

一类具有群体 LEADER 的多智能体系统的聚集行为

李宗刚, 贾英民

(北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083)

摘要:针对目前关于群体聚集的稳定性研究中仅考虑同类智能体的问题,提出了一类由 leader 和 follower 两种个体组成的多智能体系统聚集模型.在该模型中,只有 leader 智能体具有关于环境和目标点的信息,并且当个体间距离较远时互相吸引,距离较近时互相排斥.当表示环境信息的势能场函数梯度有界时,证明了系统的聚集稳定性并确定了表示群体大小的一个上界,从而保证了所有 leader 和 follower 个体最终聚集在群体中心周围并一起沿着该函数的负梯度方向运动.仿真结果验证了方法有效性.

关键词:多智能体系统;群体 leaders;聚集行为;稳定性分析

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-4785(2006)02-0026-05

Aggregation of Multi-Agent systems with group leaders

LI Zong-gang, JIA Ying-min

(The Seventh Research Division, Beihang University (BUAA), Beijing 100083, China)

Abstract: A new model including agents of leaders and followers is proposed, in which the leaders have the knowledge about the environment and the goal, but the followers do not. When any two of the agents are far away, they will attract each other. Otherwise, they repel. Under the assumption that the gradient of the environment represented by a potential function is bounded, it is shown that the aggregation of the multi-agent systems is stable and further, and a super limit about the size of the group is obtained. Thus, the leaders and followers can be guaranteed to aggregate around the center of the group's position and to move together along the negative gradient of the environment. The obtained results are illustrated by numerical examples.

Keywords: multi-agent systems; group leaders; aggregation behavior; stability analysis.

在自然界,人们发现许多动物如鸟、鱼、蚂蚁、蜜蜂等都倾向于以群体的方式生活、觅食或者迁徙,这种聚集行为的形成,很大程度上是种群生存的需要.一方面,它们可以依靠集体的力量获取更多的食物;另一方面,它们可以彼此警戒以便更容易地发现天敌从而降低被捕杀的概率.生物力学家很早就注意到了这种现象并从多个角度描述了群体中个体间的协调机制^[1,2].1987年,Reynolds^[3]首次用计算机仿真程序模拟了鸟类的飞行行为并给出了设计群体聚集行为的3个准则,即聚集原则、分离原则和对齐原则.同样受生物学的启发,Gazi和Passino^[4]基于人

工势能场的方法提出了另一类群体聚集模型.该模型利用文献[3]中的前2个原则表示智能体间的相互作用,利用人工势能场函数模拟智能体与其所处环境之间的相互作用.同时文献[4]中提出了2个判断聚集行为的性能指标,即以智能体与群体中心之间的距离衡量聚集的实现程度以及以环境势能场函数的极值点与群体中心的距离衡量群体远离或接近该点的程度,并利用这2个度量研究了群体的稳定性.该模型的缺点是每个智能体都具有对环境和所有其他智能体的信息.鉴于此,文中考虑一类具有群体 leader 的多智能体系统,即取消了部分智能体对于环境信息的需求,从而放宽了文献[4]中的约束条件.由于现实生活中确实也存在着这样一类现象^[1],即在一个群体中,只有部分个体具有关于某一方面

收稿日期:2006-02-28.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60374001);教育部博士点基金资助项目(20030006003).

的特殊知识,而另外一些个体则不具备这些知识.但是通过两类个体之间的信息交流,后者往往能够在前者的诱导下实现一些期望的行为.因而本文提出的模型比文献[4]更为一般,且部分地反应了生物群体中存在分工这一现象.

