



深度学习方法和在流场重建中的应用综述

邵绪强, 栗明宇, 韩浩, 王磊, 王德生, 王冷沅

引用本文:

邵绪强, 栗明宇, 韩浩, 等. 深度学习方法和在流场重建中的应用综述[J]. *智能系统学报*, 2026, 21(1): 2-18.

SHAO Xuqiang, LI Mingyu, HAN Hao, et al. Overview of the application of deep learning methods in flow field reconstruction[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2026, 21(1): 2-18.

在线阅读 View online: <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202501017>

您可能感兴趣的其他文章

基于孪生变分自编码器的小样本图像分类方法

A small-sample image classification method based on a Siamese variational auto-encoder

智能系统学报. 2021, 16(2): 254-262 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201906022>

样本仿真结合迁移学习的声呐图像水雷检测

Detection of underwater mine target in sidescan sonar image based on sample simulation and transfer learning

智能系统学报. 2021, 16(2): 385-392 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202101030>

一种高效的稀疏卷积神经网络加速器的设计与实现

Design and implementation of an efficient accelerator for sparse convolutional neural network

智能系统学报. 2020, 15(2): 323-333 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201902007>

基于生成对抗网络的机载遥感图像超分辨率重建

Super-resolution reconstruction of airborne remote sensing images based on the generative adversarial networks

智能系统学报. 2020, 15(1): 74-83 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202002002>

深度度量学习综述

A brief introduction to deep metric learning

智能系统学报. 2019, 14(6): 1064-1072 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201906045>

高斯核函数卷积神经网络跟踪算法

Convolutional neural network tracking algorithm accelerated by Gaussian kernel function

智能系统学报. 2018, 13(3): 388-394 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201612040>

DOI: 10.11992/tis.202501017

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1538.tp.20251225.0920.002>

深度学习方法在流场重建中的应用综述

邵绪强¹, 栗明宇^{1,2}, 韩浩², 王磊², 王德生², 王冷泮²

(1. 华北电力大学控制与计算机工程学院, 河北保定 071003; 2. 国民核生化灾害防护国家重点实验室, 北京 102205)

摘要: 高分辨率流场数据具有非线性, 数据量大的特点, 无论用实验还是模拟方法都存在获取难度高的问题。流场重建技术能够充分利用流场的可观测信息挖掘不可观测信息, 用稀疏观测的或低分辨的流场数据恢复出高分辨流场数据。深度学习方法得益于其强大的特征提取和非线性拟合能力, 在流体力学问题中已经有了广泛的应用, 其中, 基于深度学习的流场重建方法拥有极高的研究潜力。本文对基于深度学习的流场重建方法进行了调研, 分类阐述了不同视角下的流场重建问题的建模方式。详细归纳了模态重组类、局部-整体预测类和单元求解器类流场重建方法的研究进展和成果, 并讨论了各种方法的优缺点。最后总结分析了基于深度学习的流场重建技术面临的挑战, 并对未来的研究方向进行了展望。

关键词: 流场重建; 深度学习; 神经网络; 计算流体力学; 数值模拟; 模态分解; 超分辨率; 数据增强

中图分类号: TP391.9 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2026)01-0002-17

中文引用格式: 邵绪强, 栗明宇, 韩浩, 等. 深度学习方法在流场重建中的应用综述 [J]. 智能系统学报, 2026, 21(1): 2-18.

英文引用格式: SHAO Xuqiang, LI Mingyu, HAN Hao, et al. Overview of the application of deep learning methods in flow field reconstruction [J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2026, 21(1): 2-18.

Overview of the application of deep learning methods in flow field reconstruction

SHAO Xuqiang¹, LI Mingyu^{1,2}, HAN Hao², WANG Lei², WANG Desheng², WANG Lingyun²

(1. School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, China; 2. State Key Laboratory of NBC Protection of Civilian, Beijing 102205, China)

Abstract: High resolution flow field data has the characteristics of nonlinearity and large data volume, which makes it difficult to obtain through both experimental and simulation methods. Flow field reconstruction technology can fully utilize the observable information of the flow field to mine unobservable information, and recover high-resolution flow field data from sparse or low resolution flow field data. Deep learning methods have been widely applied in fluid mechanics problems due to their powerful feature extraction and nonlinear fitting capabilities. Among them, flow field reconstruction methods based on deep learning have high research potential. This article investigates deep learning based flow field reconstruction methods and categorizes modeling approaches for flow field reconstruction problems from different perspectives. This paper provides a detailed summary of the research progress and achievements in flow field reconstruction methods for modal recombination, local global prediction, and element solver, and discusses the advantages and disadvantages of each method. Finally, the challenges faced by deep learning based flow field reconstruction technology were summarized and analyzed, and future research directions were discussed.

Keywords: flow field reconstruction; deep learning; neural networks; computational fluid dynamics; numerical simulation; mode decomposition; super-resolution; data augmentation

收稿日期: 2025-01-25. 网络出版日期: 2025-12-25.

基金项目: 国家重点研发计划项目 (2021YFF0604000).

通信作者: 韩浩. E-mail: thinkinghh@163.com.

高分辨率流场数据对航空航天器设计^[1]、建筑环境工程^[2]和风力能源利用^[3]等领域具有重要意义, 然而大部分流体介质 (空气、水等) 质地透

明,其流动现象不易观测,且对细微扰动敏感,在实验中难以精确复现,高精度、高分辨率的流场数据往往难以获取。

实验方法和数值模拟方法是获取流场数据的主要手段。在实验方法中,早期的光学流动显示方法如纹影法^[4],尽管可以将流动的细节可视化,定性地展示出流动流体运动的特征,却无法定量地获取完整的流场数据;随着计算机和光电技术的发展,粒子示踪方法与计算机图像处理技术结合诞生了能定量地测量流场的方法,如粒子图像测速^[5](particle image velocity, PIV)法,但受光学仪器的条件限制,这种方法仅可以在较小的视口内测量二维流场信息;在数值模拟方法中,直接数值模拟^[6](direct numerical simulation, DNS)理论上可以获得所有尺度上的流动信息,但对于空间和时间分辨率需求很高,因而计算量大、耗时多,现如今它还难以计算复杂湍流运动。在获取高精度和高分辨率的流场数据问题上,目前既没有能够全面定量地测量流场的实验手段,也没有计算成本足够经济的数值模拟方法,高质量流场数据的难以获取性,极大制约了研究效率。

从有限的局部测点数据或低分辨率数据完整重建空间中的物理场是许多学科的共同追求^[7-8],如果仅测量流场中有限位置的流场数据,或在低分辨率的计算域中进行数值模拟,就能以相对低的难度和时间成本获取初始数据,随后,应用数据驱动建模的手段,从初始数据中重建出完整的流场,同时保证一定的精度,以满足研究的需要,从而达到精度和成本的平衡。这种手段就称为流场重建技术。已有大量研究表明,利用少量高保真数据样本可以重建整个计算域内的流场。例如,Abrahamson等^[9]利用最小二乘法对基于DNS数据的涡度场进行了重建。然而,最小二乘法的结果倾向于平均化流场,无法恢复局部流动特征的细节,因此无法满足流场局部特征分析的需求。简单的数据拟合方法也无法凭空产生原本不存在的细节信息,要重建出符合客观现象的流场数据,这要求重建方法必须从数据中学习流场数据服从的分布规律。

深度学习技术作为重要的数据驱动方法,在近年来展现出巨大的潜力。它能够在海量数据中自动提取并学习最优特征,在图像识别、自然语言理解等多领域中已取得突破性进展。目前,已有学者尝试将机器学习技术应用于流体力学中,包括湍流建模^[10]、流体模拟^[11]、流场优化^[12]、流动控制^[13]和流场重建^[14]等方面。在计算流体力学

(computational fluid dynamics, CFD)的视角下,流场数据是使用数值方法求解纳维-斯托克斯方程(Navier-Stokes equations, NS方程),使得流场数据满足质量和动量守恒定律得到的。可以认为,流场数据是服从某一组偏微分方程的数据分布,深度学习模型可以通过观察训练数据来学习数据的分布规律,并在输入条件的控制下,生成满足条件的数据分布。具体而言,深度学习模型可以学习局部流场与全局流场的关系,内化流场数据拥有的潜在特征,从而实现从少量预测大量,从部分预测整体,补全缺失的数据,并使这些数据符合流场的分布特征。流场重建作为亟待解决的复杂流体力学问题之一,也已经有基于深度学习方法的相关探索。早在2001年,Pruvost等^[15]就利用稀疏实验数据,使用径向基函数神经网络重建了流场中的复杂流动特征和平均速度分量。

作为一种数据驱动的方法,深度学习算法仅学习一种从已知数据到解的映射,而未知数据和解的格式在不同的问题建模方式下是不同的。事实上,在深度学习领域中,针对不同的问题建模方式,已经提出了多种不同的神经网络结构,有针对图像问题的卷积神经网络(convolution neural network, CNN),针对序列问题的循环神经网络(recurrent neural network, RNN),针对图谱问题的图神经网络(graph neural network, GNN)等基础网络范式。这使得研究者在建模问题时拥有很大的自由性,从不同的角度分析流场重建问题时,可以使用不同的深度学习方法解决该问题。

本文以流场重建技术为背景,将深度学习方法的流场重建中的应用进行分类总结。其中,根据对问题建模方式的不同,将基于深度学习的流场重建方法分为了3种,包括:1)根据已知模态线性组合求解待重建流场的模态重组类的流场重建方法;2)根据少量已知流场数据输入直接预测整体流场的局部-整体预测类流场重建方法;3)训练一个坐标和时间作为输入的求解器,预测区域内各位置流场物理量的单元求解器类流场重建方法。

3种方法之下,根据对深度学习方法不同的应用方式,又可以细分为更多类型的流场重建方法。结合模态重组的流场重建方法可分为使用深度学习代替模态分解的方法和使用深度学习预测模态系数的方法;局部-整体预测类流场重建方法可分为低维-高维映射重建方法、流场超分辨率重建方法和稀疏数据补全重建方法;可分为单元求解器类流场重建方法可分为流场函数拟合方法和流场函数重建算子方法。

1 模态重组类流场重建方法

在以往研究中,为了规避流场分析中数据量大,数据处理和存储困难的问题,降阶模型(reduced-order models, ROMs)被广泛应用。ROMs的核心思想是使用模态分解算法在收集的大量原始流场数据快照中求解一组相互正交的主要模态作为基向量,任意时刻的流场可以表示为少量主要模态的线性组合,使用提前计算的模态重建流场,可以降低重建难度。常见的模态分解算法有本征正交分解(proper orthogonal decomposition, POD),动态模态分解算法(dynamic mode decomposition, DMD),快速傅里叶变换(fast Fourier transformation, FFT)等。在现有的流场重建工作中,基于POD模态重组的流场重建方法^[16]是最常见的。本节介绍了模态重组类流场重建方法的理论基础,并总结了模态重组与深度学习相结合的流场重建方法。

假设有某种流动情况下不同时刻速度场快照组成的数据集,共有 t 个时刻的快照,每个快照为 n 维空间向量, n 为流场网格单元数,则数据集构成数据矩阵:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_t] \in \mathbf{R}^{n \times t} \quad (1)$$

