

# 基于遗传算法的大规模矩形件优化排样

马 炫,张亚龙

(西安理工大学 自动化与信息工程学院,陕西 西安 710048)

**摘 要:**大规模矩形件优化排样是一个典型的组合优化问题,属于 NP-hard 问题. 实际工程中对一个排样方案一般有满足“一刀切”的工艺要求,“一刀切”要求增加了对排样的约束. 提出的优化算法,将矩形匹配分割算法作为遗传算法染色体的解码器实现一个排样方案,用遗传算法进行排样方案的全局搜索. 算例比较表明,该算法可以求得满足“一刀切”约束的最优解.

**关键词:**遗传算法;矩形件排样;组合优化

**中图分类号:**TP301 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-4785(2007)05-0048-05

## A genetic algorithm for the layout of large scale rectangular parts

MA Xuan, ZHANG Ya-long

(School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** The optimal layout of large scale rectangular parts is a combinatorial optimization problem, a typical NP-hard one. In practical engineering, quire cutting is often requested, which increases the constraints in the determination of a layout. To satisfy quire cutting requirements, in this paper, an optimization algorithm is proposed wherein a rectangular matching and segmentation algorithm is employed as a decoder of chromosomes in a genetic algorithm to determine placement. A global optimal solution for placement can be achieved with this genetic algorithm. Simulation results confirmed the validity of the proposed algorithm.

**Key words:** genetic algorithm; rectangular parts layout; combinatorial optimization

矩形件排样是指在给定尺寸的矩形板材上,排放多规格多数量的矩形件时,如何排放可以使板材的利用率最大. 这是一个典型的组合优化问题,在工业领域如冲裁件排样、造船、车辆、家具生产、玻璃切割等行业都存在大量的排样问题. 求解最优排样方案是一个 NP-hard 问题,至今尚未找到多项式时间算法. 因此,对于大规模排样问题,在可接受的时间内快速找到次优解的算法引起了人们的关注. 很多学者在这方面做了卓有成效的研究工作. 文献[1-3]分别提出了排样问题的遗传算法;文献[4]提出了将遗传算法和模拟退火算法结合的遗传模拟退火算法;文献[5]提出了启发式排样算法等等. 在实际工程中,对一个排样方案中的矩形件进行切割时,经常会提出满足“一刀切”的下料工艺要求,如玻璃切割、厚型金属板材切割等.“一刀切”的要求实际上增加

了排样的约束条件,而且切割时会产生一定的切缝宽度. 这些都会对排样结果产生影响. 文中将矩形匹配分割算法的局部搜索和遗传算法的全局搜索相结合,提出了一种满足“一刀切”工艺要求的矩形件排样优化算法. 设计的编码方法和具有方向交叉的交叉算子改善了遗传算法的搜索性能. 通过算例比较,表明了算法的有效性.

## 1 矩形件排样优化算法

### 1.1 排样优化问题

矩形件在矩形板材上的排样问题,可以分为2类:一类是在单一板材上排样,称为单排,其中包括卷材,卷材可以看成在宽度方向有约束而在长度方向没有约束的矩形板材;还有一类是在多块矩形板材上的排样,称为套排. 显然,套排比单排更加复杂. 这里主要研究套排问题,排样优化问题可以描述成

收稿日期:2006-11-18.

在给定多块矩形板材上如何排放多个矩形件,即把每个矩形件放在哪块板材上,排在板材的什么位置,是横排还是竖排等,确定一个可以使板材的利用率达到最大的排样方案.其数学表示如下:

设有一个矩形件集合 $\{B_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 其面积集合为 $\{b_i\}$ ; 一个板材集合 $\{A_j\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , 其面积集合为 $\{a_j\}$ ; 排料优化问题就是寻找一个板材集合 $\{A_f\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, k, k \leq m$ , 其面积集合为 $\{a_j\}$ , 及其上的矩形件的放置布局, 使以下目标函数达到最大值:

$$F = \max \left\{ \sum_{i=1}^n b_i / \sum_{j=1}^k a_j \right\}, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^n b_i \leq \sum_{j=1}^k a_j. \tag{2}$$

在布局中要求:

- 1)  $B_i、B_j$  互不重叠,  $i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$ ;
- 2)  $B_i$  必须位于板材内  $i = 1, 2, \dots, n$ ;
- 3) 满足一定的工艺要求.