1 聚集模型

在 n 维欧氏空间中,考虑具有 N 个 leader 智能体, M 个 follower 智能体的群体聚集行为.模型中的智能体以具有单位质量的点表示,其实际大小没有考虑.单个智能体的运动方程如下:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}^i &= -\nabla_{x^i} V(x^i) + \sum_{j=1, j \neq i}^N f(x^i - x^j), \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (1) \\
 \dot{x}^i &= \sum_{j=1, j \neq i}^{M+N} f(x^i - x^j), \quad i = N + 1, \dots, N + M. \quad (2)
 \end{aligned}$$

式(1)表示 leader 智能体的运动方程,式(2)表示 follower 智能体的运动方程.二者的区别是式(1)中第 1 项表示关于环境的知识,而式(2)中的 follower 智能体不具有对环境的知识.其中 $x^i \in R^n, x^j \in R^n$, 表示智能体的位置向量; $\nabla_{x^i} V(x^i)$ 表示第 i 个 leader 智能体在其当前位置的环境势能场的梯度方向向量,它是一个全局信息,用于引导群体移向或远离某一目标区域; $f(x^i - x^j)$ 表示智能体之间的相互吸引/排斥函数,本文考虑的吸引/排斥函数如下^[5]:

$$f(y) = -y[f_a(\|y\|) - f_r(\|y\|)], \quad y \in R^n. \quad (3)$$

式中: $f_a(\|y\|) > 0$ 及 $f_r(\|y\|) > 0$ 是关于距离的函数, $\|y\| = \sqrt{y^T y}$ 为向量范数. $f(y)$ 中第 1 项表示智能体之间的相互吸引力,当智能体间距离比较大时起主导作用,以保证群体能够聚集在一起;第 2 项表示智能体间的相互排斥力,在智能体间距离比较小时起作用,以防止智能体之间发生碰撞.在具体的算例中,文中 $f(y)$ 的形式为^[4]

$$f(y) = -y \left[a - b \exp\left(-\frac{\|y\|^2}{c}\right) \right].$$

式中:位置向量 $y \in R^n, a, b, c$ 均为大于零的常数,且有 $b > a$. 该函数较好地反应了聚集群体中智能体间的相互关系,与对群体生物行为的观察比较相符.更多的关于智能体之间的相互作用函数可见文献[6].

2 群体聚集行为的稳定性分析

对于由式(1)和(2)描述的多智能体系统,智能体之间的交互作用比较复杂,因而对单个智能体的分析是比较困难的,本节主要针对其群体的最终形态进行分析.首先,定义群体中心向量为

$$x = \frac{1}{M + N} \sum_{i=1}^{M+N} x^i,$$

则群体中心的运动方程为

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \frac{1}{M + N} \sum_{i=1}^{M+N} \dot{x}^i = \frac{1}{M + N} \left[\sum_{i=1}^N \dot{x}^i + \sum_{i=N+1}^{M+N} \dot{x}^i \right] = \\
 &= \frac{1}{M + N} \left\{ \sum_{i=1}^N \left[-\nabla_{x^i} V(x^i) + \sum_{j=1, j \neq i}^N f(x^i - x^j) \right] + \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=N+1}^{M+N} \left[\sum_{j=1, j \neq i}^{M+N} f(x^i - x^j) \right] \right\} = \\
 &= \frac{1}{M + N} \left\{ \sum_{i=1}^N \left[-\nabla_{x^i} V(x^i) + \sum_{i=N+1}^{M+N} \left[\sum_{l=1}^{M+N} f(x^i - x^l) \right] \right] + \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^N f(x^i - x^j) + \sum_{j=N+1}^{M+N} f(x^i - x_j) \right] \right\} = \\
 &= \frac{1}{M + N} \left\{ \sum_{i=1}^N \left[-\nabla_{x^i} V(x^i) + \sum_{i=1}^{M+N} \left[\sum_{j=N+1}^{M+N} f(x^i - x^j) \right] \right] + \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=N+1}^{M+N} \left[\sum_{l=1}^N f(x^i - x^l) + \sum_{l=N+1}^{M+N} f(x^i - x^l) \right] \right\} = \\
 &= \frac{1}{M + N} \left\{ \sum_{i=1}^N \left[-\nabla_{x^i} V(x^i) + \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=N+1}^{M+N} f(x^i - x^j) \right] \right] + \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=N+1}^{M+N} \left[\sum_{l=1}^N f(x^i - x^l) \right] \right\} = \\
 &= \frac{1}{M + N} \sum_{i=1}^N \nabla_{x^i} V(x^i). \quad (4)
 \end{aligned}$$