式中: \mathbf{u}_i 表示第 i 个时刻的速度场所对应的向量。通过POD、DMD等模态分解方法,数据矩阵 \mathbf{X} 可表示为

$$\mathbf{X} = \Phi \mathbf{A} \quad (2)$$

式中: $\Phi \in \mathbf{R}^{n \times r}$ 为模态矩阵(每列为一个模态), $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{r \times t}$ 为模态系数矩阵(每列为一个快照所对应的模态系数组), r 是分解的模态数量,且 r 远小于 t 和 n 。数据集中任一时刻的速度场可表示为模态的线性组合:

$$\mathbf{u}_i = \Phi \mathbf{a}_i \quad (3)$$

式中 \mathbf{a}_i 表示对应时刻速度场的模态系数。因此,流场重建问题可以被转化为根据稀疏测量的流场数据估计一组模态系数,线性组合流场模态得到目标流场。

1.1 传统模态重组的重建方法

传统的基于模态重组的流场重建方法通常采用统计学方法估计模态系数。线性随机估计(linear stochastic estimation, LSE)是一系列统计学领域常用的参数估计方法,作为一种最优化方法,它将模态系数组视作变量,目标是最小化残差的平方和,即使得预测值与实际值之间的差最小。Arun等^[17]提出一种湍流通道流速度波动实时重建框架,使用3种基于LSE的模态估计方法,可

以从有限PIV测量的稀疏平面数据和预先提取的POD模态重建出湍流通道流的速度场。实际应用中,Sun等^[18-19]使用类似的方法,利用CFD数据计算的POD模态和一组传感器测得的实际风速数据进行风场重建,实现快速预报风场的目的,用于风力发电的能效估计。针对不完整样本,Everson等^[20]还发展出了Gappy POD方法,可以从存在数据缺失的样本中求解POD模态,并可以在重建时填补缺失的数据。李天一等^[21]以旋转湍流流场作为研究算例,研究了缺失区域不同的流场使用Gappy POD方法重建的效果,研究表明,相比于整块大面积缺失区域,面对随机、分散的缺失区域Gappy POD模态能提取更多的信息,更完整的还原流场。

除了可以使用POD方法分解模态并重建流场外,Chinta等^[22]用预解分析^[23](resolvent analysis)分解流场,并使用前向回归正交最小二乘法,识别出最有可能的解析模态,对基于有限PIV测量的湍流通道流的流场进行重建,得到完整的三维速度场和压力场。Snaiki等^[24]利用多分辨率动态模态分解^[25]进行特征提取,并使用少量传感器数据重建高大建筑附近的压力场,对高层建筑进行准确的风压分析和风荷载预测。由于POD方法只能用于分解二维矩阵,因此难以用于三维流场重建,Zhang等^[26]使用塔克分解^[27]分解三维空间的风场,塔克分解是一种广义的张量分解方法,可以把大尺寸的高维张量分解为核心张量和因子矩阵的乘积。该工作实现了仅使用20个传感器(仅占三维风场总数据的0.04%)以相当高的精度(绝对速度相对误差小于0.8%)重建风速分布。

基于模态重组的重建方法主要利用了提前从大量流场数据中提取的流场模态,这些模态包含构成流场数据的关键信息,仅需少量模态就可表示构成复杂的原始流场数据。这类方法将复杂的流场重建问题转化为少量模态系数的预测问题,极大地降低了问题的复杂度。然而这类方法泛化性较差,不同流场数据需要分别分解模态,难以构建通用的流场重建方法。

1.2 模态重组与深度学习结合的流场重建方法

深度学习与基于模态重组的流场重建方法的结合有两种思路,一种是使用深度学习方法代替传统的模态分解算法;另一种思路是使用深度学习方法预测用于重组模态的系数组。相关研究工作的总结如表1所示。需要注意的是,由于不同工作所使用的数据集并不统一,因此其中的 L_2 误差不能直接用于比较模型性能。

表 1 模态重组与深度学习结合的流场重建方法相关研究
Table 1 Related research of the deep learning modal reorganization flow field reconstruction method

参考文献	应用分类	模型	所需模态数	L_2 误差	应用场景
AL Mamun等 ^[28]	替代模态分解	极限学习机	3	>5	圆柱绕流
Murata等 ^[29]	替代模态分解	模态分解卷积神经网络自动编码器	2	1.72×10^{-4}	圆柱绕流
Fukami等 ^[30]	替代模态分解	层次自编码器	2	0.0388	圆柱绕流
Yu等 ^[31]	预测模态系数	多层感知机	14	<0.167	平行喷管流
Deng等 ^[32]	预测模态系数	长短时记忆网络	10	0.03824	倒置旗帜流
Peng等 ^[32]	预测模态系数	多层感知机	10	0.001914	圆柱绕流

1.2.1 使用深度学习模型代替模态分解的方法

Abdullah 等^[28]提出一种使用极限学习机 (extreme learning machine, ELM) 替代 POD 模态分解的方法, 设计了一种隐藏层维数小于原始数据维数的 ELM 自编码器, 这样隐藏层的结果就可以视作较少数量模态的系数组, 从隐藏层到输出层的模型权重则是对应的模态, 并在圆柱绕流尾流数据集上进行了验证实验, 实验发现, 由于 ELM 分解的模态不能像 POD 分解一样保证模态相互正交, 因此, 相同模态数和稀疏传感器数量的条件下, ELM 模态重建效果很差, 重建出相同级别精度所需的 ELM 模态数量远大于 POD 模态。

Murata 等^[29]提出一种名为模态分解卷积神经网络自编码器 (mode decomposing convolutional neural network autoencoder, MD-CNN-AE) 的非线性模态分解方法, 将流场数据映射到隐空间, 然后从隐空间中解码出分解后的模态, 研究发现, MD-CNN-AE 的重建性能优于 POD, 同样使用前两级模态重建的情况下, MD-CNN-AE 的重建误差比 POD 低一个数量级。研究还发现, 非线性激活函数可以从低阶模态中提取高阶模态的信息, 这使得深度学习模态分解方法具有更强的特征提取能力。Fukami 等^[30]发现, 使用 MD-CNN-AE 分解的各级模态携带的信息量基本相同, 不能像 POD 分解的模态一样, 按照对原始流场贡献大小进行排序。为解决该问题, 使用层次自编码器 (hierarchical autoencoder, HAE) 对流场进行模态分解, HAE 由多级自编码器构成, 每级自编码器构建一级模态, 携带的信息量随模态级数的增加而减少。在圆柱绕流的数据集上对 3 种模态分解方法的重建性能进行验证, 实验结果表明, HAE 模态具有最低的重建误差。图 1 给出了 DNS 仿真的圆柱绕流流场分别使用 POD、MD-CNN-AE、线性 HAE (无激活函数)、HAE 等 4 种模态分解方法分解的前两级模态, 以及使用前两级模态重建的流场。可以看出, 相较 POD、HAE 分解的模态包含更多流场的非线性特征; 而相较 MD-CNN-AE、HAE

分解的模态有更加明显的层次关系, 第一级模态主要存储低频信息, 即流场大致轮廓; 第二级模态主要存储高频信息, 即流场细节特征。

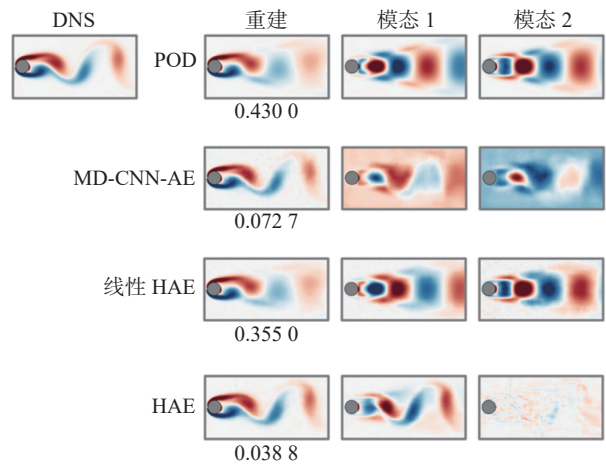


图 1 使用深度学习方法代替传统的模态分解^[30]
Fig. 1 Using deep learning methods instead of traditional modal decomposition^[30]

使用深度学习模型代替模态分解, 主要目的是利用深度学习算法的特征提取能力, 用更少的模态, 包含更多的信息, 达到更高的重建精度。但是这类方法仍然只能在一类流动情况下提取流场模态, 通用性较差。另外, 预测模态系数的方法依旧是最小化有限测点位置的数据残差, 不能保证其他位置的重建结果的合理性。

1.2.2 使用深度学习预测模态系数的方法

深度学习方法也可以用于预测模态系数, 根据对问题的建模方式不同, 不同工作以不同数据作为输入预测模态系数。Yu 等^[31]认为可以建立简化问题到目标问题的映射, 首先对同一流动情况的两种不同分辨率的流场数据进行了模态分解, 得到两组模态。随后训练了一种神经网络, 以低分辨率流场数据的 POD 模态系数作为输入, 预测高分辨率流场数据的模态系数, 从而实现了对流场的超分辨率重建, 并在二维粘性喷嘴流动、无粘性 M6 机翼流动等数据集上验证了该方法的有效性。

为解决普通 PIV 无法获取精确时间分辨数据

的问题, Deng 等^[32] 使用可以时间分辨的 TR-PIV 数据的 POD 模态构建数据集, 训练了一个长短期记忆神经网络 (long short-term memory, LSTM), 以前后两时刻的 PIV 数据 POD 分解的模态系数组作为输入, 预测两次 PIV 测量之间的模态系数, 从而重建出中间时刻缺失的速度场, 扩充了 PIV 数据的时间分辨率。

快速傅里叶变换 (FFT) 能够根据频率大小将流场分解成不同模态, 而其逆变换 IFFT 可以用模

态系数重组频率模态以恢复流场。Peng 等^[33] 训练了一个 MLP 神经网络, 以流场上有限位置传感器的测量数据作为输入, 同时预测 FFT 模态的系数向量与残差场, 将模态重组得到的速度场与残差场相加, 重建出完整的二维速度场, 图 2 给出了使用 MLP 预测模态系数的过程。该模型在 NACA0012 翼型绕流和非定常周期性圆柱绕流的数据上进行了实验, 达到较高的重建精度, 验证了该方法的可行性。

