



压缩感知重构算法的两步深度展开策略研究

邵凯, 闫力力, 王光宇

引用本文:

邵凯, 闫力力, 王光宇. 压缩感知重构算法的两步深度展开策略研究[J]. 智能系统学报, 2023, 18(5): 1117–1126.

SHAO Kai, YAN Lili, WANG Guangyu. Two-step deep unfolding strategy for compressed sensing reconstruction algorithms[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2023, 18(5): 1117–1126.

在线阅读 View online: <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202204029>

您可能感兴趣的其他文章

基于迁移学习的移动机器人单帧图像坡度检测算法

Single frame image slope detection algorithm for mobile robots based on transfer learning

智能系统学报. 2021, 16(1): 81–91 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202009009>

基于kinect的改进RGB-D视觉里程计

Improvement of kinect performance in RGB-D visual odometer

智能系统学报. 2020, 15(5): 943–948 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201903007>

深度自编码与自更新稀疏组合的异常事件检测算法

Abnormal event detection method based on deep auto-encoder and self-updating sparse combination

智能系统学报. 2020, 15(6): 1197–1203 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.202007003>

基于Kinect的改进移动机器人视觉SLAM

Improved V-SLAM for mobile robots based on Kinect

智能系统学报. 2018, 13(5): 734–740 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201705018>

一种新融合算法的维吾尔族人脸识别

A new fusion algorithm for uyghur face recognition

智能系统学报. 2018, 13(3): 431–436 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201710014>

基于改进KH算法优化ELM的目标威胁估计

Target threat assessment using improved Krill Herd optimization and extreme learning machine

智能系统学报. 2018, 13(5): 693–699 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201704007>

DOI: 10.11992/tis.202204029

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms2/detail/23.1538.TP.20230526.1627.002.html>

压缩感知重构算法的两步深度展开策略研究

邵凯^{1,2,3}, 闫力力¹, 王光宇^{1,2,3}

(1. 重庆邮电大学 通信与信息工程学院, 重庆 400065; 2. 重庆邮电大学 移动通信技术重庆市重点实验室, 重庆 400065; 3. 重庆邮电大学 移动通信教育部工程研究中心, 重庆 400065)

摘要: 针对压缩感知中重构算法的深度展开问题, 提出了一种两步深度展开策略 (two-step deep unfolding, TwDU)。已有深度展开重构算法通常依赖前一步估计值估计当前值, TwDU 对已有深度展开重构算法增加估计深度, 依赖于前两步估计值估计当前展开值。TwDU 对已有深度展开算法前两步估计值增加了两个训练权重。训练权重优化利用了信号估计值之间的相关特性, 可以随着数据的特性自我学习和调整, 所提 TwDU 策略应用于可学习迭代软阈值算法 (learned iterative soft thresholding algorithm, LISTA)、可训练迭代软阈值算法 (trainable iterative soft thresholding algorithm, TISTA)、可学习近似消息传递算法 (learned approximate message passing, LAMP) 等已有深度展开算法。通过在一维和二维稀疏信号的仿真验证, TwDU 策略在重构精度和收敛速度上都更具有明显优势。

关键词: 压缩感知; 稀疏信号; 信号重构; 深度学习; 深度展开; 模型驱动; 迭代软阈值; 近似消息传递算法; 图像处理

中图分类号: TP399; TN911 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2023)05-1117-10

中文引用格式: 邵凯, 闫力力, 王光宇. 压缩感知重构算法的两步深度展开策略研究 [J]. 智能系统学报, 2023, 18(5): 1117-1126.

英文引用格式: SHAO Kai, YAN Lili, WANG Guangyu. Two-step deep unfolding strategy for compressed sensing reconstruction algorithms[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2023, 18(5): 1117-1126.