在以上推导中利用了函数 $f(x^i - x^j)$ 是奇函数这一特性.由式(4)可见,智能体群体中心的运动沿着 leader 群所感知的环境平均负梯度场方向,由于 follower 智能体的存在,群体中心的运动速度比没有 follower 时要小,但由式(4)可知,在这种情况下群体的运动方向仍完全由 leader 群体所决定.因而能够保持正确的运动方向,这对于目标的可达性有着重要的影响.以下给出关于群体聚集的分析结果.为方便分析,首先对代表环境信息的人工势能场函数作以下有界性假设^[4].

假设 1 对于环境势能场函数 $V(y)$,总是存在常数 $\bar{V} > 0$,使得

$$\nabla_y V(y) \leq -\bar{V} y. \quad (5)$$

成立.

以下给出主要结果.

定理 1 考虑由式(1)和(2)描述的多智能体系统,智能体间的相互关系由式(3)给定,环境势能场函数 $V(y)$ 满足假设 1,令

$$B(x(t)) = \{y(t) \mid \|y(t) - x(t)\| \leq b,$$

$$f_a(\|x^i - x^j\|) = a,$$

$$f_r(\|x^i - x^j\|) \leq b, (b > a > 0).$$

则当时 $t \in [0, \infty)$, $x^i(t) \in B(x(t))$, 式中:

$$b = \frac{b}{a} + \frac{M + 2N}{a(M + N)^2}. \quad (6)$$

证明 取 $e^i = x^i - x$, 令 $V_j^i = \frac{1}{2} e^{i^T} e^i, j = l, f, l$

表示 leader 智能体,表示 follower 智能体.

首先对于 leader 智能体,有

$$\begin{aligned}
V_i^j = & \left[-\nabla_{x^j} f(x^i - x^j) + \frac{1}{M+N} \sum_{j=1}^N \nabla_{x^j} f(x^i - x^j) \right]^T e^i = \\
& \left[-\nabla_{x^j} f(x^i - x^j) + \frac{1}{M+N} \sum_{j=1}^N \nabla_{x^j} f(x^i - x^j) \right]^T e^i - \\
& \sum_{i=1, j \neq i}^{M+N} (x^i - x^j) (a - f_r(x^i - x^j)) = \\
& \left[-\nabla_{x^i} f(x^i - x^j) - a(M+N) e^i + \right. \\
& \left. \sum_{j=1, j \neq i}^{M+N} (x^i - x^j) f_r(x^i - x^j) + \right. \\
& \left. \frac{1}{M+N} \sum_{j=1}^N \nabla_{x^j} f(x^i - x^j) \right]^T e^i = \\
& -a(M+N) e^i - \sum_{j=1, j \neq i}^{M+N} f_r(x^i - x^j) (x^i - x^j)^T e^i - \\
& \left[\nabla_{x^i} f(x^i - x^j) - \frac{1}{M+N} \sum_{j=1}^N \nabla_{x^j} f(x^i - x^j) \right]^T e^i \\
& \sum_{j=1, j \neq i}^{M+N} f_r(x^i - x^j) (x^i - x^j) \cdot e^i + \\
& \nabla_{x^i} f(x^i - x^j) - \frac{1}{M+N} \sum_{j=1}^N \nabla_{x^j} f(x^i - x^j) \cdot e^i - \\
& a(M+N) e^i - \sum_{j=1, j \neq i}^{M+N} f_r(x^i - x^j) (x^i - x^j)^T e^i - \\
& -a(M+N) e^i - \sum_{j=1, j \neq i}^{M+N} f_r(x^i - x^j) (x^i - x^j)^T e^i + \\
& \frac{M+2N}{M+N} e^i = \\
& -a(M+N) e^i \left[e^i - \frac{b}{a} - \frac{M+2N}{a(M+N)^2} \right]. \tag{7}
\end{aligned}$$

