

# 一种局部加权的二维主成分分析算法 及其在人脸识别中的应用

金 一, 阮秋琦

(北京交通大学 计算机与信息技术学院, 北京 100044)

**摘 要:**提出了一种将局部特征加权与二维主成分分析相结合的局部加权的二维主成分分析方法. 引入了二维局部加权特征子空间的概念, 将各类样本映射到这个局部加权特征子空间, 再通过计算测试样本到加权子空间的距离进行样本的分类. 使用这种方法在 ORL 人脸库上进行测试, 结果表明, 经过局部特征加权的二维主成分分析方法比普通的二维主成分分析方法具有更优的性能, 并且在提高识别率的同时算法的复杂程度并没有明显增加.

**关键词:**二维主成分分析; 局部加权; 人脸识别; 加权特征提取

**中图分类号:** TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-4785(2007)03-0025-05

## A partially weighted two-dimensional PCA for face recognition

JIN Yi, RUAN Qiu-qi

(College of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** This paper proposes face recognition software that uses two-dimensional principal component analysis (2DPCA) in conjunction with partial feature weighting by applying two-dimensional partial-weighting to the characteristic subspace. First faces are mapped onto this partially weighted 2DPCA subspace, then the samples are classified by calculating the distance from the samples to the partially weighted 2DPCA subspace. To test this new method, ORL face databases were used and it was found that the recognition rate was higher than with either 2DPCA or PCA and the computational complexity did not increase significantly.

**Keywords:** two-dimensional principal component analysis; partially-weighted; face recognition; weighted feature extraction

近年来, 人脸识别技术因其在公安、海关、交通、金融、医疗等领域具有广阔的发展前景和很高的社会效益而备受关注. 基于静止图像的人脸识别受光照、表情、姿态、年龄等众多因素的影响, 因此, 如何进行特征选择以及如何提取最有效特征就成为人脸识别研究领域的一个首要问题.

主成分分析法 (principal component analysis, PCA) 作为人脸特征提取和识别领域的一个经典算法, 在 Kirby 等<sup>[1]</sup>和 Turk 等<sup>[2]</sup>首次提出并应用于

人脸识别领域取得较大成功以后, 便引起人们的广泛关注. 主成分分析法 (PCA) 以及随后出现的线性判别式分析 (linear discriminant analysis, LDA)<sup>[3]</sup>、独立元分析 (independent component analysis, ICA)<sup>[4]</sup>等方法, 其思想都是<sup>[5]</sup>寻找一个线性或非线性的空间变换, 把人脸图像映射到一个低维子空间, 使数据在子空间中的分布更加紧凑, 从而抽取人脸图像的关键特征. 但这些算法往往需要将二维人脸图像表示成一个较长的一维矢量形式, 图像矢量空间的维数过高, 使人脸图像特征抽取困难, 并容易导致运算复杂以及出现奇异矩阵. 基于以上原因, Yang<sup>[6]</sup>等人提出了一种将二维图像矩阵直接映射

收稿日期: 2006-09-08.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973) 资助项目 (2004BC318005); 教育部博士点基金资助项目 (60472033).

于子空间的方法,并将其称之为二维主成分分析法(2DPCA). 2DPCA不用将二维矩阵事先转换成一维向量,它计算的斜方差矩阵比PCA要小,因此2DPCA比PCA更能精确计算斜方差矩阵,而且计算特征向量所需要的时间也短一些.

文中在二维主成分分析的基础上进行了改进,并提出了局部加权的二维主成分分析算法(PW-2DPCA),其思想是对人脸(大致在眼眉以下鼻尖以上部分)的每一维特征设定一个加权系数,仍然按照二维图像矩阵进行计算,并以局部加权重建误差最小为目标,计算出局部加权子空间,再根据测试样本点到加权子空间的距离进行分类.

## 1 2DPCA 算法<sup>[6]</sup>

设  $X$  为一个  $n$  维单位量化的列矢量,  $A$  为一个  $m \times n$  的图像矩阵,  $A$  通过线性变换:

$$Y = AX \quad (1)$$

直接投影到  $X$  上. 于是,得到一个  $m$  维列向量  $Y$ ,称之为图像  $A$  的投影特征向量.