1.2 “一刀切”约束

“一刀切”是指在切割一个排样方案中的矩形件时,沿矩形件边的切割线可以将板材分割成 2 部分,称切割线是贯通的.排样方案中的“一刀切”约束有以下 2 种情况:

1) 完全“一刀切”.在排样方案中,沿任一矩形件边的切割线都是贯通的,这种情况如图 1 (a) 所示.将矩形件在板材上连续横排或连续纵排<sup>[6]</sup>, 容易实现“一刀切”且切割效率最高,但排样结果不一定是最优的,特别是在多规格且同一种规格的矩形件数量比较少的情况下,完全“一刀切”使板材的利用率不够高.

2) 准“一刀切”.在排样方案中至少有一条切割线是贯通的,切割后形成的 2 块板材也分别至少有一条切割线是贯通的,以保证可以将板材上的全部矩形件以贯通方式切割,如图 1 (b)、(c) 所示.图 1 (c) 中,先沿  $a$  线切割后,再沿  $b$  线即可“一刀切”,然后再分别沿  $c$  线和  $d$  线切割.这样就可以切割出所有矩形件.因此,认为这样的排样方案也满足“一刀切”要求.

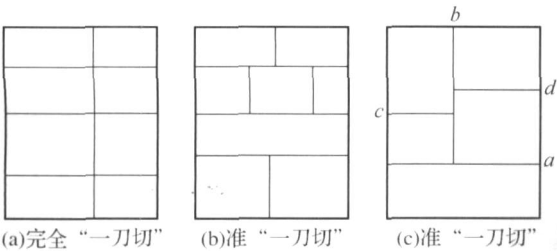


图 1 “一刀切”示例

Fig. 1 Example of quire cutting

切’要求.

综上所述, 按准“一刀切”的要求排样, 可以最大限度地提高板材的利用率. 因此, 算法设计主要考虑满足准“一刀切”的排样优化问题.

1.3 遗传算法

遗传算法作为一种全局数值优化方法, 被广泛应用于组合优化问题, 对大规模矩形件排样优化问题也显示出了明显的优势<sup>[1-3]</sup>.

矩形件在板材左下角的排法及板材的切法可以有 4 种, 如图 2 所示. 图中的虚线表示切割方向, 图 2 (a) 为横排竖切, 图 2 (b) 为横排横切, 图 2 (c) 为竖排竖切, 图 2 (d) 为竖排横切. 显然, 在解决优化排样问题中, 矩形件的排法和板材的切法直接影响到优化结果. 因此, 把板材和矩形件的编号序列和方向作为染色体中的信息, 用矩形匹配分割算法实现一个染色体所表示的排样方案, 进行局部搜索; 再用遗传算子实现全局搜索, 是算法设计的主要思想.

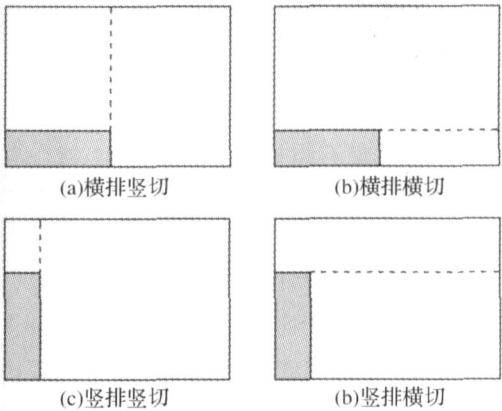


图 2 矩形件排放与切法

Fig. 2 Placement and cutting of a part

1.3.1 编 码

编码就是用字符串形式表示问题空间的一个可行解, 称之为染色体. 一个染色体应该表示出问题空间的有关信息. 文献[2]的编码方法没有反映出矩形件排放的方向信息, 仅由矩形匹配算法确定方向, 影响了遗传算法的全局搜索性能. 对于排样问题, 一个染色体表示的一个排放方案, 既要表明哪个矩形件排入哪块板材, 又要表明矩形件是横排还是竖排. 为此, 设计一个具有 2 层形式的染色体编码:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & , & 5 & 2 & 4 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & , & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