由式(7)可知,只要 $e^i > \frac{b}{a} + \frac{M+2N}{a(M+N)^2} = 1$, 即有 $V_i^j < 0$ 成立. 从而所有的 leader 智能体都最终进入并保留在以群体中心 x 为球域

$B_1 = \{x^i \mid |x^i - x| < 1, i = 1, \dots, N$ 之中. 其次考虑 follower 智能体的情形.

$$\begin{aligned}
V_j^i = & \left[\sum_{l=1, l \neq j}^{M+N} f(x^i - x^l) + \frac{1}{M+N} \sum_{j=1}^N \nabla_{x^j} f(x^i - x^j) \right]^T e^i = \\
& \left[-\sum_{l=1, l \neq j}^{M+N} (x^i - x^l) (a - f_r(x^i - x^l)) + \right. \\
& \left. \frac{1}{M+N} \sum_{j=1}^N \nabla_{x^j} f(x^i - x^j) \right]^T e^i \\
& -a(M+N) e^i - \sum_{l=1, l \neq j}^{M+N} f_r(x^i - x^l) (x^i - x^l)^T e^i + \\
& \frac{N}{M+N} e^i = \\
& -a(M+N) e^i \left[e^i - \frac{b}{a} - \frac{N}{a(M+N)^2} \right]. \tag{8}
\end{aligned}$$

由式(8)可知,只要 $e^i > \frac{b}{a} + \frac{N}{a(M+N)^2} = 2$, 则有 $V_j^i < 0$ 成立. 从而所有的 follower 智能体当 t 时都最终进入并保留在以群体中心 x 为中心

的球域.

$B_2 = \{x^i \mid |x^i - x| < 2, i = N+1, \dots, N+M$ 之中. 显然 $1 > 2$, 从而取 $= 1$, 可知当 t 时, 所有的智能体都将进入并停留在以群体中心 x 为中心的球域:

$B = \{x^i \mid |x^i - x| < 1, i = 1, \dots, M+N$ 之中. 证毕.

评注 1 由群体的界的表达式可以看出, 无论是 leader 群体的数量增加, 还是 follower 群体的数量增加都将缩小界的大小, 并且当时 M, N 时,

b/a . 在数量适宜的情况下, 该模型描述的群体将形成一个更加紧密的群体共同移向目标. 但群体数量的增大会使得群体的运动速度显著减小, 并且使得群体密度不断增大, 这两种情况对应用来说都是不利的.

评注 2 从群体的界的表达式还可以看出, a 增大时, b 减少; b 增大时, a 增大. 这与吸引/排斥函数设置的初衷完全相符.

评注 3 在以上的证明中, 由于使用了假设 1, 以及不等式 $x^T y \leq |x| \cdot |y|$, 同时对排斥力也作了有界性假设, 因而由以上分析得出的界是非常保守的. 智能体群体的实际大小应比 B_c 小.

以下给出当环境势能场函数分别为平面和二次型曲面时系统的行为.

3 群体沿平面和二次型曲面势能场的运动分析

首先考虑平面场情形, 在这种情况下, 令表示环境信息的势能场函数为

$$V(y) = a^T y + b. \tag{9}$$

式中: $a \in R^n, b \in R$. 由此易得平面的梯度向量为 $\nabla_y V(y) = a$, 同时有 $\Delta V = 0$, 从而由式(7)与(8)可以得到

$$\lambda_1 = \frac{b}{a} + \frac{a(M+2N)}{a(M+N)^2}, \lambda_2 = \frac{b}{a} + \frac{a}{a(M+N)^2}.$$