Two-step deep unfolding strategy for compressed sensing reconstruction algorithms

SHAO Kai^{1,2,3}, YAN Lili¹, WANG Guangyu^{1,2,3}

(1. School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; 2. Chongqing Key Laboratory of Mobile Communications Technology, Chongqing 400065, China; 3. Engineering Research Center of Mobile Communications, Ministry of Education, Chongqing 400065, China)

Abstract: A two-step deep unfolding (TwDU) strategy is put forward for the deep unfolding of reconstruction algorithms in compressed sensing. The existing deep unfolding reconstruction algorithms usually estimate the current value based on the previous one-step estimated value. TwDU increases the estimation depth for the existing deep unfolding reconstruction algorithms and estimates the current unfolding value based on the previous two-step estimation value. TwDU increases two training weights for the previous two-step estimation value in the existing deep unfolding reconstruction algorithm. The training weights are self-adaptive, which can learn and adjust following the changes in data characteristics by themselves and optimize and utilize the correlation among the estimated signal values. The proposed TwDU strategy is applied to the existing deep unfolding reconstruction algorithms, such as the learned iterative soft thresholding algorithm, learned approximate message passing algorithm, and trainable iterative soft thresholding algorithm. The simulation results in one-dimensional and two-dimensional sparse signals confirm that the TwDU strategy has obvious advantages regarding reconstruction accuracy and convergence speed.

Keywords: compressed sensing; sparse signal; signal reconstruction; deep learning; deep unfolding; model-driven; iterative soft threshold; approximate message passing algorithm; image processing

压缩感知 (compressed sensing, CS)^[1-2] 指在远低于奈奎斯特采样率条件下, 用采样矩阵获取原

始信号的离散样本, 然后通过非线性重构算法对原始信号进行重构。为了高效率、高精度地重构原始信号, 大量优秀的重构算法^[3] 被提出, 其中凸优化类算法因其稳定性好、精度高被广泛地研

收稿日期: 2022-04-19. 网络出版日期: 2023-05-29.

通信作者: 邵凯. E-mail: shaokai@cqupt.edu.cn.

©《智能系统学报》编辑部版权所有

究使用。常见凸优化类算法包括迭代软阈值算法 (iterative soft thresholding algorithm, ISTA)^[4]、快速迭代软阈值算法 (fast ISTA, FISTA)^[5]、两步迭代软阈值算法 (two step ISTA, TwIST)^[6]、近似消息传递算法 (approximate message passing algorithm, AMP)^[7] 等。但是, 该类算法在参数优化过程中面临挑战, 在一些时间敏感型场景中, 收敛速度过慢。

近年来, 深度学习技术由于其强大的特征学习能力, 对压缩感知重构算法^[8-11] 的研究与设计产生了重大影响。这些工作主要分为两大类: 第一类是基于数据驱动的方法, 该类方法往往通过调整神经网络模型来适应数据结构。文献 [12] 提出 CSNet 网络架构, 该架构通过卷积神经网络共同优化信号的采样与重构, 能够更好地重构压缩图像。文献 [13] 提出 DR2-Net 网络架构, 利用残差网络强大的学习能力重构更高质量的信号, 并有效地降低了时间复杂度。文献 [14] 提出 Deep-Inverse 网络, 克服了现实生活中数据不够稀疏, 传统算法收敛慢的缺点。相比传统算法, 基于数据驱动的方法具备一定的优势。但是其主要采用神经网络模型, 也有如下缺点: 1) 网络架构往往是通用性的, 模型不具备可解释性、稳定度不高。2) 在网络训练过程中, 这些网络往往需要大批量的数据样本, 对平台的算力与内存有较高要求。第二类是基于模型驱动的方法, 该类方法将具有性能保证的传统算法与神经网络模型的优点融合在一起, 已广泛应用于无线通信^[15-17]、图像处理^[18-20]、生物医学^[21-23] 等领域, 该类方法在文献 [24] 中被统一称为深度展开 (deep unfolding)。深度展开具体是指通过展开传统算法中的迭代过程, 形成新的类似神经网络中的层级结构。而这些层级结构中包含一些可被训练的参数变量, 这些参数变量通过有监督学习的方式进行训练, 并利用基于梯度下降法的反向传播机制进行算法参数更新。深度展开方法充分利用了深度学习技术强大的学习能力与传统算法的稳定性, 使得传统算法具有了学习能力。Gregor 和 LeCun 在文献 [25] 中第一次利用该方法, 提出 Learned ISTA (LISTA) 网络模型, 该方法将 ISTA 算法中的门限值、矩阵变量抽象成网络训练参数, 获得了比 ISTA 更好的性能表现。Borgerding 和 Schniter 在文献 [26] 中, 将 AMP 中 Onsager 校正项中部分参数与门限值抽象成网络训练参数, 提出了 Learned AMP (LAMP) 网络模型, LAMP 表现优于 LISTA 与 AMP。最近, 文献 [27] 将 MMSE 估计器引入