第 1 层的字符代表顺序, “,” 之前的字符表示板材顺序 (例中表示有 3 块板材), “,” 之后的字符表示矩形件的排放顺序. 第 2 层的字符表示板材和矩形件的放置方向, “0” 表示按原方向排放, “1” 表示旋转  $90^\circ$

后排放。

上述染色体的排样方案可能是第5、2、4号矩形件排入第2块板材,第1、3号矩形件排入第1块板材,第6号矩形件排入第3块板材。对于每个染色体所表示的排样方案由矩形匹配分割算法具体确定。也就是说,在遗传算法中通过调用矩形匹配分割算法实现每个染色体所表示的排样方案。比如,对于上述染色体,先选2号板材将矩形件排样,2号板材排满后再将剩余的矩形件在1号板材上排样,1号板材排满后再选3号板材对其余的矩形件排样。

如果只在一块板材上排样,可将板材部分的字符全部设置为0。对于卷材,可将染色体中第2层板材部分的字符全设为0,并将矩形匹配分割算法中的分割方向设为竖切,就可以实现矩形件在卷材上的排样。这样,上述2层形式的染色体编码就可以具有比较广泛的适用性,为算法既可以应用于套排,也可应用于单排提供了方便。

### 1.3.2 适应度函数

已有文献中用一个排样方案的板材利用率即板材上排放的矩形件的面积与板材面积之比的大小衡量一个染色体的优劣,然而,余料面积相同而形状不同,其可利用性是不同的,利用率应当包含余料面积的大小和形状2个要素。因此,在适应度函数中采用了一个余料的长宽比例系数 ( $0 < \dots$ ),当长和宽相等时,最大。

### 1.3.3 交叉

由于矩形件的排放顺序和排放方向均产生不同的排样结果,因此,设计了包括顺序交叉和方向交叉的交叉算子。在执行每次交叉操作时,随机确定是顺序交叉还是方向交叉。

#### 1) 顺序交叉

顺序交叉只在染色体的第1层进行。在染色体长度范围内随机产生一个交叉点,这个点可能在板材部分也可能在矩形件部分。如果在板材部分就只对板材顺序实施交叉,而矩形件部分保持不变。如果在矩形件部分就只对矩形件部分实施交叉,而板材部分保持不变。进行交叉操作时是保留交叉点前部还是后部,每次也随机确定。交叉方法如下:设2个父代染色体的第1层为

$$P_1: (1\ 2\ 3, 1\ 3\ 5 \mid 2\ 4\ 6\ 7),$$

$$P_2: (1\ 3\ 2, 2\ 3\ 4 \mid 1\ 6\ 7\ 5).$$

“ $\mid$ ”为交叉位置,即对矩形件部分进行交叉。若保留交叉点前部分,得到:

$$O_1: (1\ 2\ 3, 1\ 3\ 5 \mid \times \times \times \times),$$

$$O_2: (1\ 3\ 2, 2\ 3\ 4 \mid \times \times \times \times).$$

取  $P_2$  交叉点开始的基因顺序为 1、6、7、5、2、3、4,消除中已有的 1、3、5,得到 6、7、2、4,按此顺序决定  $x$ ,  $O_1$  变为

$$O_1: (1\ 2\ 3, 1\ 3\ 5 \mid 6\ 7\ 2\ 4).$$

同理可得:

$$O_2: (1\ 3\ 2, 2\ 3\ 4 \mid 6\ 7\ 1\ 5).$$

#### 2) 方向交叉

如果板材先旋转  $90^\circ$ ,根据矩形匹配分割算法中始终采用沿矩形件的竖边切割的规定,实际上是对板材实现了沿矩形件的横向切割。同样,矩形件放入板材时旋转  $90^\circ$ 可以调整矩形件的横排和竖排。因此,方向交叉只对染色体第2层的字符进行操作。交叉方法如下:

设父代染色体为

$$P_1: \begin{pmatrix} 1\ 2\ 3, 1\ 3\ 5\ 2\ 4\ 6\ 7 \\ 0\ 1\ 0, 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \end{pmatrix},$$

$$P_2: \begin{pmatrix} 1\ 3\ 2, 2\ 3\ 4\ 1\ 6\ 7\ 5 \\ 1\ 1\ 0, 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \end{pmatrix}.$$

交叉后的子代染色体  $O_1$  的第1层为  $P_1$  的第1层,第2层为  $P_1$  的第1层字符在  $P_2$  中所对应的第2层的0,1值。染色体  $O_2$  的第1层为  $P_2$  的第1层,第2层为  $P_2$  的第1层字符在  $P_1$  中所对应的第2层的0,1值。这样,得到子代染色体如下:

$$O_1: \begin{pmatrix} 1\ 2\ 3, 1\ 3\ 5\ 2\ 4\ 6\ 7 \\ 1\ 0\ 1, 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \end{pmatrix},$$

$$O_2: \begin{pmatrix} 1\ 3\ 2, 2\ 3\ 4\ 1\ 6\ 7\ 5 \\ 0\ 0\ 1, 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1 \end{pmatrix}.$$

### 1.3.4 变异

由于板材横切或竖切的改变都将改变剩余矩形的形状,从而使以后的排放方式发生变化。因此,变异操作只对染色体的第2层实施变异操作。根据变异概率在种群中随机选择出染色体和染色体的基因位,对该位的基因值反转变异,即若为0,则变为1,若为1,则变为0。由于变异操作,板材或矩形件的方向发生了变化,这样就需要对于变异点以后的剩余矩形和矩形件重新调用矩形匹配分割算法。

### 1.4 矩形匹配分割算法

为了实现“一刀切”,在剩余矩形匹配算法<sup>[7]</sup>的基础上提出了矩形匹配分割算法,按照先进行矩形匹配后进行板材分割的原则进行。即首先在矩形件中搜索与板材的一个边匹配程度最近的一个矩形件放入板材的左下角,然后再把板材分成2部分。由于板材和矩形件都可旋转,因此,这里规定板材的切割方向为竖切。算法主要步骤如下:

1) 读入板材的长  $L$  和宽  $W$ ,所有矩形件的长  $l$

和宽  $w$ ,切缝宽度  $d$ ,并将所有板材和矩形件的长和宽分别增加一个切缝宽度  $d$ ;

- 2) 查询矩形件是否已排完,若是,结束返回;
- 3) 在一个排样顺序(染色体的字符顺序)中按顺序寻找与板材的边长最匹配的矩形排入板材的左下角,修改  $L$  或  $W$ ;
- 4) 沿排入矩形件的竖边把板材分为 2 个子矩形;
- 5) 读入第 1 个子矩形的长和宽,将第 2 个子矩形入栈保存,修改矩形参数  $L$  和  $W$ ,返回 2).
- 6) 第 2 个子矩形出栈,读入参数  $L$  和  $W$ ,返回 2).

算法中规定的板材分割和对算法的调用方式保证了一个排样方案能够实现“一刀切”.

如果只将矩形件的边外延半个切缝宽度来满足切缝宽度要求,将会使矩形件的各边在下料时都需要切割.在上述算法的 1) 中将板材的长和宽也分别扩大一个切缝宽度,排样结果中与板材同边的矩形件的边就可以不需要切割.这样处理,不但可以减少切割次数,而且还可以提高板材的利用率.

2 计算实例

遗传算法的参数中,取种群规模 100,交叉率 0.8,变异率 0.06.以进化代数作为终止条件,取为 300.

2.1 算例 1

采用文献[6]算例 2 中的数据,即板材长为 600 mm,宽为 400 mm,规格相同,矩形件共有 10 种规格,其数量和尺寸见表 1 所示.