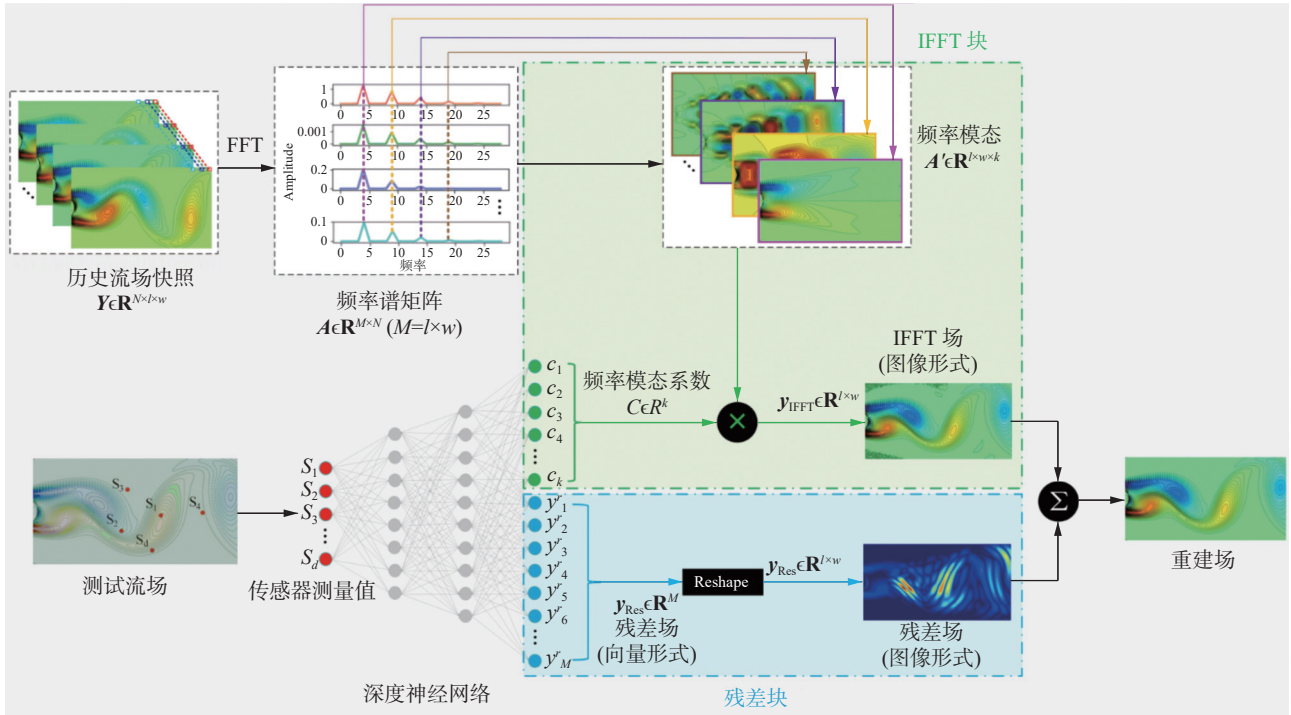


图 2 使用 MLP 预测模态系数^[33]

Fig. 2 Using MLP to predict the modal coefficients^[33]

使用深度学习预测模态系数的方法旨在利用深度学习模型学习目标流场的模态系数组与已知数据 (可能是有限测点, 前后时刻的模态系数, 低分辨率数据的模态系数等) 之间的函数关系, 相较于简单地最小化已知数据与预测结果之间的残差, 有更高的准确性。

2 局部-整体预测类流场重建方法

局部-整体预测类方法不会用到提前分解的模态等信息, 只使用稀疏观测数据或低分辨率流场数据作为输入, 直接对目标区域的流场进行重建。使用深度学习模型整体预测重建流场时, 模型的输出一般是高分辨率的流场数据, 模型的输入则根据问题建模方式各有不同。本节从输入数据格式的不同将局部-整体预测类方法分为: 低维-高维映射重建方法, 流场超分辨率重建方法和稀疏数据补全重建方法。其中, 低维-高维映

射重建方法的目标是建立从少量已知数据到完整数据的映射关系, 其输入通常是稀疏传感器数据组成的向量, 输出完整流场; 流场超分辨率重建方法输入低分辨率流场, 并输出高分辨率流场重建结果; 稀疏数据补全重建方法的输入含有大量的缺失值的稀疏流场网格, 根据网格中少量已知数据补全缺失位置的数据。

2.1 低维-高维映射重建方法

低维-高维映射重建方法是指从有限位置的传感器获得数据, 使用这些数据构成的向量直接重建相应的完整流场。以二维结构化网格上的速度场为例, 假设有某时刻速度场 $u \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 共包含 $m \times n$ 个速度值。在速度场中稀疏地布置了 s 个传感器, 传感器测量的速度值构成一个稀疏观测向量 $u_s \in \mathbf{R}^s$ 。低维-高维映射重建方法的深度学习模型根据 u_s 预测完整速度场 u , 训练目标可以表示为

$$L(\theta) = \|\mathbf{u} - F_\theta(\mathbf{u}_s)\|_2^2 \quad (4)$$

式中: $F_\theta: \mathbf{R}^s \rightarrow \mathbf{R}^{m \times n}$ 表示深度学习模型, θ 表示模型的可学习参数。训练目标是优化 θ 的取值, 从而最小化重建流场和完整流场之间的差异。

Maulik 等^[34] 认为流场数据服从于某种复杂的概率分布, 而复杂的概率分布可以通过多重高斯分布叠加得到。该工作训练了一个概率神经网络 (probabilistic neural network) 模型, 根据输入的特定数个点位的传感器数据, 预测一组系数 π 、均值 μ 和方差 σ , 随后产生符合均值 μ 和方差 σ 的高斯分布随机数, 再使用预测的系数 π 对这些高斯分布随机数进行线性组合, 结果可以逼近目标全局流场数据。文中在圆柱绕流、浅水方程和全球海洋温度场数据上对该方法进行了验证, 取得了良好的重建效果。这种方法与基于模态分解的流场重建有相似之处, 都是对一系列“基”做线性组合得到的重建流场, 不同的是这里的“基”不是流场模态, 而是一些高斯分布随机数。

Fukami 等^[35] 评估了多种使用机器学习算法重建流场的方法, 其中包括多层感知机 (multilayer perceptron, MLP), 该方法实现了一种深度为 4 层的 MLP 模型, 以流场中特定 5 个位置的传感器数据值组成的向量作为输入, 预测网格总数为 13440 的完整流场, 实验表明, 此模型在重建圆柱绕流和翼型绕流的尾流流场数据时表现良好。另外, Erichson 等^[36] 也使用类似的方法, 在圆柱绕流尾流涡度场、全球海洋温度场和各向同性湍流速度场上进行了实验。图 3 给出了本文重建圆柱绕流尾流涡度场所采用的神经网络模型, MLP 模型的输入层接受选取圆柱边缘数个位置的测量值,

经过 2 个隐藏层后, 输出层的尺寸扩展到与完整流场网格尺寸相同, 直接预测完整流场网格中各个位置的值。

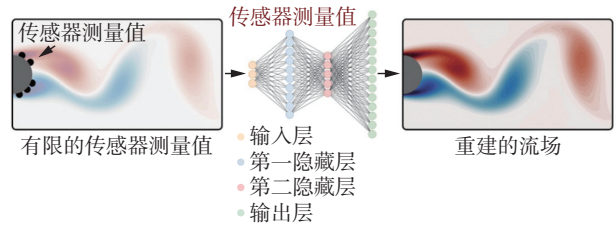


图 3 使用 MLP 从少量传感器数据直接重建流场^[36]
Fig. 3 Using MLP to directly reconstruct the flow field from a small amount of sensor data^[36]

Li 等^[37] 构建了一种基于 CNN 流场重建模型, 首先将在流场中 n 个位置测量等稀疏数据组成形状为 $(1 \times 1 \times n)$ 的张量, 随后通过填充 (padding) 和转置卷积 (transposed convolution) 等操作, 将张量形状变换为 $(100 \times 100 \times 1)$, 即重建为单元数为 10000 的结构化网格上的流场。该工作成功地将 CNN 应用于低维-高维映射重建方法, 并在此基础上, 实现了基于生成对抗网络 (generative adversarial network, GAN) 的流场重建模型。实验发现, 相较于 MLP 和 CNN、GAN 模型能够更好地重建流场中的小尺度涡结构。

表 2 总结并对比了低维-高维映射重建方法的相关研究的特点。这类方法使用深度学习模型直接学习少量传感器测量数据和全局数据间的函数关系, 是最简单的问题建模方法。然而, 这类方法不考虑流场数据的位置信息, 且用于预测的传感器位置是不能移动的, 灵活性较差, 传感器的数量、位置以及顺序都变化, 都会使得模型不再可用。

表 2 低维-高维映射重建方法相关研究

Table 2 Related research of the low-high dimension mapping flow field reconstruction method

参考文献	模型	测量点数	总网格数	L_2 误差	应用场景
Maulik等 ^[34]	PNN(MLP)	5	13440	0.0294	圆柱绕流
Fukami等 ^[35]	MLP	5	13340	0.0143	圆柱绕流
Erichson等 ^[36]	MLP	5	78406	0.0030	圆柱绕流
Li等 ^[37]	GAN	5	10000	0.1150	方柱绕流

2.2 流场超分辨率重建方法

超分辨率技术 (super-resolution, SR) 是指从观测到的低分辨率图像重建出相应的高分辨率图像, 这项技术起源于计算机视觉领域, 在卫星图像和医学影像等领域都有重要的应用。在流体力学问题中, 无论是实验还是仿真方法, 获取高分辨率数据的成本都极高。因此, 超分辨率技术被引入到流场重建问题中, 试图对低分辨率的流场

数据进行超分辨率重建, 从而以较低的计算成本获得高分辨率的流场数据。流场超分辨率重建的输入是低分辨率的流场数据, 其数据量远大于来自有限位置传感器的数据, 数据结构相对整齐, 一般可以保持流体域的原始形状, 能呈现出流场的基本态势。

对于同一流动情况, 有两种不同分辨率的网格划分, 其中 $\mathbf{u}_L \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 和 $\mathbf{u}_H \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 分别是低分辨

率和高分辨率网格上存储的速度场 ($m < M$, $n < N$)。流场超分辨率重建方法的核心是利用深度学习算法构建模型 $F_\theta: \mathbf{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbf{R}^{M \times N}$, 将低分辨率流场映射为高分辨率流场, 训练目标可以表示为

$$L(\theta) = \|\mathbf{u}_H - F_\theta(\mathbf{u}_L)\|_2^2 \quad (5)$$

根据该目标函数优化可学习参数 θ , 最小化重建流场和对应的高分辨率流场之间的差异, 从而使得 F_θ 可以实现高质量的流场超分辨率重建。

常见的超分辨率模型一般以 CNN 为基础构建, 用于重建结构化网格上的流场数据。Fukami 等^[38] 提出了一种基于 CNN 的超分辨率模型, 由两个子模型构成, 其中第一个模型是连续上采样和跳跃连接, 第二个模型是多路多尺度卷积, 最

终将两个模型的输出叠加, 得到重建结果。文中使用该方法在二维衰减各向同性湍流数据集的速度场和涡度场上进行了实验, 结果发现, 该模型可以实现从极其粗糙的流场图像 (4×4) 中重建湍流 (128×128)。

Deng 等^[39] 将超分辨率生成对抗网络 (super-resolution GAN, SRGAN) 和增强超分辨率生成对抗网络 (enhanced super-resolution GAN, ESRGAN) 两种模型应用在流场重建任务上, 并选择了两个具有代表性的 PIV 实验数据集进行验证, 实验发现, 利用 GAN 模型得到的重建流场和真实情况基本一致, 速度场的空间分辨率可以提升 16~64 倍。图 4 给出了两类 GAN 模型以及双三次插值 (Bicubic) 的 PIV 流场超分辨率结果。