到 ISTA, 提出 Trainable ISTA (TISTA) 深度展开模型, 通过极少量的训练参数获得比 LISTA、LAMP 更快的收敛速度。相较第一类而言, 深度展开算法具备以下优点: 1) 受传统算法的约束, 稳定性高、性能有保证。2) 大多数深度展开算法只需训练较少的参数, 因此, 所需训练样本少。3) 深度展开算法通常是直观、可解释的, 并且具有较低的算力和内存要求。

为了进一步提高深度展开算法的性能, 本文在现有的深度展开方法的基础上提出了两步深度展开策略 (two-step deep unfolding, TwDU)。TwDU 基于 TwIST 中两步迭代基本原理, 充分利用了信号之间的内在特性, 对深度展开算法的前两步估计值分配不同的权重, 共同决定当前结果。该策略在现有的深度展开算法基础上, 仅仅增加了两个训练权重参数 ω 和 ψ 就改善了已有重构算法的性能。本文所提两步深度展开策略在可学习迭代软阈值算法 (learned iterative soft thresholding algorithm, LISTA)、可训练迭代软阈值算法 (trainable iterative soft thresholding algorithm, TISTA)、可学习近似消息传递算法 (learned approximate message passing, LAMP) 中经过实验验证, 当输入信号为一维稀疏信号时, 同样迭代 8 次, 它们的归一化均方误差 (normalized mean square error, NMSE) 分别减少了 8.9、1.2、5.8 dB, 证明了本策略的可行性与优越性。

1 深度展开重构算法

压缩感知理论的基本数学模型如下:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{s} \in \mathbf{R}^N$ 为原始信号向量, $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N} (N > M)$ 为观测矩阵, $\mathbf{n} \in \mathbf{R}^M$ 为高斯白噪声向量。 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M$ 是经过观测矩阵 Φ 对 \mathbf{s} 进行采样得到的观测信号向量。假设原始信号向量 \mathbf{s} 在已知标准正交基 $\Psi \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 下能够稀疏化, 即 $\mathbf{s} = \Psi \mathbf{x}$, 其中 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ 称为 \mathbf{s} 的稀疏系数, 是原始信号向量 \mathbf{s} 在新的变换域 Ψ 下的稀疏表示。令传感矩阵 $\mathbf{A} \triangleq \Phi \Psi \in \mathbf{R}^{M \times N}$, 重写式 (1) 为

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2)$$

压缩感知重构算法的目的便是在如式 (2) 所示的欠定线性系统中, 通过观测信号 \mathbf{y} 重构稀疏信号 \mathbf{x} 的估计值 $\hat{\mathbf{x}}$ 。常见的凸优化类重构算法将上述稀疏重构问题建模成如下凸优化问题:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \quad (3)$$

式中: 数据保真项 $\|\mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{x}\|_2^2$ 促使重构信号的误差减

小, 正则项 $\lambda\|\mathbf{x}\|_1$ 促使了重构信号的稀疏性。正则项常数 $\lambda > 0$ 是一个可调整参数, 用来控制平衡数据保真项与正则项之间的关系。

在详细描述 TwDU 之前, 本节首先给出 LISTA、TISTA、LAMP 深度展开基本结构。在本节中, 观测向量被统一假设为 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}$, 其中 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{M \times N} (N > M)$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ 。噪声向量 $\mathbf{n} \in \mathbf{R}^M$ 服从均值为 0 方差为 σ^2 的高斯分布。