取 $\lambda = \max(\lambda_1, \lambda_2)$, 则由定理 1 知, 当 t 时, 所有的智能体将进入并保持在球域

$B = \{x^i \mid |x^i - x| < \lambda, i = 1, \dots, M+N$ 之中. 另外, 有

$$x^* = -\frac{1}{M+N} \sum_{i=1}^N \nabla_{x^i} V(x^i) = -\frac{N}{M+N} a. \tag{10}$$

由式(10)可知智能体中心在环境中做作直线运动的速度大小与智能体数量的多少有关, 对应于给定的群体规模具有确定的速度. 稍加分析可知两类智能体数量的增大都会导致群体运动速度值的减少, 只是 follower 数量的变化影响更加明显, 仿真实例也证实了这一点. 其次, 考虑群体沿二次型曲面势能场的运动, 在这种情形下, 令表示环境信息的势能场函数为

$$(y) = \frac{A}{2} (y - c)^2 + b. \quad (11)$$

式中: b 为常数, $c \in R^n$, 易知当 $y = c$ 时曲面有极大/极小值 b . 同时可知曲面的梯度场向量为 $\nabla_y (y) = A (y - c)$. 此时假设 1 不成立, 因而不能由定理 1 得到此情形下群体大小的界. 但是大量仿真表明, 当 $t \rightarrow \infty$, 若 $A > 0$ 时, 则所有智能体都将运动到 $y = c$ 的某一邻域内. 若有 $A < 0$, 则所有的智能体都将最终穿出以 $y = c$ 为中心的任意大邻域而运动到无穷远处.

评注 4 在以上的证明中, 没有用到空间的维数, 这证明结论对任意维数都是成立的.

4 数值算例

在本节中, 用数值例子对以上分析进行说明和验证. 为便于观察, 仅给出二维空间的仿真例子. 仿真图中 leader 智能体以“*”号表示, follower 智能体以“o”表示, 各智能体的初始位置均随机产生, 并且通过设定初始中心不与目标点位置相重合.

图 1~3 为多智能体系统在平面势能场中的运动情况. 其中参数为 $a = [1, 1]^T$, $b = 0$, $a = 0.04$, $b = 100$, $c = 0.01$, $M = 11$, $N = 6$. 仿真时间步为 200. 其他参数保持不变, 取智能体数量分别为 $M = 20$, $N = 20$, 又可得到图 4~6. 由图 1~6 可以看出, 该模型中的智能体能够实现聚集和沿平面势能场负梯度方向集体运动. 从 2 组图的对比可以看出, 当智能体数量越多时, 群体实现聚集的性能越好, 并且由图 3 和图 6 的比较可以看出, 群体中心始终沿平面势能场负梯度方向做直线运动. 这与理论分析结果完全相符.

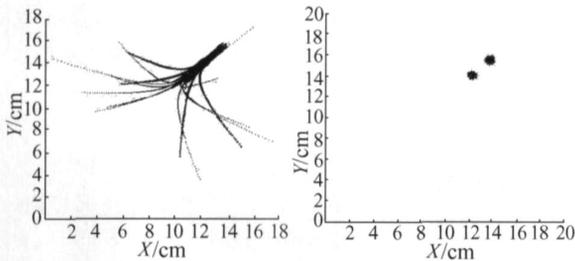


图 1 群体运动轨迹 Fig. 1 The path of the multi-agent systems
图 2 $t=200$ 时的群体形态 Fig. 2 The shape of the multi-agent systems at $t=200$

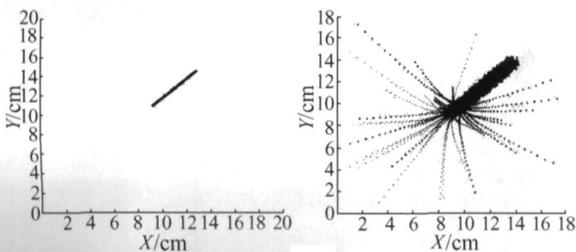


图 3 群体中心运动轨迹 Fig. 3 The center path of the multi-agent systems
图 4 群体运动轨迹 Fig. 4 The path of the multi-agent systems