寻找一个最优的投影特征向量,使得图像  $A$  在  $X$  方向上投影后得到的特征向量的总体离散度最大,这个总体离散度可以通过计算其斜方差的特征值所对应的特征向量得到:

$$J(X) = X^T S_x X. \quad (2)$$

斜方差矩阵表示如下:

$$S_x = E(Y - EY)(Y - EY)^T = E[AX - E(AX)][AX - E(AX)]^T = \quad (3)$$

$$E[(A - EA)X][A - EA]X^T.$$

矩阵的迹为

$$J(X) = X^T [E(A - EA)^T(A - EA)]X. \quad (4)$$

因此,图像矩阵的总体散布矩阵可以表示为

$$G_r = E(A - EA)^T(A - EA). \quad (5)$$

易证,  $G_r$  是非奇异的,且  $G_r$  是一个  $n \times n$  的矩阵.

设人脸图像有  $C$  个类,  $M$  幅训练样本,第  $i$  类有训练样本图像  $n_i$  个:  $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{in}$ , 训练样本

总数  $M = \sum_{i=1}^C n_i$ , 样本均值为  $\bar{A} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M A_i$ , 易知

$$G_r = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (A_i - \bar{A})^T (A_i - \bar{A}). \quad (6)$$

此时,  $J(X)$  可以表示为

$$J(X) = X^T G_r X. \quad (7)$$

通过计算  $G_r$  的前  $d$  个最大特征值所对应的单位特征向量,可以得到最佳的投影矩阵.

2DPCA 在特征抽取的过程中,并没有将人脸图像转换成一行,而是直接投影在  $G_r$  的前  $d$  个最大特征值所对应的单位特征向量上:

$$Y_k = AX_k, k = 1, 2, \dots, d. \quad (8)$$

得到的特征向量  $Y_1, \dots, Y_d$  用  $U = [Y_1, \dots, Y_d]$  表示,即为 2DPCA 所抽取的人脸图像的特征矩阵. 易知  $U$  是一个  $m \times d$  的图像矩阵.

## 2 局部加权的二维主成分分析算法

2DPCA 与传统 PCA 相比, 2DPCA 使用图像矩阵直接计算,其抽取的图像矩阵精确度有所提高,复杂度有所降低,但是与 PCA 相似的是, 2DPCA 同样是平等对待了人脸的每一维特征. 大量心理学和生理学研究表明,人脸在被识别过程中,各个器官的重要程度是不同的,人脸的上半部分,特别是人眼所占的比重相对较大. 在已有的 WPCA 算法<sup>[10]</sup>中,它以牺牲轮廓特征为代价,强调了某些五官特征,而根据文献[2],轮廓特征在人脸识别中亦占据相当大的比重,因此,文中根据加权 2DPCA 重建误差最小原理,提出了局部加权的二维主成分分析算法. 此算法取人脸大致在眼眉以下鼻尖以上部分进行局部加权,既考虑到人眼作为人脸图像的关键部位的重要作用,又没有丢失人脸图像的整体轮廓信息.

### 2.1 局部加权 2DPCA 算法求解最优投影矩阵

设  $V = [X_1, \dots, X_d]$  为变换子空间的基,  $U = [Y_1, \dots, Y_d]$  为低维投影矩阵,加权的 2DPCA 以寻找最小化训练样本的重建误差的变换矩阵  $V$  为目标:

$$J_1(V) = \sum_{k=1}^P \overline{(\bar{A} + VU)^2 - A^2} = \sum_{k=1}^P \overline{(\bar{A} + VU - A)^T (\bar{A} + VU - A)}. \quad (9)$$

考虑到各维特征在人脸识别中所起作用不同,可以为每一维特征指定一个系数来代表其重要程度. 构造样本  $A_i$  的加权重建误差计算公式:

$$J_2(V, A_i) = \sum_j w_j ((\bar{A}_j + VU_{kj}) - A_{ij})^2 = ((\bar{A}_j + VU_{kj}) - A_{ij})^T W ((\bar{A}_j + VU_{kj}) - A_{ij}). \quad (10)$$

式中:W 为加权对角矩阵,

$$W = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & n \end{pmatrix}, 1 + 2 + \dots + n = n, \text{ 寻找最优}$$

矩阵 V ,使得所有训练样本的加权重建误差和  $J_1(V)$  最小:

$$J_2(V) = \sum_i J_2(V, A_i) = \sum_i (A_i - \bar{A})^T (V V^T - I) W (V V^T - I) (A_i - \bar{A}). \tag{11}$$

实现算法时,可以通过寻优的方法直接计算加权主元分析的变换矩阵 V ,不过这种方法运算比较麻烦,为此在实际中,给出了一个近似算法,试验证明,这种方法同样能达到较理想的效果.