表 1 矩形件数据 1

Table 1 Data 1 of the rectangular objects

编号	数量	长/mm	宽/mm
1	3	130	70
2	3	140	80
3	1	140	100
4	1	220	210
5	3	240	90
6	2	300	70
7	3	120	80
8	3	350	90
9	1	310	130
10	3	130	110

运行算法得到的排样结果如图 4 所示.排样方案共使用了 2 块板材,第 1 块中的阴影部分和第 2 块中的阴影部分及右上角的空白部分为余料.阴影部分的尺寸分别为 80 mm 和 10 mm、90 mm 和 10 mm、90 mm 和 10 mm,空白部分的最大切割矩形

的尺寸为 300 mm 和 130 mm.从图中可以看出,排样方案满足“一刀切”要求,如图 4(a)所示,先沿  $a$  切割,再分别沿  $b$ 、 $c$ 、 $d$  切割.与图 3 比较,由于图 4 所示排样方案中,余料(空白部分)的可再利用性比较好,可以说优于文献[6]的排样方案.

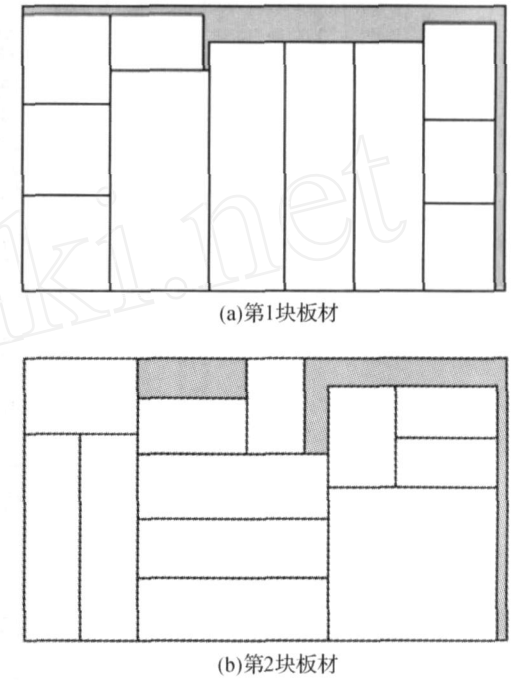


图 3 文献[6]的排样方案  
Fig. 3 Layout in the literature[6]

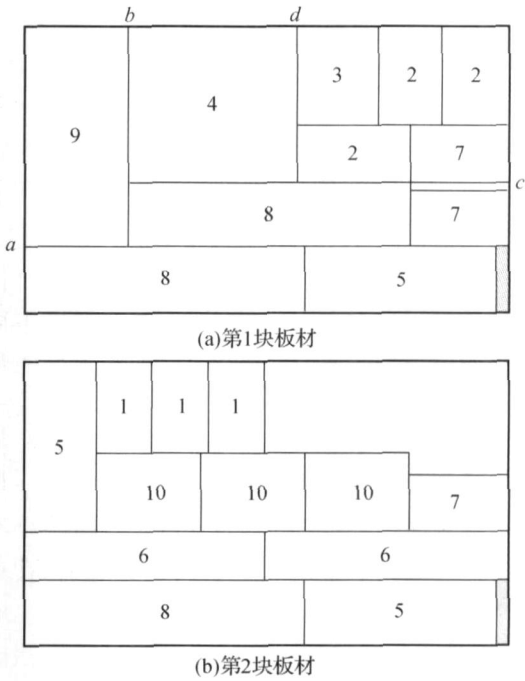


图 4 套排方案  
Fig. 4 Layout by the algorithm

2.2 算例 2

采用文献[4]算例中的数据,即共有 10 种规格

的矩形件,其数量及尺寸的数据如表2所示.在卷材上排样,卷材宽度为600 mm.运行算法得到的排样结果如图5所示,卷材的使用长度为1 150 mm,小于文献[4]的卷材长度1 245 mm.