1.1 LISTA

ISTA 是解决式 (3) 最知名的重构算法^[4], 其数学迭代过程表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_t &= \mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_t \\ \hat{\mathbf{x}}_{t+1} &= \eta_{\text{st}}(\hat{\mathbf{x}}_t + \beta \mathbf{A}^T \mathbf{v}_t; \tau) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $\beta \in (0, 1/\|\mathbf{A}\|_2^2)$ 代表步长; \mathbf{v}_t 是第 t ($t = 0, 1, \dots, T-1$) 次迭代对信号 $\hat{\mathbf{x}}_t$ 的估计残差; τ 是门限值; $\eta_{\text{st}}(\cdot; \cdot): \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}^N$ 是软阈值去噪函数, 其数学形式表示为

$$\eta_{\text{st}}(\mathbf{r}; \tau) = \text{sign}(r_j) \max\{|r_j| - \tau, 0\} \quad (5)$$

经过 T 次迭代之后, 稀疏信号 \mathbf{x} 的估计值 $\hat{\mathbf{x}}$ 被得到。

Gregor 和 LeCun 在文献 [25] 中首次将 ISTA 进行了深度展开。首先, 作者将式 (4) 进行化简、表示为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{t+1} &= \eta_{\text{st}}(\mathbf{S}\hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{B}\mathbf{y}; \tau) \\ \mathbf{B} &\triangleq \beta \mathbf{A}^T, \mathbf{S} \triangleq \mathbf{I}_N - \mathbf{B}\mathbf{A} \end{aligned} \quad (6)$$

然后, 将 $t = 1, 2, \dots, T$ 的迭代过程深度展开为如图 1 所示的 K 层前馈神经网络, 图中每一层对应原算法的一次迭代 (图 2)。在 LISTA 网络中, 式 (6) 中每一层参数 $\theta = [\mathbf{B} \ \mathbf{S} \ \tau]$ 通过深度学习技术训练输入的数据对 $\{(\mathbf{y}^{(h)}, \mathbf{x}^{(h)})\}_{h=1}^{H-H}$ 实现学习与更新, 其中 H 是信号样本总数, $\mathbf{y}^{(h)}$ 是第 h 批信号样本的观测信号, $\mathbf{x}^{(h)}$ 是第 h 批信号样本的稀疏信号。Gregor 和 LeCun 通过实验充分说明了 LISTA 信号重构的速度与质量优于 ISTA。

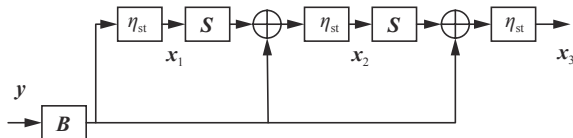


图 1 展开 ISTA 的 $K=2$ 次迭代
Fig. 1 Unfold $K=2$ iterations of ISTA

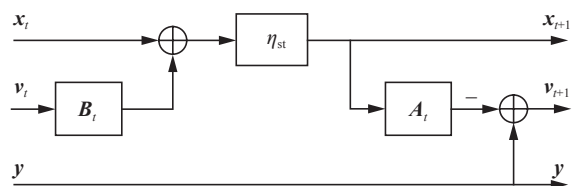


图 2 LISTA 第 t 次迭代示意
Fig. 2 Schematic diagram of the t -th iteration of LISTA

训练过程中, 损失函数为

$$\mathcal{L}(\theta) = \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \|\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}^{(h)}; \theta) - \mathbf{x}^{(h)}\|_2^2 \quad (7)$$

式中: θ 代表深度展开重构算法中所有需要训练的参数; $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}^{(h)}; \theta)$ 代表当输入观测信号为 $\mathbf{y}^{(h)}$ 、训练参数为 θ 时, 重构稀疏信号的估计值。针对 LISTA 算法而言, $\theta = [\mathbf{B} \ \mathbf{S} \ \tau]$ 。