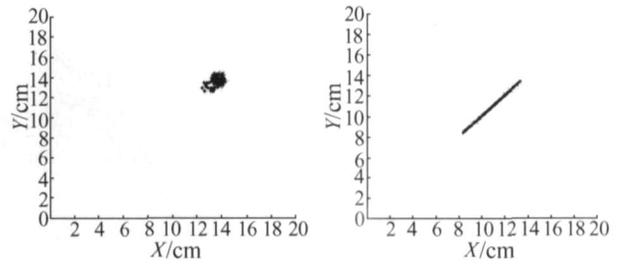


图 5 $t=200$ 时的群体形态 Fig. 5 The shape of the multi-agent systems at $t=200$
图 6 群体中心运动轨迹 Fig. 6 The center path of the multi-agent systems

图 7~9 为多智能体系统在二次型曲面势能场中的运动情况. 其中参数分别为 $A = 1.5$, $a = 0.04$, $b = 100$, $c = 0.01$, 目标点位置为 $c = [18, 18]^T$, $b = 0$. $M = 11$, $N = 6$, 仿真时间步为 200. 作为对照, 其他参数保持不变, 将两类智能体的数量分别改变为 $M = 20$, $N = 11$. 又可得到图 10~12. 从图 7~12 的对比可以看出, 当各类智能体数量都增大时, 群体仍然能够在目标点的聚集并最终所有智能体都到达该点的某一邻域内. 但是, 由图也可以看出, 当群体增大时, leader 智能体的运动变得非常复杂, 两组图都存在它们并不是直接奔向目标点, 而通常是先远离目标点, 等 follower 智能体聚集运动到目标点之后, leader 智能体群又开始向目标点移动并最终与 follower 智能体一起聚集在目标点周围. 另外, 图 12 中群体中心的运动在最后出现了震荡, 但图 9 中并没有这种现象. 与在平面势能场中群体中心做匀速运动相比, 二次型曲面场中群体中心的运动速度随着接近目标点距离的减小而减小. 应该注意的是图 7~12 是当 $Aa > 0$ 时的结果, 智能体群体实现了聚集和向目标移动. $Aa < 0$ 的例子限于篇幅不再给出, 在仿真中, 此情形下的群体向远离目标点的方向移动, 这也与分析相吻合.

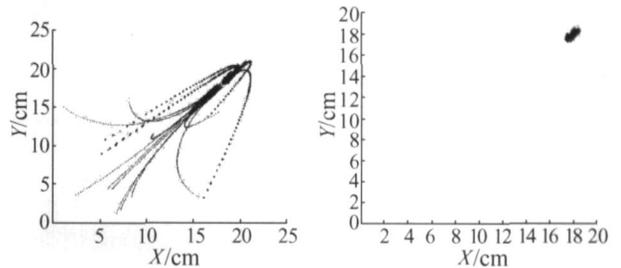


图 7 群体运动轨迹 Fig. 7 The path of the multi-agent systems
图 8 $t=200$ 时的群体形态 Fig. 8 The shape of the multi-agent systems at $t=200$