表2 矩形件数据2

Table 2 Data 2 of the rectangular objects

编号	数量	长/mm	宽/mm
5	40	40	20
8	78	15	6
12	19	50	30
1	59	50	25
6	64	50	40
9	35	18	6
15	26	45	15
2	49	35	15
3	66	60	40
4	80	80	40

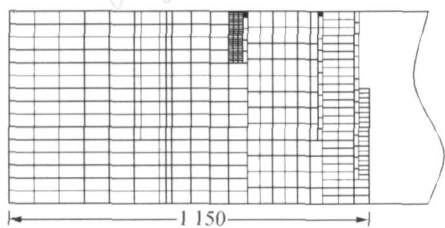


图5 卷材上的排样方案

Fig.5 Layout on the roll

### 3 结束语

针对已有遗传算法中存在由于编码信息不全而产生的算法搜索性能不够好的问题,以及实际生产中对排样方案的“一刀切”工艺要求,文中设计了一个具有2层形式的染色体编码,并在遗传算法中调用改进后的矩形匹配分割算法实现一个具体排样方案.矩形匹配分割算法和遗传算法都是解决矩形件排样问题的有效方法,前者具有局部搜索性能强而后者全局搜索性能好.将二者结合的算法可以更有效地解决大规模多规格的板材和矩形件的排样优化问题.计算实例表明了文中提出的算法可以找到比较好的排样方案.由于算法可以实现板材的“一刀切”要求,并考虑了下料工艺中的切缝宽度问题,不仅可以应用于不同规格板材的套排,还可用于单块板材及卷材,具有更好的适用性和实用性.算法已制成软件在实际生产中应用.

### 参考文献:

- [1]曹 炬,冯 松.遗传算法在矩形件优化排样中的应用[J].计算机工程与应用,1999,5(2):5-7.

CAO Ju, FENG Song. The application of genetic algorithm in rectangular object optimal layout[J]. Computer Engineering and Application, 1999, 5(2): 5-7.

- [2]杨 威,罗 阳,刘胜青.大规模矩形零件优化套排的遗传算法[J].四川大学学报(工程科学版),2001,33(5):59-62.

YANG Wei, LUO Yang, LIU Shengqing. Genetic algorithm for large scale rectangular object optimal embed placement[J]. Journal of Sichuan University (Engineering science edition), 2001, 33(5): 59-62.

- [3]韩喜君,丁根宏.基于改进遗传算法的矩形件优化排样[J].计算机工程与应用,2006,42(25):63-65.

HAN Xijun, DING Genhong. The optimum packing of rectangles based on improved genetic algorithm[J]. Computer Engineering and Application, 2006, 42(25): 63-65.

- [4]杨 彩,史俊友,顾海明.基于遗传模拟退火算法的矩形件排样[J].青岛科技大学学报,2004,25(5):452-456.

YANG Cai, SHI Junyou, GU Haiming. Packing of rectangular using genetic simulated annealing algorithm[J]. Journal of Qingdao University of Science and Technology, 2004, 25(5): 452-456.

- [5]罗意平,刘 军,李 兵,等.一个实用的矩形件优化排样启发式算法[J].工程图学学报,2003,24(4):50-58.

LUO Yiping, LIU Jun, LI Bing, et al. A practical heuristic algorithm for rectangle parts packing problem[J]. Journal of Engineering Graphics, 2003, 24(4): 50-58.

- [6]陶献伟,王华昌,李志刚.基于填充算法的矩形件排样优化求解[J].中国机械工程,2003,14(13):1104-1108.

TAO Xianwei, WANG Huachang, LI Zhigang. Optimal solution of rectangular part layout based on rectangle filling algorithm[J]. China Mechanical Engineering, 2003, 14(13): 1104-1108.

- [7]邢文训,谢金星.现代优化计算方法[M].2版.北京:清华大学出版社,2005.

作者简介:



马 炫,男,1962年生,工学博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向为智能信息处理、模式识别.在国内外刊物上发表论文10余篇,著有译著1部.

E-mail: maxuan@xaut.edu.cn.



张亚龙,男,1976年生,硕士研究生,主要研究方向为遗传算法及应用.