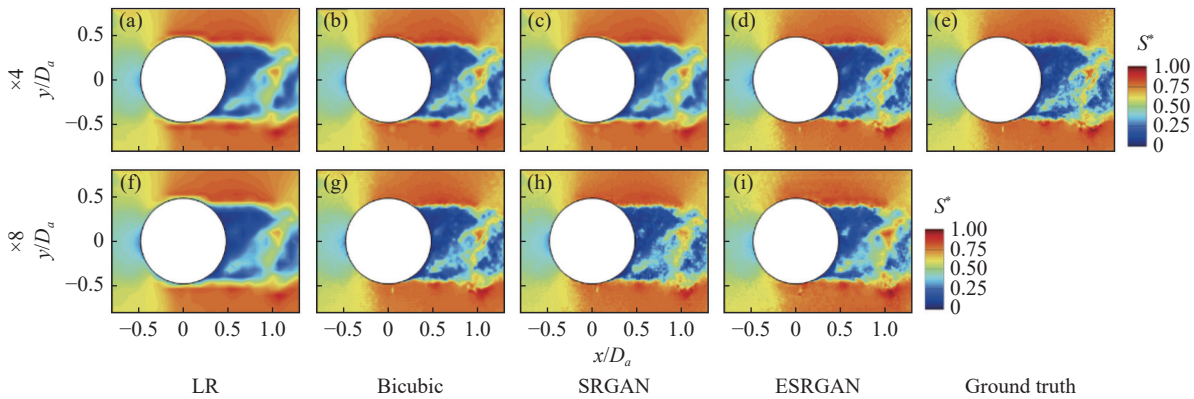


图 4 GAN 超分辨率重建 PIV 测量流场^[39]

Fig. 4 GAN super-resolution reconstruction of PIV measurement flow field^[39]

流场重建的结果应当符合物理规律, 流体力学的守恒定律以偏微分方程来描述。物理信息神经网络 (physics-informed neural network, PINN) 是一种通用函数逼近器, 可以在学习过程中嵌入特定物理定律, 嵌入方式一般是将系统需要满足的偏微分方程植入到损失函数中。Sarkar 等^[40] 提出一种基于 PINN 的流场超分辨重建方法 PIUNet, 在损失函数中添加了 NS 方程的物理约束, 使网络模型可以学习重建符合物理规律的高分辨率流场。

Shen 等^[41] 将 GAN 与 PINN 结合, 提出了一种添加物理约束的对抗生成网络模型 (PCSAGAN), 该模型基于自注意力机制实现, 根据 3 个连续时刻的低分辨率流场数据, 重建对应的高分辨率流场。PCSAGAN 在进行对抗生成训练时, 使用了两个判别器模型, 分别用于判别流场在时间和空间上的真实性。另外, 在训练生成器模型时添加了简单的物理约束, 损失函数中包含重建流场和目标高分辨率流场的梯度场间的残差。在双马赫

反射流数据集上对模型进行了测试, 实现了 64 倍超分辨率。

扩散模型 (diffusion models) 是目前最先进的生成式神经网络模型, 在图像生成质量和多样性方面都已超越了基于 GAN 的生成模型。Shu 等^[42] 将扩散模型与 PINN 结合, 并应用于解决流场超分辨率重建问题中。扩散模型以添加噪声的上采样低分辨率流场作为起点, 逐步迭代去噪, 将噪声数据转化为高分辨率流场。在迭代生成过程中添加了物理约束, 该工作中给出了两种添加物理约束的方式: 1) 将迭代中间结果的物理残差作为条件, 隐式地输入到扩散模型中; 2) 在迭代公式中加入物理残差项, 在每一步迭代过程采用梯度下降法最小化物理残差。Guo 等^[43] 和 Shan 等^[44] 分别提出了相似的方法, 对 Shu 等^[42] 的方法进行了改进, 在损失函数中添加了物理损失项, 重建时不再计算物理损失, 提高了重建效率。以上方法均在二维柯尔莫哥洛夫流数据集上测试了重建性能, 实现了 16 倍和 64 倍的超分辨率重建。

为了解决 CNN-based 模型不能处理非结构化网格上的流场数据的问题, Obiols 等^[45]提出一种可以自适应网格细化的超分辨率方法 NUNet, 该方法首先将输入的低分辨率流场数据分块, 根据识别的复杂程度对各块区域评级, 区域的复杂级别越高, 重建后的分辨率越高。由于 NUNet 能够只细化流场的特定区域, 避免在整体区域高分辨率重建, 因此能提高重建速度, 与当时最好的超分辨率方法 SURFNet^[46]对比, 它在 1024×1024 空间分辨率下实现了 7~28.5 倍的加速。

由于非结构化网格可以根据网格单元之间的邻接关系转化为图结构, 因此图神经网络 (GNN) 也可以用于流场超分辨重建。Belbute 等^[47]提出了一种 CFD 和图卷积网络 (GCN) 混合框架, 用以预测翼型周围的流场。针对同一种翼型, 首先划分两种不同分辨率的网格, 其中, 在粗网格上使用 CFD 仿真, 并根据翼型的攻角 (AoA) 和马赫数

(Mach) 在细网格上使用 GCN 初步预测。随后, 将粗网格上的 CFD 计算结果上采样到细网格上, 与 GCN 初步预测的结果合并, 并继续使用 GCN 预测, 最后可以得到细网格上的流场数据。实验结果表明, 相比直接在细网格上使用 CFD 仿真, CFD-GCN 混合方法和 CFD 仿真结果的误差仅 10^{-2} 级别, 速度也提高了 68.5 倍, 并且体现了良好的泛化性能。

表 3 给出了流场超分辨率重建的相关研究, 需要说明的是, 由于各个文献中没有使用统一的评价指标, 表格中并未量化对比各种方法的重建准确度。超分辨率技术在其他领域已发展较为成熟, 将超分辨率技术迁移到流场重建方面的工作是最多的, 且都能实现良好的效果。但相较于从稀疏测点数据重建问题, 超分辨率重建的输入是低分辨率数据, 其携带的信息量远超稀疏测点数据, 这说明流场超分辨率重建问题难度也相对较低。

表 3 流场超分辨率重建方法相关研究
Table 3 Related research of the flow field super-resolution reconstruction method

参考文献	模型	上采样倍数	应用场景
Fukami等 ^[38]	CNN	64	各向同性湍流
Deng等 ^[39]	ESRGAN	64	圆柱绕流(PIV)
Sarkar等 ^[40]	PIUNet	256	换热器温度场
Shen等 ^[41]	PCSAGAN	64	双马赫反射
Shu等 ^[42] 、Guo等 ^[43] 、Shan等 ^[44]	PINN+Diffusion	64	柯尔莫哥洛夫流
Obiols-Sales等 ^[45]	NUNet	1~64(自适应)	圆柱绕流
Belbute-Peres等 ^[47]	GCN	18.8	翼型绕流

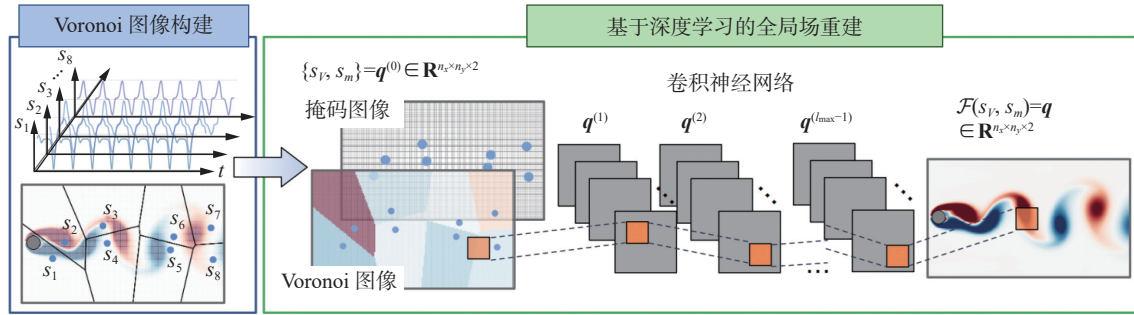
2.3 稀疏数据补全重建方法

从有限位置测量值重建流场可以视为一种缺失数据补全问题。流场网格是流体域的空间离散化, 在流场网格中, 只有观测点位置的数据是已知的, 其余网格单元内均为缺省值。假设在某一区域中, $\mathbf{u}_c \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 是某一时刻该区域内的完整速度场, 受到测量条件限制, 同一时刻只能稀疏地测量该区域中的少量位置, 稀疏测量数据可以被表示为 $\mathbf{u}_s \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 。 \mathbf{u}_s 存储在与 \mathbf{u}_c 形状相同的流场网格中, 但是其中只有稀疏位置有速度值, 其余位置的数据缺失。稀疏数据补全重建的方法需要根据 \mathbf{u}_c 以及 \mathbf{u}_c 中已知数据的位置和邻接关系, 预测其他空白位置缺失的数据并补全, 重建完整流场。由于模型只是填充了网格中的空缺值, 而网格本身的结构没有发生变化, 因此这种方法的输入和输出数据尺寸是相同的, 即构建一个深度学习模型 $F_\theta: \mathbf{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbf{R}^{m \times n}$, 输入包含稀疏测量数据的流场网格, 并在该网格上重建完整流场, 训练目标可以表示为

$$L(\theta) = \|\mathbf{u}_c - F_\theta(\mathbf{u}_s)\|_2^2 \quad (6)$$

该目标函数最小化完整流场和使用深度学习模型 F_θ 补全的重建流场之间的差异, 从而实现稀疏数据补全重建。

在稀疏数据网格上重建流场, 主要依赖网格的邻接关系, 根据已知数据预测其周围位置的数据。基于 CNN 的深度学习模型适合处理规则化网格数据, Fukami 等^[48]提出一种基于 CNN 的流场重建方法, 可以实现用任意位置和数量的传感器数据重建全局流场。该方法的重建过程如图 5 所示, 首先对稀疏的流场网格做 Voronoi 镶嵌 (即使用距离最近的传感器数据插值网格), 然后生成用于标记传感器在网格中的位置的掩模图 (有传感器标为 0, 无传感器标为 1), 根据这两组数据, 使用 CNN 模型预测完整流场。文中使用该方法重建了圆柱绕流涡度场、全球海洋温度场以及湍流通道流速度场, 实验发现, 重建误差随传感器数量的增加而降低。

图 5 位置可变的稀疏传感器数据重建流场^[48]Fig. 5 Reconstructing flow fields from sparse sensor data with variable positions^[48]

为了验证 CNN 模型从稀疏数据网格重建流场时对缺失数据的鲁棒性, Nakamura 等^[49]在使用 CNN 模型重建前, 对网格中缺失的数据采取了不同的填充策略, 分别是: 补 0(不填充), 线性插值, 双三次插值和 Voronoi 镶嵌, 并对不同缺失率的原始输入进行了实验。实验表明, 采取补 0 方法的重建效果最差, 几乎无法反应流场真实状况, 其他插值方法的重建效果良好, 在数据缺失率达到 99% 时仍可达到较低误差水平。

为改善 CNN 模型在面对补 0 填充的稀疏数据网格时重建表现不佳的问题, Daw 等^[50]提出一种新卷积层——扩散掩模卷积 (diffusive-masked convolution, DMC)。DMC 的输入中额外包含了一个掩模 (Mask), 用于标识网格中各位置数据是否已知, Mask 的形状和输入网格相同, 其中数据已知的位置标识为 1, 未知标识为 0, 例如: 在初始输入的网格中, 有传感器数据的位置 Mask 值为 1, 其余位置 Mask 值均为 0。传统的卷积层中, 卷积核以滑动窗口的形式对输入网格中所有位置进行相同卷积操作并输出, 而 DMC 只对邻域中含有非 0 的 Mask 值的位置执行卷积, 并将该位置的 Mask 值更新为 1。经过多个 DMC 层的迭代预测, 直至 Mask 中的值全部为 1, 此时重建完成。该工作实现了从稀疏传感器数据对全局浓度场的重建, 同时能预测浓度源的位置。