1.2 TISTA

TISTA 是 ISTA 算法另一种深度展开形式, 作者创新性地将 MMSE 估计器引入其中, 其数学表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_t &= \hat{\mathbf{x}}_t + \gamma_t \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_t) \\ \mathbf{v}_t^2 &= \max\left(\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_t\|_2^2 - M\sigma^2}{\text{trace}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})}, \varepsilon\right) \\ \tau_t^2 &= \frac{\mathbf{v}_t^2}{N} \left(N + (\gamma_t^2 - 2\gamma_t)M\right) + \frac{\gamma_t^2 \sigma^2}{N} \text{trace}(\mathbf{W}\mathbf{W}^T) \\ \hat{\mathbf{x}}_{t+1} &= \eta_{\text{MMSE}}(\mathbf{r}_t; \tau_t^2) \end{aligned} \quad (8)$$

式中: \mathbf{r}_t 为残差, 矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}$ 是矩阵 \mathbf{A} 的伪逆矩阵, \mathbf{v}_t^2 为误差方差估计值, σ^2 为噪声方差, τ_t^2 为残差的估计噪声方差, η_{MMSE} 为最小均方误差估计器, 其选择需要根据输入信号 \mathbf{x} 的先验分布。当输入信号服从伯努利-高斯分布时, η_{MMSE} 表达式为

$$\eta_{\text{MMSE}}(\mathbf{y}; \vartheta^2) = \left(\frac{y\alpha^2}{\xi}\right) \frac{pF(\mathbf{y}; \xi)}{(1-p)F(\mathbf{y}; \vartheta^2) + pF(\mathbf{y}; \xi)} \quad (9)$$

式中: y 为接收信号, ϑ^2 为残差的估计噪声方差, α^2 为输入信号为非零元素的方差, $\xi = \alpha^2 + \vartheta^2$, p 为输入信号非零元素出现的概率, 以及:

$$F(z, \chi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\chi}} \exp\left(\frac{-z^2}{2\chi}\right) \quad (10)$$

从式 (8) 中可以看出, 误差方差估计值 \mathbf{v}_t^2 和 τ_t^2 对于最终稀疏信号估计值的影响至关重要, 其推导证明过程文献 [27] 中有详细说明。为了防止 \mathbf{v}_t^2 出现非正值, 式 (8) 中常数 ε 被赋予极小的正值, 如 $\varepsilon = 10^{-9}$ 。标量变量 $\gamma_t \in \mathbf{R} (t = 0, 1, \dots, T-1)$ 是步长参数, 用来控制调节误差方差大小, 也是深度学习技术需要训练的参数, 其个数与网络层数相等。TISTA 算法训练参数 $\theta = [\gamma_t]$ 远少于 LISTA。TISTA 算法单层深度展开形式如图 3 所示。

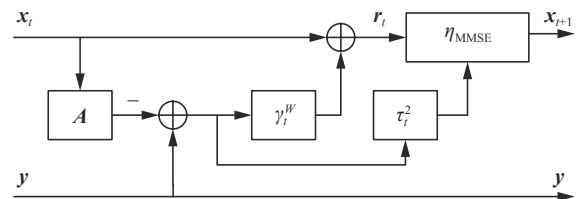


图 3 TISTA 第 t 次迭代示意
Fig. 3 Schematic diagram of the t -th iteration of TISTA

相比于 LISTA 网络, 随着 MMSE 估计器的引入, TISTA 仅仅训练极少的参数, 便使得 TISTA 具备高度的稳定性、更快的收敛速度。文献 [27] 实验证明, TISTA 收敛速度不仅仅优于传统的 AMP、ISTA 算法, 而且还优于深度展开重构算法 LISTA。

1.3 LAMP

AMP 算法是近年来提出的算法, 因其快速的收敛速度, 受到广泛关注, 其数学迭代公式表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_t &= \mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{b}_t \mathbf{v}_{t-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{t+1} &= \eta_{st}(\hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{A}^T \mathbf{v}_t; \tau_t) \end{aligned} \quad (11)$$

