数值结果来自文献[9]. 除了种群规模外, NDE 参数的设置同上. 为了公平起见, 在 NDE 算法中, 种群大小设置和 DEPSO 相同, 即 $N = 40$. 对于 f_4 , 最大迭代次数 $M = 4\,000$, 其他的测试函数, M 均为 12 000. 从表 1 可以看出, 在同样的种群规模和停机条件下, NDE 有较高的求解精度和较小的方差.

4 结束语

本文提出了一种混合差分变异策略, 该策略融合了粒子群优化、类电磁算法以及差分进化算法的基本思想, 避免了比例因子的设置. 数值实验表明具有该变异策略的差分进化算法更鲁棒、高效. 进一步改善提出的策略是有待研究的一个问题.

$$y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4}, i = 1, \dots, n, u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m & x_i < a \\ 0 & -a < x_i < a, x_i \in [-50, 50], f^* = 0. \\ k(-x_i - a)^m & x_i < -a \end{cases}$$

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos \frac{x_i}{\sqrt{i}} + 1, x_i \in [-600, 600], f^* = 0.$$

$$f_4(x) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)], x_i \in [-5.12, 5.12], f^* = 0.$$

参考文献:

- [1] STORN R, PRICE K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [2] FEOKTSTOV V. Differential evolution: in search of solutions[M]. Berlin: Springer, 2006.
- [3] QIN A, SUGANTHAN P. Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization[C]//Proceedings of the 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Edinburgh, UK, 2005(2): 1785-1791.
- [4] KIM H, CHONG J, PARK K, et al. Differential evolution strategy for constrained global optimization and application to practical engineering problems[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(4): 1565-1568.
- [5] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of the IEEE International Joint Conference on Neural Networks. Perth, Australia. 1995(4): 1942-1948.
- [6] BIRBIL S, FANG S. An electromagnetism-like mechanism for global optimization[J]. Journal of Global Optimization, 2003, 25(3): 263-282.
- [7] BIRBIL S, FANG S, SHEU R. On the convergence of a population-based global optimization[J]. Journal of Global Optimization, 2004, 30(3): 301-318.
- [8] DEBELS D, REYCK B, LEUS R, et al. A hybrid scatter search/electromagnetism meta-heuristic for project scheduling[J]. European Journal of Operational Research, 2006,

169(2): 638-653.

- [9] HAO Zhifeng, GUO Guanghan, HUANG Han. A particle swarm optimization algorithm with differential evolution[C]//Proceedings of the Sixth International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Hong Kong, China, 2007(2): 1031-1035.
- [10] PRICE K. Differential evolution vs. the functions of the 2nd ICEO[C]//Proceeding of the 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Indianapolis, USA, 1997, 153-157.
- [11] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.

作者简介:



刘三阳,男,1959年生,博士,教授,博士生导师,国家教学名师. 主要研究方向为应用数学、最优化和运筹学. 现任西安电子科技大学理学院院长、工业与应用数学研究所所长. 发表学术论文300余篇,出版专著10部.



张晓伟,男,1979年出生,博士研究生. 主要研究方向为进化算法及最优化理论与方法. 发表学术论文10余篇,其中被SCI、EI、ISTP检索7篇.