变分自编码器 (variational auto-encoder, VAE) 是一种早期的生成模型, 由编码器和解码器两部分组成, 在训练阶段, 编码器的目标是将复杂的输入数据 x^{in} 映射到简单的, 服从正态分布的潜在向量 z 上, 解码器的目标是根据潜在向量 z 预测 x^{out} , 并使 x^{out} 与原始输入 x^{in} 尽可能相似。在数据集足够丰富的条件下, 充分训练后的 VAE 解码器可以根据随机产生的正态分布 z^{rand} 为输入, 生成有意义的数。该方法的缺陷是, 由于生成阶段解码器的输入 z^{rand} 是随机产生的, 因此并不能控制生成的结果。Gundersen 等^[51]提出了一种改进的模

型, 半条件变分自编码器 (semi-conditional variational auto-encoder, SCVAE), 并用于实现从稀疏数据网格重建流场, 该模型解码器部分的输入除了随机产生的 z^{rand} , 还可以添加含有稀疏传感器数据的流场网格 m 作为生成条件, 解码器的目标输出则是稀疏流场 m 对应的完整流场 x 。

稀疏补全重建的方法还可以和超分辨率重建方法相结合。文献 [42-44] 中提出的超分辨率重建方法也支持使用随机位置的稀疏测量数据重建完整流场。这类方法首先采用最近邻插值和高斯滤波等方法, 将稀疏测量数据初步填充到高分辨率流场网格中, 随后使用超分辨率重建模型计算高分辨率流场。实验证明, 这类方法能够使用占总网格数 1.5625% 的随机稀疏测量数据重建高分辨率流场。

Güemes 等^[52]提出的随机种子超分辨率对抗生成网络 (randomly seeded super-resolution generative adversarial network), 在训练时不需要全局高分辨率流场, 只需要用到高分辨率流场的随机稀疏采样, 稀疏采样是为了模拟实际观测的情况。该模型由生成器和判别器两个模块构成, 生成器对输入低分辨率流场进行超分辨率重建; 判别器首先对输入的高分辨率数据进行稀疏采样, 并判断稀疏采样是来源于真实数据还是生成器“伪造”的数据。在对抗性训练框架下, 生成器最终可以产生和真实数据难以分辨的高分辨率数据。

基于 GNN 的方法可以重建非结构化稀疏数据网格上的流场, GNN 是依靠消息传播框架将已知信息传递到其他位置的, 经过多轮消息传播, 所有数据缺失的位置都能获取到足够的信息, 从而实现流场重建。Li 等^[53]提出的对偶图神经网络 (dual graph neural network) 可以做到完全不需要任何采样数据, 仅在初始的非结构化网格中镶嵌涡轮叶片的几何参数 (厚度, 角度), 重建涡轮叶片的外周流场, 并预测涡轮性能。Duthé 等^[54]使用 GNN 从机翼边缘的压力值重建外周区域流

场, 如图 6 所示, 该方法首先根据非结构化网格建立对应的图, 初始的已知数据仅有机翼边缘一周

节点上的压力值, 经过多轮消息传播, 最终可以重建出全局压力场与速度场。

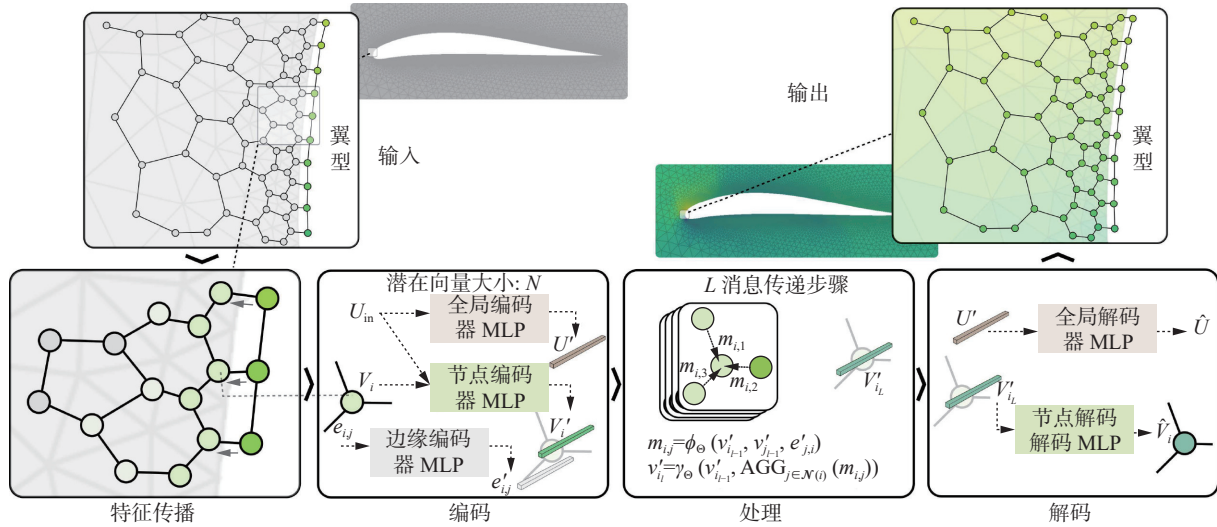


图 6 使用 GNN 从机翼边缘的压力值重建外周区域流场^[54]

Fig. 6 Using GNN to reconstruct the surrounding flow field from pressure values at the wing edge^[54]

表 4 给出了稀疏数据补全重建的相关研究, 其中用“—”标注的部分表示该项数据在相应论文中未具体给出。主要使用基于 CNN 或 GNN 的深度学习模型, CNN 模型拥有全局共享权值的卷积核, 而 GNN 模型拥有在图节点间传递消息的消

息聚合函数, 它们的共同特点是能充分利用局部已知的稀疏观测数据及其在流场中的位置信息, 并预测整体区域中的未知数据。这类方法可以接受位置不固定的观测数据, 因此具有网格无关性的优点, 泛化能力更强。

表 4 稀疏数据补全重建方法相关研究

Table 4 Related research of the sparse data completion reconstruction method

参考文献	模型	传感器数量	总单元数	L ₂ 误差	应用场景
Fukami等 ^[48]	CNN	16	21 504	<0.0500	圆柱绕流
Nakamura等 ^[49]	CNN	约3 932	32 768	0.2280	方柱绕流
Daw等 ^[50]	DMCNN	49	4 096	0.0510	对流-扩散浓度场
Gundersen等 ^[51]	SCVAE	3	8 000	0.1383	圆柱绕流
Shu等 ^[42]	PINN+Diffusion	1 024	65 536	1.8188	柯尔莫哥洛夫流
Guo等 ^[43]	PINN+Diffusion	1 024	65 536	1.0352	柯尔莫哥洛夫流
Shan等 ^[44]	PINN+Diffusion	1 024	65 536	0.3733	柯尔莫哥洛夫流
Duthé等 ^[54]	GNN	—	约55 000	—	翼型绕流

3 单元求解器类流场重建方法

单元求解器类流场重建方法将流场视为关于位置和时间的函数, 通常训练深度学习模型根据稀疏测量的流场数据, 拟合流场函数, 随后将坐标和时刻代入到函数中, 从而重建任意位置的流场数值。本节根据深度学习模型在重建流场过程中作用的不同, 将单元求解器类流场重建方法分为: 流场函数拟合方法和流场函数重建算子方法。前者直接将深度学习模型作为重建流场函数, 直接求解各位置和时刻的流场数值; 后者将

深度学习模型作为重建算子, 可以自适应地根据稀疏测量数据重建出对应情况下的流场函数, 用于求解完整流场。

3.1 流场函数拟合方法

流场可以表示为物理量关于位置和时间的函数 F , 以二维情况下的速度场 \mathbf{u} 为例:

$$\mathbf{u} = \{F(\mathbf{x}, t) | \mathbf{x} \in D\} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{x} = (x, y)$ 表示计算域 D 中的位置坐标, t 表示时刻。 D 通常被离散地表示为空间位置集合 \mathbf{X}_{ij} , 假设计算域 D 被离散为 $N \times M$ 的网格, 其中网格单

元的坐标为

$$\mathbf{X}_{ij} = \{(x_i, y_j) | i \in \{1, 2, \dots, N\}, j \in \{1, 2, \dots, M\}\} \quad (8)$$

其中 \mathbf{X}_{ij} 是分布均匀且足够密集的网格单元集合, 则速度场 \mathbf{u} 在离散化下可以表示为

$$\mathbf{u}_{ij} = \{F(\mathbf{x}, t) | \mathbf{x} \in \mathbf{X}_{ij}\} \quad (9)$$

其中 \mathbf{u}_{ij} 是对应单元 \mathbf{x}_{ij} 处的速度值, 然而, 在实际观测中, 只有稀疏位置的速度值会被观测到, 即存在一个观测位置的网格单元组成的集合 $\mathbf{X}_{\text{sparse}} \subset \mathbf{X}_{ij}$, 且 $|\mathbf{X}_{\text{sparse}}| \ll |\mathbf{X}_{ij}|$, 则可观测到的速度值的集合则可以表示为:

$$\mathbf{u}_{\text{sparse}} = \{F(\mathbf{x}, t) | \mathbf{x} \in \mathbf{X}_{\text{sparse}}\} \quad (10)$$

深度学习模型 \mathbf{u}_θ 可以用于拟合速度场函数 \mathbf{u} , θ 表示模型的超参数, 训练好的 \mathbf{u}_θ 是时间和空间上的光滑函数。因此可以把 $\mathbf{X}_{\text{sparse}}$ 和 $\mathbf{u}_{\text{sparse}}$ 作为已知条件训练 \mathbf{u}_θ , 然后逐坐标和时刻地预测速度, 这样可以得到在 \mathbf{X}_{ij} 中其他位置的速度预测值, 从而构成完整速度场, 同理可以训练预测其他流场物理

量的模型, 这种方法被称为流场函数拟合方法。

2001 年, Pruvost 等^[15] 最早提出使用深度学习模型实现流场重建单元求解器, 该模型基于径向神经网络 (radial basis function neural network, RBFNN), 能够根据输入的柱坐标信息, 预测对应位置的流场数据。该方法使用 PIV 获取的稀疏实验数据训练该模型, 重建更高分辨率的切向入口和旋流衰减流动的速度场和湍流强度场, 极大丰富了数据在空间域上的密度。

尽管单元求解器模型可以根据少量位置的观测数据拟合流场函数, 但深度学习方法在训练数据过少时会存在过拟合的隐患, 即: 模型在训练集内的少数位置预测准确, 而在训练集外的其他待重建区域的预测结果不符合真实流场情况。Sun 等^[55] 的实验给出了对流场重建结果的影响, 如图 7 所示, 仅选取少量位置的数据用于训练, 会导致模型预测出不符合物理规律的结果。