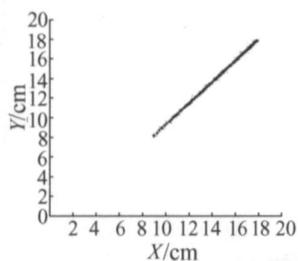


图9 群体中心运动轨迹

Fig. 9 The center path of the multi-agent systems

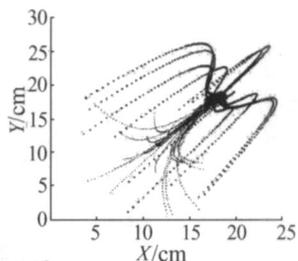


图10 群体运动轨迹

Fig. 10 The path of the multi-agent systems

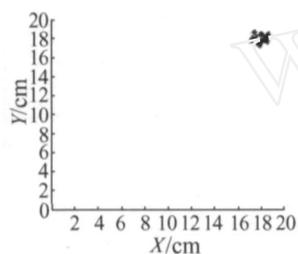


图11 t=200时的群体形态

Fig. 11 The shape of the multi-agent systems at t=200

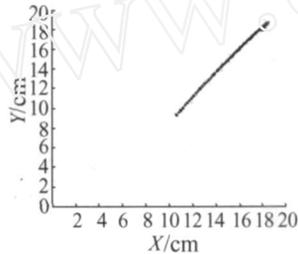


图12 群体中心运动轨迹

Fig. 12 The center path of the multi-agent systems

评注5 在大部分的仿真中, follower 总是先实现自聚集, 然后紧随群体中心移动, 而 leader 总是随着时间的增大比较慢地向中心靠拢, 群体中心偏向那个群体的程度与该群体个体的多少有关。

5 结束语

研究了一类具有群体 leader 的多智能体系统。当环境的势能场函数的梯度有界时, 获得了群体聚集的收敛条件和一个表示群体大小的上界。群体在平面势能场和二次型势能场中运动的仿真结果表明, 通过群体 leader 的导航, follower 智能体在不知道环境信息的情况下也能够环境中正确地运动、准确到达目标点或远离目标点。在实际中, 当已知目标点位置时, 可以通过本文方法指挥环境中的智能体群体协调一致地移向或远离该位置; 当环境中的部分智能体探测到该位置时, 可以通过智能体间的通讯机制协调环境中的所有机器人移向或远离该位置。因此, 文中不仅给出了一种多智能体系统实现聚集的新的机制, 而且也多智能体系统的应用提供了另外一种思路。在后续工作中, 通讯时延、状态异步更新以及其他形式的环境势能场函数等对系统聚集收敛性能的影响都是很有意义的进一步研究的方向。

参考文献:

[1] JANSON S, MIDDENDORF M, BEEKMAN M. Honeybees swarms: How do scouts guide a swarm of uninformed bees[J]. *Animal Behavior*, 2005, 70(2): 349 - 358.

[2] GRUNBAUM D. Schooling as a strategy for taxis in a noisy environment[J]. *Evolutionary Ecology*, 1998, 12(5): 503 - 522.

[3] REYNOLDS G. Flocks, birds and schools: a distributed behavioral model[J]. *Computer Graphics*, 1987, 21(1): 25 - 34.

[4] GAZI V, PASSINO K. Stability analysis of foraging swarms[J]. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2004, 43(1): 539 - 557.

[5] CHU T, WANGL, CHEN T. Self-organized motion in anisotropic swarms[J]. *Control Theory and Application*, 2003, 1(1): 77 - 81.

[6] GAZI V, PASSINO K M. A class of attraction-/repulsion function for stable swarm aggregations[A]. In: *Proc of the 41st IEEE Conference on Decision and Control [C]*. Las Vegas, USA, 2002.

[7] LIU Y F, PASSINO K M. Stable social foraging swarms in a noisy environment. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(1): 30 - 44.

[8] SHI H, WANG L, CHU T. Swarming behavior of multi-agent swarms[J]. *Control Theory and Applications*, 2004, 2(4): 313 - 318.

[9] CHU T, WANGL, CHEN T. Self-organized motion in a class of anisotropic swarms: convergence vs. oscillation [A]. *Proceedings of the American Control Conf [C]*. Portland, USA, 2005.

作者简介:



李宗刚,男,1975年生,博士研究生。研究方向为多智能体系统协调控制。E-mail:Lizg7661@126.com.



贾英民,男,1958年生,教授。主要研究方向为鲁棒控制、自适应控制、智能控制及其在车辆系统和工业过程中的应用。