对于一定的加权系数对角阵 W,定义其加权协方差矩阵如下:

$$S_x = E[(A - EA)X]W[(A - EA)X]^T. \tag{12}$$

因此,图像矩阵的总体散布矩阵可以表示为

$$G_t = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (A_i - \bar{A})^T W (A_i - \bar{A}). \tag{13}$$

但是,通过仿真试验发现,全局加权的 2DPCA 效果并不理想,原因是它丢失了对于识别人脸来说很重要的全局信息,比如脸的轮廓可能被覆盖,因此提出了局部加权的图像总体散布矩阵概念.

由上述推导,定义二维局部加权的图像总体散布矩阵:

$$G_t = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{j=(0,0)}^{j=(p,0)} (A_{ij} - \bar{A})^T (A_{ij} - \bar{A}) + \int_{j=(q,0)}^{j=(p+1,0)} (A_{ij} - \bar{A})^T W (A_{ij} - \bar{A}) + \int_{j=(m,0)}^{j=(q+1,0)} (A_{ij} - \bar{A})^T (A_{ij} - \bar{A}) J. \tag{14}$$

式中: p、q 为图像矩阵的第 p、q 行.

求得的  $G_t$  较大的特征值所对应的前 d 个特征向量构成二维加权子空间的基 V ,即为局部加权的 2DPCA 的最优投影矩阵.

2.2 局部加权 2DPCA 特征提取

求得局部加权的 2DPCA 的最优投影矩阵,可用于特征提取. A 为样本人脸图像,由

$$Y_k = AX_k, k = 1, 2, \dots, d,$$

可得投影特征矢量  $U = [Y_1, Y_2, \dots, Y_d]$  即为图像样本 A 的局部加权二维主成分,显然局部加权

2DPCA 算法得到的特征矩阵是一个二维矢量.

2.3 分 类

通过局部加权 2DPCA 得到的特征矩阵,每一幅人脸图像 A 都对应一个特征矩阵 U,  $U = AV$ . 因此可以利用最近邻法,计算每一幅测试样本与训练样本之间的欧式距离,求出与测试样本图像欧式距离最近的训练样本图像所对应类,即为该人脸所属的类.

对于测试样本 A,计算:

$$d_{NN}(A_i^*, A) = \min_l \min_{N_l} \min_{i \in n_i} d_{NN}(A_i, A), \tag{15}$$

则可以知道 A 所属的类别.

3 试验与分析

文中使用的是一个具有双中心的高斯分布的函数<sup>[11]</sup>作为加权函数对人脸图像的各维特征进行局部加权,该函数为

$$(i, j) = e^{-\frac{\sqrt{((i-x_1)^2+(j-y_1)^2)((i-x_2)^2+(j-y_2)^2)}}{\frac{1}{2}}}. \tag{16}$$

该函数称之为羽化函数,其特点是中间值大,文献[8]中将 2 个羽化中心一处放在眉心(双眼连线的中心)位置用以强调眼部信息,另外一处是嘴巴部位,增强嘴部的重要特征信息. 文中所采用的局部加权 2DPCA,由于它在强调双眼重要信息的同时,保留了人脸轮廓信息,所以它对应的 2 个中心则应该是双眼所在的大致位置.

3.1 基于 ORL 人脸库的试验

ORL 人脸库是由英国剑桥大学建立,包括 40 人,每人 10 张照片,包括表情变化,微小姿态变化,20 %以内的尺度变化,戴眼镜与不戴眼镜的变化,比较充分地反应了同一人不同人脸图像的变化和差异. 图像的大小均为 112 ×92. 图 1 是 ORL 人脸库的一些人脸的照片.