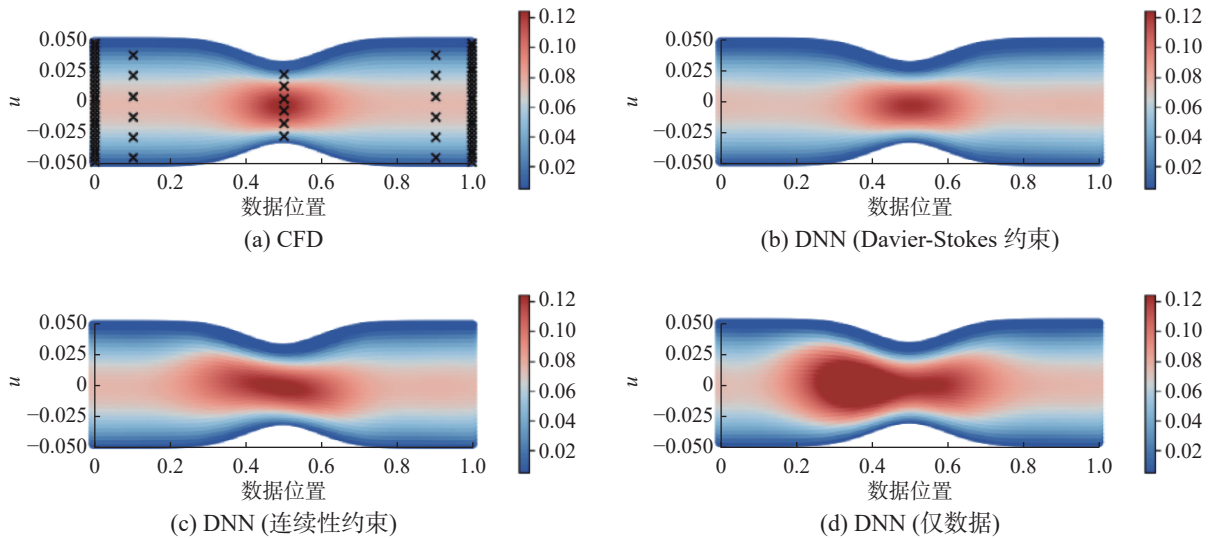


图 7 PINN 施加不同物理约束条件对流场重建结果的影响^[55]

Fig. 7 Influence of PINN applying different physical constraints on the results of flow field reconstruction^[55]

为避免这一问题, 使用添加物理约束的 PINN 模型是一个有效的方法。在流体力学中, 基本的物理规律由 NS 方程表示, NS 方程由连续性方程:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (11)$$

和动量方程:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla P - \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{b}_f = 0 \quad (12)$$

两个偏微分方程组成, 分别表示流场要遵循的质量守恒定律和动量守恒定律, 其中 ρ 表示流体密度, P 表示压力, ν 表示粘度, \mathbf{b}_f 表示体积力。对于 PINN 拟合的速度 \mathbf{u}_θ , 可借此评价其对物理规律的符合程度:

$$\epsilon_c = \nabla \cdot \mathbf{u}_\theta \quad (13)$$

$$\epsilon_m = \frac{\partial \mathbf{u}_\theta}{\partial t} + (\mathbf{u}_\theta \cdot \nabla) \mathbf{u}_\theta + \frac{1}{\rho} \nabla P - \nu \nabla^2 \mathbf{u}_\theta + \mathbf{b}_f \quad (14)$$

式中: ϵ_c 、 ϵ_m 分别表示 \mathbf{u}_θ 代入到连续性方程和动量方程中的残差, PINN 的损失函数中包含这两项残差, 并在训练过程中将其最小化。因此, 基于 PINN 的单元求解器不仅可以拟合观测位置的数据, 预测的全局流场数据也更满足物理规律, 更符合真实流动情况。Sun 等^[55] 的实验中对比了纯数据驱动、只添加连续性方程约束的 PINN、添加完整 NS 方程约束的 PINN 3 种模型重建血管流场的结果, 实验表明, 添加的物理约束越多, 重建结果越

符合真实情况。

PINN 单元求解器方法也可以重建流场中的其他物理量, Mai 等^[56] 构建了一种植入固体传热方程约束的 PINN 模型, 能够在无法获取边界条件的情况下重建涡轮发动机叶片表面温度场。还研究了使用不同数量的数据点训练模型的重建效果, 实验表明, 数据点分布较为稀疏的区域更容易产生误差, 提高训练时使用的数据点的密度, 可以显著降低重建完整温度场时的误差。

在实际观测中, 流体的速度是一个不容易直接测量的物理量, 通常观测其他物理量间接地获取速度, 如 PIV 通过分析粒子运动的图像, 获取测试区域内整个流场的速度分布。被动标量数据 (温度、浓度等) 的输运现象受到流场的影响, 可以用偏微分方程表示, 因此可以使用稀疏的被动标量数据训练 PINN 模型, 同步地拟合标量场和速度场等其他的流场物理量。Raissi 等^[57] 使用动脉瘤中两个垂直平面的血管造影剂浓度图像作为 PINN 的训练数据, 在损失函数中植入了浓度标量输运方程和标准 NS 方程的残差项, 重建动脉瘤中的 3D 浓度场, 速度场和压力场。

Cai 等^[58] 进行了一项有趣的研究: 根据咖啡杯上方热气流的层析纹影图像重建流场。层析背景纹影成像 (tomographic background oriented schlieren, Tomo-BOS) 是一种光学流动显示方法, 温度变化会引起气体的密度发生变化, 而气体密度又会影响光的折射率, 最终导致透过热气流观测到的背景图像发生扭曲变形, 纹影法可以根据背景图像的扭曲变化情况获得气流的温度场, 使用多台相机同时观测, 则可获得层析的温度场。这项研究使用纹影法获得的层析温度场作为训练数据, 在损失函数中植入了温度标量输运方程和标准 NS 方程的残差项, 重建咖啡杯上方热气流的 3D 温度场, 速度场和压力场。

风力发电机的尾流效应对风电场的发电效率有重要的影响。Wang 等^[59] 提出了一种基于 PINN 的流场重建方法, 使用测风激光雷达 (LiDAR) 测量的稀疏风速数据, 重建风机尾流流场。两台分别位于风机与风机后方的地面上, 交叉地测量风机后方的同一片区域, 得到区域内的稀疏风速数据。根据稀疏测量的风速数据, 和 NS 方程的物理约束训练 PINN 模型拟合风机尾流流场函数。实验对比了 PINN 和 MLP 以及三次插值的拟合效果, 结果表明, 添加物理约束的重建误差远低于另外两种方法。

由于高度原因, 高层大气的流动情况在观测上具有固有困难。Urco 等^[60] 提出一种基于 PINN

的流场重建方法, 使用多基地流星雷达 (multistatic meteor radars, MMR) 测量的稀疏风速数据, 重建中间层和低热层 (mesosphere and lower thermosphere, MLT) 的大气流场。MMR 将流星在大气中灼烧残留的尾迹碎片作为示踪物, 能够稀疏地测量 MLT 层的大气流速。根据稀疏测量数据和 NS 方程的物理约束训练了 PINN 模型, 拟合 MLT 层的流场函数, 并重建 MLT 层大气流场。

对于流场内部存在未知固体边界的情况, Zhu 等^[61] 提出一种可以同时重建流场和预测固体边界的 PINN 模型, 除了速度场和压力场之外, 还拟合了固体体积分场函数, 预测各个位置的固体体积分数, 并使用类 sigmoid 函数将体积分数转化为离散的 0 或 1 值, 1 表示该区域为固体, 0 表示该区域为流体。此外, 这项工作还考虑了固体在流场中发生平移的情况, 训练了一个额外的子神经网络, 预测固体边界的移动速度。该方法在移动的圆柱和翼型绕流数据集上进行了验证, 实验表明该方法除了能够重建流场之外, 还能准确预测流场中固体边界的位置和移动情况。

以上方法的最终目标都是训练一个根据空间坐标 \mathbf{x} 和时间点 t , 预测流场物理量的模型, 稀疏的观测数据仅在训练时用于计算损失函数。这种问题建模方式的弊端是模型完全没有泛化能力, 因为函数 $\mathbf{u}_\theta = \mathbf{F}_\theta(\mathbf{x}, t)$ 的结果是唯一的, 这导致了模型只能学习一种计算域内的一种流动情况, 如果流动区域或流动情况发生变化, 就只能重新训练模型。

3.2 流场函数重建算子方法

为了提高单元求解器类流场重建方法的泛化能力, 可以优化问题的建模方式, 将稀疏的观测数据也放到深度学习模型的输入中, 构建一个通用的流场函数拟合算子。依旧用速度场举例, 假设在某流场中有一组稀疏观测点 $\mathbf{x}_{\text{sparse}}$, 对应位置的速度观测值为 $\mathbf{u}_{\text{sparse}}$, 现构建一个深度学习模型 G_θ :

$$\mathbf{u}_{\text{recon}} = G_\theta(\mathbf{u}_{\text{sparse}}, \mathbf{x}_{\text{sparse}}, \mathbf{x}_{\text{recon}}) \quad (15)$$

式中: $\mathbf{x}_{\text{recon}}$ 表示待重建位置的坐标, $\mathbf{u}_{\text{recon}}$ 表示 $\mathbf{x}_{\text{recon}}$ 处的速度预测值。这样设计的深度学习模型可以根据不同流场中观测的 $\mathbf{u}_{\text{sparse}}$ 和 $\mathbf{x}_{\text{sparse}}$ 自适应地生成对应流场的速度函数, 并预测其他位置的速度值。

依据这一思路, Santos 等^[62] 提出了一种基于注意力机制 (attention mechanism) 的单元求解器类模型, 可以根据输入的一组稀疏传感器数据重建对应流场, 流场函数拟合算子如图 8 所示。

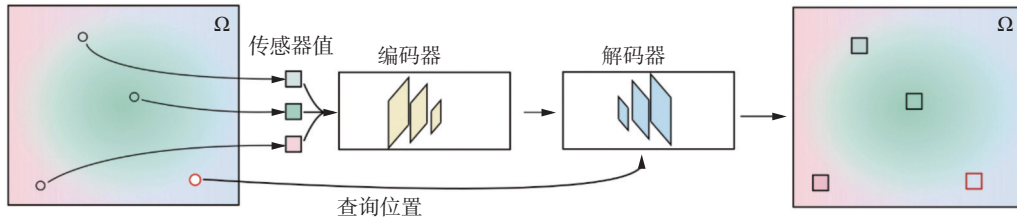


图 8 基于注意力机制的流场函数拟合算子^[62]

Fig. 8 Flow field function fitting operator based on attention mechanism^[62]

模型由编码器和解码器两个部分构成, 编码器输入稀疏传感器位置的坐标及其观测数据, 编码到潜在向量, 作为全局流场的紧凑表示; 解码器接受潜在向量和待重建位置的坐标, 预测对应位置流场数据。这项研究实现了用 50 个传感器数据重建庞大的三维复杂多孔区域流场 (128×128×512), 验证了模型的有效性。

受文献 [62] 启发, Marcato 等^[63] 提出了类似模型, 除能够自适应重建观测值对应的流场以外, 还提出了可微游走 (differentiable walk) 策略, 将传感器的位置也作为可学习的参数, 能够找到最合理的传感器分布位置, 进而在编码潜在向量时得到全局流场的最优表征。该方法还对可微游走、随机游走和固定位置 3 种传感器布置方式进行了实验对比, 实验表明, 可微游走策略可以显

著降低重建误差。

表 5 给出了单元求解器类方法的相关研究, 其中 Raissi 等^[57] 和 Cai 等^[58] 两项研究使用其他物理量的测量数据间接地重建流场而非使用稀疏测量数据, 因此没有使用稀疏测量点, 测量点数量一列中记录的是测量数据的来源。这类方法的主要思路是使用深度学习模型拟合流场函数, 并通过添加物理约束提高拟合结果的真实性。单元求解器类方法可以直接学习拟合流场函数, 也可以学习流场函数的拟合算子, 自适应地拟合对应流场函数, 具有网格分辨率无关的优点, 一旦得到拟合的流场函数, 理论上可以重建任意分辨率的流场。然而这类方法在重建时需要逐单元地预测流场数据, 可能会导致重建速度较慢。