图 1 ORL 人脸库的 10 个样本  
Fig. 1 10 samples of the ORL face database

3.1.1 试验 1

在本试验中,双羽化中心的大致位置取在双眼(50,25)和(50,66).图 2 为确定中心后的局部加权函数图片.第 1 组试验比较 2DPCA,局部加权的 2DPCA 和全部加权的 2DPCA 在相同维数下的识别率.分别取每类人脸的前 5 幅做训练样本集,后 5 幅做测试样本集合,比较这 3 种算法在取相同特征维数情况下的识别率,发现,文中提出的局部加权的 2DPCA 在识别率上,取前 9 个最大特征时均高于 2DPCA,取 10 个以后其识别率稳定在 90%,而 2DPCA 取 10 个以后的识别率在 89.5%.而全部加权的 2DPCA,由于它忽略了对于识别十分重要的轮廓信息,其识别率并没有高于 2DPCA,甚至在取某些特征维数的时候识别率比 2DPCA 的还要低,这也充分说明了局部加权的 2DPCA 的合理性和有效性.加权区域图示意图如图 2.

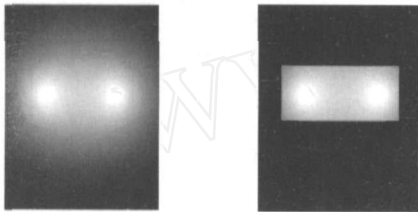


图 2 全部加权(左)和局部加权(右)区域比较  
Fig.2 Comparison of weighted area (left) and partial-weighted area (right)

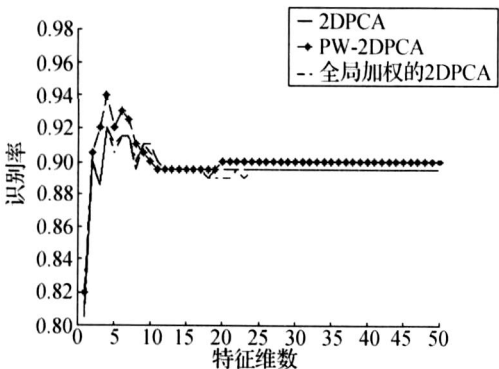


图 3 局部加权的 2DPCA 与 2DPCA 及全部加权的 2DPCA 进行比较  
Fig.3 Comparison of recognition rates with three different algorithms under different dimension.

同时,实验结果显示,在取最佳特征维数后得到的识别率,局部加权的 2DPCA 也是最优的.

表 1 Eigenfaces, Fisherfaces, 2DPCA 与 PW - 2DPCA 的比较

Table 1 Comparison of the top recognition rates with four algorithms under different dimensions	
试验方法	最佳识别率(特征维数)
Eigenfaces	88 % (50)
2DPCA	92 % (92 ×4)
W - 2DPCA	92 % (92 ×4)
W - 2DPCA	94 % (92 ×4)

3.1.2 试验 2

在试验 2 中,双羽化中心的位置仍取在双眼(50,25)和(50,66).对不同训练样本数目但取最好的特征维数时的 2DPCA 算法与 PW - 2DPCA 算法进行了比较. ORL 人脸库,共 40 个人,每人 10 幅照片,分别取每人的第 1 组人脸做训练,剩下 9 组做测试,在取前 2 组做训练,8 组做测试,如此下去,一直到取前 9 组做训练,一组做测试,发现 PW-2DPCA 算法在选择不同训练样本时,其最佳识别率仍高于(至少是不低于)2DPCA 算法,也说明了该算法有一定的普适性.识别率曲线如图 4 所示.

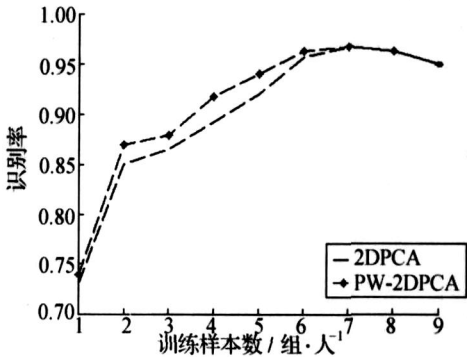


图 4 不同训练样本数时的局部加权 2DPCA 与 2DPCA 进行比较

Fig.4 Recognition rate of our method compared with 2DPCA when using different sets of training samples.