表 5 单元求解器类重建方法相关研究

Table 5 Related research of element solver reconstruction method

参考文献	类型	模型	测量点数量	L ₂ 误差	应用场景
Pruvost等 ^[15]	流场函数拟合	RBFNN	968	—	旋流速度场
Sun等 ^[55]	流场函数拟合	PINN	18	0.0410	狭窄血管流
Mai等 ^[56]	流场函数拟合	PINN	152	0.006 1	涡轮叶片温度场
Raissi等 ^[57]	流场函数拟合	PINN	造影剂浓度场	—	动脉瘤血流场
Cai等 ^[58]	流场函数拟合	PINN	背景纹影图像	<0.0100	咖啡热气流
Wang等 ^[59]	流场函数拟合	PINN	68	—	风机尾流
Urco等 ^[60]	流场函数拟合	PINN	46	—	大气流场
Zhu等 ^[61]	流场函数拟合	PINN	1000	0.0100	翼型绕流
Santos等 ^[62]	流场函数重建算子	自注意力	50	<0.3000	障碍物通道两相流
Marcato等 ^[63]	流场函数重建算子	自注意力	8	0.0069	圆柱绕流

4 结束语

本文主要介绍了深度学习方法在流场重建问题中的应用, 根据对问题建模方式的不同, 基于深度学习的流场重建方法可以分为模态重组类流场重建方法、局部-整体预测类流场重建方法、单元求解器类流场重建方法。针对特定问题进行了分类介绍, 归纳了相关研究领域的进展与成果。

1) 基于模态重组流场重建方法可以充分利用流场数据分辨率高, 数据量大的特性, 提前提取

出某种特定的流动情况下最具有代表性的模态, 从而在重建类似情况下的未知流场时, 只需要预测出少量模态系数, 就能利用已知模态快速重建。但由于模态分解方法具有网格相关性, 只有相同计算域下的流场数据可以提取出共同的模态, 因此模态重组流场重建方法的泛化能力较差。

2) 局部-整体预测类流场重建方法内部分类较为复杂, 其中: 低维-高维映射重建方法目标是建立稀疏传感器数据到完整流场之间的映射, 是

一种最直接的方法。然而这种方法没有考虑传感器数据在流场中的位置信息,只能针对固定位置的传感器信息重建流场,导致该类型方法泛化性较差;超分辨率作为在其他领域较为成熟的方法,将其迁移到流场重建问题上的工作是最多的。然而,超分辨率方法重建流场的输入一般来源于粗网格上的CFD仿真或PIV实验测量,相较于其他方法,输入的数据密度本身较高,因此重建的难度相对较低,更容易达到好的重建结果;稀疏数据补全重建流场,主要利用了流场数据的空间相关性,通过已知数据预测其附近位置的未知数据。这一点借鉴了CFD数值模拟的思想,CFD求解偏微分方程得到流场,流场内各位置的数据一定是和其相邻位置的数据满足特定微分关系的。CNN和GNN类深度学习模型可以聚合邻域信息,隐式地学习到流场数据的分布特征,从而做到仅用少量已知信息重建完整流场。同时,这类方法以卷积核大小或邻居节点的数量为基本重建单位,具有网格无关性,对完整流场的形状没有要求,因此泛化性能更好。

3) 单元求解器类方法将流场视作关于位置 and 时间的函数,利用深度神经网络强大的非线性逼近能力,根据少量观测数据拟合流场函数,重建全局流场数据。训练时不需要高分辨率流场数据,仅依靠稀疏观测数据和一些偏微分方程的物理约束就能达到良好的拟合效果。构建的模型是在时空域上连续的光滑函数,理论上只需要坐标就可以预测流体域内任意位置的流场数据,因此可以在各种离散程度的网格上重建流场,具有一定网格无关性。然而,单元求解器需要逐坐标逐时刻地预测流场数值,重建所需时间和网格分辨率成正比,在重建高分辨率流场时速度可能较慢。

深度学习流场重建作为一个近年来新兴的研究方向,已经有了大量研究,以各种不同的方式将深度学习方法应用于解决流场重建问题,表现出该研究领域具有勃勃生机。但深度学习流场重建的研究仍处于起步阶段,存在一些挑战有待解决:

1) 缺乏公认的性能评价体系。本文在总结深度学习流场重建相关研究的过程中发现,目前没有一个能够量化评价流场重建方法的基准数据集,即便是出现较为频繁的圆柱绕流等简单的流场案例,由于网格划分不同,流场关键参数(如雷诺数)不同,各种方法的重建效果也不具备直接可比性。此外,目前也没有统一的评价指标, L_2 误差是使用较为普遍的指标,但也有一些工作中使用别的指标表征模型性能,尤其是超分辨率

重建的相关研究,倾向于使用图像超分辨率中常用的SSIM、PSNR等指标表征模型重建性能,这进一步导致了不同方法之间的性能难以之间对比,应尽早统一基准数据集和评价指标,实现精确的性能量化对比。

2) 物理约束的定义不清晰。结合物理信息深度学习流场重建方法的重要优化方向,有大量研究工作向数据驱动模型中引入了物理约束,以提升流场重建结果的物理真实性。然而,这些方法中对物理约束的定义都不尽相同。按照PINN中对物理约束的原始定义,应当是在训练时最小化流场重建结果的偏微分方程残差项。但在某些标榜引入“物理约束”的研究中,并没有计算偏微分方程的残差,而是在模型的输入中增加了其他物理场作为额外信息,或者在损失函数中引入了重建结果和目标流场的梯度场之间的残差项。这样的“约束”并不能保证重建结果符合物理规律,因此这类方法不能称为引入物理约束的方法。应当对数据驱动和物理约束等描述严格定义,明确各种流场重建方法的归类。

目前,深度学习流场重建方法正处于从算法研究转向实际应用的关键阶段,越来越多的研究将流场重建方法应用于真实流动情况,如风电机组尾流重建,高空大气流动重建等。不同于算法研究阶段所使用的理想化算例数据集,一方面真实测量数据面临的扰动更复杂,未来应强化深度学习流场重建模型的鲁棒性,降低测量噪声对重建结果的负面影响。另一方面,在算法研究阶段不考虑测量数据的来源,通常随机采样CFD仿真流场中部分位置的数值模拟稀疏测量数据。而在实际情况中,数据的测量更加复杂,例如流体域中可能存在障碍物,导致一些区域的数据无法测量;或者受到测量工具的限制,不同位置的数据不是在同一时刻测量的,具有时间异步性。未来应注重研究非理想条件下测量数据的处理方法,提升流场重建方法的实用价值。

参考文献:

- [1] 周铸,黄江涛,黄勇,等. CFD技术在航空工程领域的应用、挑战与发展[J]. 航空学报, 2017, 38(3): 20891-20891.
ZHOU Zhu, HUANG Jiangtao, HUANG Yong, et al. Application, challenge and development of CFD technology in aviation engineering field[J]. Acta aeronautica et astronautica sinica, 2017, 38(3): 20891-20891.
- [2] ZHAO Qiang, LI Rui, CAO Kaifa, et al. Influence of

- building spatial patterns on wind environment and air pollution dispersion inside an industrial park based on CFD simulation[J]. *Environmental monitoring and assessment*, 2024, 196(5): 427.
- [3] CHEN Yuanqing, WANG Ding, FENG Dachuan, et al. Three-dimensional spatiotemporal wind field reconstruction based on LiDAR and multi-scale PINN[J]. *Applied energy*, 2025, 377: 124577.
- [4] 岳茂雄, 王如琴, 姚向红, 等. 高速聚焦纹影改进及应用[J]. *实验流体力学*, 2013, 27(5): 88–93.
YUE Maoxiong, WANG Ruqin, YAO Xianghong, et al. Improvement and application of high-speed focusing schlieren[J]. *Journal of experiments in fluid mechanics*, 2013, 27(5): 88–93.
- [5] 祁沛垚, 邓坚, 谭思超, 等. 基于 PIV 技术的低雷诺数下棒束通道流场研究[J]. *核动力工程*, 2021(1): 18–22.
QI Peiyao, DENG Jian, TAN Sichao, et al. Research on flow field in rod bundle channel under low Reynolds number using PIV technique[J]. *Nuclear power engineering*, 2021(1): 18–22.
- [6] 党冠麟, 刘世伟, 胡晓东, 等. 基于 CPU/GPU 异构系统架构的高超声速湍流直接数值模拟研究[J]. *数据与计算发展前沿*, 2020, 2(1): 105–116.
DANG Guanlin, LIU Shiwei, HU Xiaodong, et al. Direct numerical simulation of hypersonic turbulence based on CPU/GPU heterogeneous system architecture[J]. *Frontiers of Data & Computing*, 2020, 2(1): 105–116.
- [7] MANOHAR K, BRUNTON B W, KUTZ J N, et al. Data-driven sparse sensor placement for reconstruction: demonstrating the benefits of exploiting known patterns[J]. *IEEE control systems magazine*, 2018, 38(3): 63–86.
- [8] BOISSON J, DUBRULLE B. Three-dimensional magnetic field reconstruction in the VKS experiment through Galerkin transforms[J]. *New journal of physics*, 2011, 13(2): 023037.
- [9] ABRAHAMSON S, LONNES S. Uncertainty in calculating vorticity from 2D velocity fields using circulation and least-squares approaches[J]. *Experiments in fluids*, 1995, 20(1): 10–20.
- [10] 尹宇辉, 李浩然, 张宇飞, 等. 机器学习辅助湍流建模在分离流预测中的应用[J]. *空气动力学学报*, 2021, 39(2): 23–32.
YIN Yuhui, LI Haoran, ZHANG Yufei, et al. Application of turbulence modeling aided by machine learning in separated flow prediction[J]. *Acta aerodynamica sinica*, 2021, 39(2): 23–32.
- [11] OBIOLS-SALES O, VISHNU A, MALAYA N, et al. CF-Net: a deep learning-based accelerator for fluid simulations[C]//Proceedings of the 34th ACM International Conference on Supercomputing. New York: ACM, 2020: 1–12.
- [12] ESFAHANIAN V, IZADI M J, BASHI H, et al. Aerodynamic shape optimization of gas turbines: a deep learning surrogate model approach[J]. *Structural and multidisciplinary optimization*, 2023, 67(1): 2.
- [13] XIA Chengwei, ZHANG Junjie, KERRIGAN E C, et al. Active flow control for bluff body drag reduction using reinforcement learning with partial measurements[J]. *Journal of fluid mechanics*, 2024, 981: A17.
- [14] HU Liwei, WANG Wenyong, XIANG Yu, et al. Flow field reconstructions with GANs based on radial basis functions[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 2022, 58(4): 3460–3476.
- [15] PRUVOST J, LEGRAND J, LEGENTILHOMME P. Three-dimensional swirl flow velocity-field reconstruction using a neural network with radial basis functions[J]. *Journal of fluids engineering*, 2001, 123(4): 920–927.
- [16] BERKOOZ G, HOLMES P, LUMLEY J L. The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows[J]. *Annual review of fluid mechanics*, 1993, 25: 539–575.
- [17] ARUN R, BAE H J, MCKEON B J. Towards real-time reconstruction of velocity fluctuations in turbulent channel flow[J]. *Physical review fluids*, 2023, 8(6): 064612.
- [18] SUN Shanxun, LIU Shi, LIU Jing, et al. Wind field reconstruction using inverse process with optimal sensor placement[J]. *IEEE transactions on sustainable energy*, 2019, 10(3): 1290–1299.
- [19] SUN Shanxun, LIU Shi, CHEN Minxin, et al. An optimized sensing arrangement in wind field reconstruction using CFD and POD[J]. *IEEE transactions on sustainable energy*, 2020, 11(4): 2449–2456.
- [20] EVERSON R, SIROVICH L. Karhunen-Loève procedure for gappy data[J]. *Journal of the optical society of America A*, 1995, 12(8): 1657–1664.
- [21] 李天一, MICHELE B, LUCA B, 等. Gappy POD 方法重构湍流数据的研究[J]. *力学学报*, 2021, 53(10): 2703–2711.
LI Tianyi, MICHELE B, LUCA B, et al. Study on reconstruction of turbulence data by Gappy POD method[J]. *Chinese journal of theoretical and applied mechanics*, 2021, 53(10): 2703–2711.
- [22] CHINTA V K, LUHAR M. Statistically consistent resolvent-based reconstruction of turbulent channel flows from limited measurements[C]//12th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena. Online: Begell House Inc., 2022.
- [23] 袁昊, 寇家庆, 张伟伟. 流体力学预解分析方法研究进

- 展[J]. *力学学报*, 2024, 56(10): 2799–2814.
- YUAN Hao, KOU Jiaqing, ZHANG Weiwei. Research progress of resolvent analysis in fluid mechanics[J]. *Chinese journal of theoretical and applied mechanics*, 2024, 56(10): 2799–2814.
- [24] SNAIKI R, MIRFAKHAR S F. Multiresolution dynamic mode decomposition approach for wind pressure analysis and reconstruction around buildings[J]. *Computer-aided civil and infrastructure engineering*, 2024, 39(22): 3375–3391.
- [25] 寇家庆, 张伟伟. 动力学模态分解及其在流体力学中的应用[J]. *空气动力学学报*, 2018, 36(2): 163–179.
- KOU Jiaqing, ZHANG Weiwei. Dynamic mode decomposition and its applications in fluid dynamics[J]. *Acta aerodynamica sinica*, 2018, 36(2): 163–179.
- [26] ZHANG Guangchao, LIU Shi. Reconstruction of unsteady wind field based on CFD and reduced-order model[J]. *Mathematics*, 2023, 11(10): 2223.
- [27] KOLDA T G, BADER B W. Tensor decompositions and applications[J]. *SIAM review*, 2009, 51(3): 455–500.
- [28] ABDULLAH A M S M, LU Chen, JAYARAMAN B, et al. Extreme learning machines as encoders for sparse reconstruction[J]. *Fluids*, 2018, 3(4): 88.
- [29] MURATA T, FUKAMI K, FUKAGATA K. Nonlinear mode decomposition with convolutional neural networks for fluid dynamics[J]. *Journal of fluid mechanics*, 2020, 882: A13.
- [30] FUKAMI K, NAKAMURA T, FUKAGATA K. Convolutional neural network based hierarchical autoencoder for nonlinear mode decomposition of fluid field data[J]. *Physics of fluids*, 2020, 32(9): 095110.
- [31] YU Jian, HESTHAVEN J S. Flowfield reconstruction method using artificial neural network[J]. *AIAA journal*, 2019, 57(2): 482–498.
- [32] DENG Zhiwen, CHEN Yujia, LIU Yingzheng, et al. Time-resolved turbulent velocity field reconstruction using a long short-term memory based artificial intelligence framework[J]. *Physics of fluids*, 2019, 31(7): 075108.
- [33] PENG Xingwen, LI Xingchen, CHEN Xiaoqian, et al. A hybrid deep learning framework for unsteady periodic flow field reconstruction based on frequency and residual learning[J]. *Aerospace science and technology*, 2023, 141: 108539.
- [34] MAULIK R, FUKAMI K, RAMACHANDRA N, et al. Probabilistic neural networks for fluid flow surrogate modeling and data recovery[J]. *Physical review fluids*, 2020, 5(10): 104401.
- [35] FUKAMI K, FUKAGATA K, TAIRA K. Assessment of supervised machine learning methods for fluid flows[J]. *Theoretical and computational fluid dynamics*, 2020, 34(4): 497–519.
- [36] ERICHSON N B, MATHELIN L, YAO Zhewei, et al. Shallow neural networks for fluid flow reconstruction with limited sensors[J]. *Proceedings Mathematical, physical, and engineering sciences*, 2020, 476(2238): 20200097.
- [37] LI Rui, SONG Baiyang, CHEN Yaoran, et al. Deep learning reconstruction of high-Reynolds-number turbulent flow field around a cylinder based on limited sensors[J]. *Ocean engineering*, 2024, 304: 117857.
- [38] FUKAMI K, FUKAGATA K, TAIRA K. Super-resolution reconstruction of turbulent flows with machine learning[J]. *Journal of fluid mechanics*, 2019, 870: 106–120.
- [39] DENG Zhiwen, HE Chuangxin, LIU Yingzheng, et al. Super-resolution reconstruction of turbulent velocity fields using a generative adversarial network-based artificial intelligence framework[J]. *Physics of fluids*, 2019, 31(12): 125111.
- [40] SARKAR R K, MAJUMDAR R, JADHAV V, et al. Redefining super-resolution: fine-mesh PDE predictions without classical simulations[EB/OL]. (2023–11–16) [2025–01–13]. <https://arxiv.org/abs/2311.09740>.
- [41] SHEN Liming, DENG Liang, WANG Yueqing, et al. PC-SAGAN: a physics-constrained generative network based on self-attention for high-fidelity flow field reconstruction[J]. *Journal of visualization*, 2024, 27(4): 661–676.
- [42] SHU Dule, LI Zijie, BARATI F A. A physics-informed diffusion model for high-fidelity flow field reconstruction[J]. *Journal of computational physics*, 2023, 478: 111972.
- [43] GUO Yanan, CAO Xiaoqun, ZHOU Mengge, et al. Enhancing high-resolution reconstruction of flow fields using physics-informed diffusion model with probability flow sampling[J]. *Physics of fluids*, 2024, 36(11): 115110.
- [44] SHAN Siming, WANG Pengkai, CHEN Song, et al. PiRD: physics-informed residual diffusion for flow field reconstruction[EB/OL]. (2024–04–12)[2025–01–13]. <https://arxiv.org/abs/2404.08412>.
- [45] OBIOLS-SALES O, VISHNU A, MALAYA N, et al. NUNet: deep learning for non-uniform super-resolution of turbulent flows[EB/OL]. (2022–03–26)[2025–01–13]. <https://arxiv.org/abs/2203.14154>.
- [46] OBIOLS-SALES O, VISHNU A, MALAYA N P, et al. SURFNet: super-resolution of turbulent flows with transfer learning using small datasets[C]//2021 30th International Conference on Parallel Architectures and Compilation Techniques. Piscataway: IEEE, 2021: 331–344.
- [47] DE AVILA B P F, ECONOMON T D, KOLTER J Z.

- Combining differentiable PDE solvers and graph neural networks for fluid flow prediction[C]//International Conference on Machine Learning. [S. l.]: JMLR, 2020.
- [48] FUKAMI K, MAULIK R, RAMACHANDRA N, et al. Global field reconstruction from sparse sensors with Voronoi tessellation-assisted deep learning[J]. *Nature machine intelligence*, 2021, 3(11): 945–951.
- [49] NAKAMURA T, FUKAGATA K. Robust training approach of neural networks for fluid flow state estimations [J]. *International journal of heat and fluid flow*, 2022, 96: 108997.
- [50] DAW A, KARPATNE A, YEO K, et al. Source identification and field reconstruction of advection-diffusion process from sparse sensor measurements[C]//Machine Learning and the Physical Sciences Workshop. [S. l.]: NeurIPS, 2023.
- [51] GUNDERSEN K, OLEYNIK A, BLASER N, et al. Semi-conditional variational auto-encoder for flow reconstruction and uncertainty quantification from limited observations[J]. *Physics of fluids*, 2021, 33: 017119.
- [52] GÜEMES A, SANMIGUEL VILA C, DISCETTI S. Super-resolution generative adversarial networks of randomly-seeded fields[J]. *Nature machine intelligence*, 2022, 4(12): 1165–1173.
- [53] LI Jinxing, LIU Tianyuan, WANG Yuqi, et al. Integrated graph deep learning framework for flow field reconstruction and performance prediction of turbomachinery[J]. *Energy*, 2022, 254: 124440.
- [54] DUTHÉ G, ABDALLAH I, BARBER S, et al. Graph neural networks for aerodynamic flow reconstruction from sparse sensing[EB/OL]. (2023–01–09)[2025–01–13]. <https://arxiv.org/abs/2301.03228>.
- [55] SUN Luning, WANG Jianxun. Physics-constrained Bayesian neural network for fluid flow reconstruction with sparse and noisy data[J]. *Theoretical and applied mechanics letters*, 2020, 10(3): 161–169.
- [56] MAI Jieai, LI Yang, LONG Lian, et al. Two-dimensional temperature field inversion of turbine blade based on physics-informed neural networks[J]. *Physics of fluids*, 2024, 36(3): 037114.
- [57] RAISSI M, YAZDANI A, KARNIADAKIS G E. Hidden fluid mechanics: Learning velocity and pressure fields from flow visualizations[J]. *Science*, 2020, 367(6481): 1026–1030.
- [58] CAI Shengze, WANG Zhicheng, FUEST F, et al. Flow over an espresso cup: inferring 3-D velocity and pressure fields from tomographic background oriented Schlieren via physics-informed neural networks[J]. *Journal of fluid mechanics*, 2021, 915: A102.
- [59] WANG Longyan, CHEN Meng, LUO Zhaohui, et al. Dynamic wake field reconstruction of wind turbine through Physics-Informed Neural Network and Sparse LiDAR data[J]. *Energy*, 2024, 291: 130401.
- [60] URCO J M, FERACO F, CHAU J L, et al. Augmented four-dimensional mesosphere and lower thermosphere wind field reconstruction via the physics-informed machine learning approach HYPER[J]. *Journal of geophysical research: machine learning and computation*, 2024, 1(3): e2024JH000162.
- [61] ZHU Yongzheng, CHEN Weizheng, DENG Jian, et al. Physics-informed neural networks for hidden boundary detection and flow field reconstruction[EB/OL]. (2025–03–31)[2025–01–13]. <https://arxiv.org/abs/2503.24074>.
- [62] SANTOS J E, FOX Z R, MOHAN A, et al. Development of the Senseiver for efficient field reconstruction from sparse observations[J]. *Nature machine intelligence*, 2023, 5(11): 1317–1325.
- [63] MARCATO A, GUILTINAN E, VISWANATHAN H, et al. Journey over destination: dynamic sensor placement enhances generalization[J]. *Machine learning: science and technology*, 2024, 5(2): 025070.

作者简介:



邵绪强, 副教授, 博士, 主要研究方向为计算机物理动画、机器学习、可视化技术。以第一作者或通信作者发表学术论文 40 余篇, 主持科研项目 20 余项。E-mail: shaouxiang@163.com。



栗明宇, 硕士研究生, 主要研究方向为深度学习、计算流体力学。E-mail: uu6666123@126.com。



韩浩, 研究员, 博士, 主要研究方向为人工智能在化学污染和生物防控领域的应用。E-mail: thinkinghh@163.com。