3.2 实验结果分析

通过 2 组实验数据,充分说明了局部加权 2DPCA 的优越性,首先用局部加权的 2DPCA 与 2DPCA 及全局加权的 2DPCA 算法进行横向比较,图 1 比较不同维数的局部加权的 2DPCA 与 2DPCA 及全局加权的 2DPCA 算法,可以看出,取前 9 个最大特征时均高于 2DPCA,取 10 个以后,其识别率稳定在 90%以上,而 2DPCA 取 10 个以后的

识别率在 89.5%。其次,用局部加权的 2DPCA 与经典的 Eigenfaces,及 2DPCA 进行纵向比较,在最高正确识别率方面,文中提出的局部加权的 2DPCA 算法的最高正确识别率均高于其他几种算法。最后,文中又比较了不取不同训练样本数时候的局部加权的 2DPCA 与 2DPCA 算法,其最佳识别率仍高于(至少是不低于)2DPCA 算法,说明了该算法有一定的普适性,3 组实验数据同时也证明了这种强调人脸重要信息的同时仍然保留人脸轮廓信息的局部加权概念的有效性。

## 4 结束语

文中在 2DPCA 的基础上提出了一种新的局部加权的 2DPCA 算法,这种方法既考虑到人眼作为人脸图像的关键部位的重要作用,同时并没有丢失人脸图像的轮廓信息。文中使用的以双眼为中心的高斯函数来对特征进行加权,并将其在 ORL 人脸库上进行测试,结果显示,文中提出的局部加权的二维主成分分析方法(PW-2DPCA)比二维主成分分析法(2DPCA)在人脸识别中更具优势。它的优点是将局部加权子空间的提取建立在二维特征的提取之上,不仅具有特征抽取快速而准确,还能从一定程度上提高正确识别率。但是文中提出的算法,只能靠经验确定加权中心和权重的大致范围,再进行进一步试验才能确定具体的数值,在今后的研究中,如何自适应地选择加权中心和权重将是一个值得进一步探讨的问题。

## 参考文献:

- [1] KIRBY M, SIROVICH L. Application of the Karhunen Loeve procedure for the characterization of human faces [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12 (1): 103 - 108.
- [2] TURK M, PENTLAND A. Eigenfaces for recognition [J]. Journal of Cognitive Neuroscience, 1991, 3 (1): 72 - 86.
- [3] BELHUMEUR P N, HESPAHHA J P, KRIEGMAN D J. Eigenfaces vs. Fisherface: Recognition using class special linear projection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19 (7): 711 - 720.
- [4] BARTLETT. Face recognition by independent component analysis [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, 13(6): 1450 - 1464.
- [5] 刘青山. 综述人脸识别中的子空间方法[J]. 自动化学报, 2003, 129(16): 900 - 912.  
LIU Qingshan. A survey: subspace analysis for face recognition[J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 129 (16): 900 - 912.
- [6] YANG J, ZHANG D, YANG J Y. Two-dimensional PCA: A new approach to appearance based face representation and recognition [J]. IEEE Transactions Pattern Anal Machine Intell, 2004, 26 (1): 131 - 137.
- [7] 乔宇, 黄席樾, 柴毅. 基于加权主元分析(WPCA)的人脸识别[J]. 重庆大学学报, 2004, 27(3): 28 - 31.  
QIAO Yu, HUANG Xiyue, CHAI Yi. Face recognition based weighted PCA[J]. Journal of Chongqing University, 2004, 27(3): 28 - 31.
- [8] 杨光, 阮秋琦. 一种新的基于加权主分量分析的人脸识别算法[A]. 中国人工智能学会第 11 届全国学术年会(CAAI-11)[C]. 武汉, 中国, 2005.  
YANG Guang, RUAN Qiuqi. A new arithmetic of face recognition based on weighted PCA[A]. The 11th China Artificial Intelligence Conference [C]. Wuhan, China, 2005.

### 作者简介:



金 一,女,1982 年生,博士研究生,主要研究方向为图像处理、模式识别、人脸识别。

E-mail: jineejin@gmail.com.



阮秋琦,男,1944 年生,教授,博士生导师,主要研究方向为图像处理、计算机视觉、模式识别、虚拟现实。曾多次获得省部级科技进步奖,发表论文 150 余篇,出版专著 3 部。