式中: \mathbf{v}_t 为第 t ($t = 0, 1, 2, \dots, T-1$) 次迭代对信号 $\hat{\mathbf{x}}_t$ 估计残差, 以及:

$$b_t = \frac{1}{M} \|\hat{\mathbf{x}}_t\|_0 \quad (12)$$

$$\tau_t = \frac{\alpha}{\sqrt{M}} \|\mathbf{v}_t\|_2 \quad (13)$$

其中, α 是可调参数, 与式 (3) 中 λ 值一一对应^[28]。比较 AMP 与 ISTA, 能看出两个主要区别: 1) AMP 的估计残差公式 \mathbf{v}_t 包含“Onsager 校正项” $\mathbf{b}_t \mathbf{v}_{t-1}$ 。Onsager 校正项能够迫使信号扰动非常接近加性高斯白噪声, 更有利于去噪函数进行降噪处理, 同时也保证了 AMP 的快速收敛性。2) AMP 的门限值 τ_t 在所有迭代过程中不再是同一个值, 而是关于 t 相互独立。

Borgerding 和 Schniter 在文献 [26] 中将 AMP 化简成为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{t+1} &= \beta_t \eta_{st} \left(\hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{B}_t \mathbf{v}_t; \frac{\alpha_t}{\sqrt{M}} \|\mathbf{v}_t\|_2 \right) \\ \mathbf{v}_{t+1} &= \mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{t+1} + \frac{\beta_t}{M} \|\hat{\mathbf{x}}_{t+1}\|_0 \mathbf{v}_t \end{aligned} \quad (14)$$

将式 (14) 中的迭代过程进行深度展开如图 4 所示。式 (14) 建立在 AMP 算法式 (11) 的泛化基础上, 其中矩阵 $(\mathbf{A}, \mathbf{A}^T)$ 在迭代 t 时表现为 $(\mathbf{A}_t, \mathbf{B}_t)$ 。为了减少 LAMP 网络所需训练参数, Borgerding 和 Schniter 在不改变算法特性的基础之上, 令 $\mathbf{A}_t = \beta_t \mathbf{A}$, 此时, \mathbf{A}_t 中只有标量 β_t 会随着迭代次数 t 不断地变化。因此, LAMP 网络参数 $\theta = [\mathbf{B}_t, \{\alpha_t\}_{t=0}^{T-1}, \{\beta_t\}_{t=0}^{T-1}]$ 通过训练输入的数据对 $\{(\mathbf{y}^{(h)}, \mathbf{x}^{(h)})\}_{h=1}^{h=H}$ 使式 (7) 损失函数 $\mathcal{L}(\theta)$ 最小, 实现自我学习与更新。文献 [26] 实验证明, LAMP 算法在准确率和收敛速度优于 AMP 和 LISTA 网络。

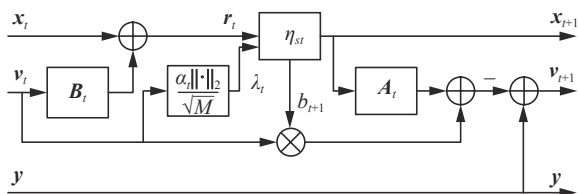


图 4 LAMP 第 t 次迭代示意

Fig. 4 Schematic diagram of the t -th iteration of LAMP

2 两步深度展开策略

本节主要介绍两步深度展开策略 (TwDU) 及其训练方法。采用符号 $\Gamma(\cdot)$ 表示传统重构算法模型, 符号 $U(\cdot)$ 表示对传统重构算法的深度展开模型, 对 ISTA 重新描述表示为

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_t \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{t+1} &= \Gamma(\hat{\mathbf{x}}_t) = \eta_{st}(\hat{\mathbf{x}}_t + \beta \mathbf{A}^T \mathbf{v}_t; \tau) = \\ &= \eta_{st}(\hat{\mathbf{x}}_t + \beta \mathbf{A}^T (\mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_t); \tau) = \\ &= \eta_{st}((\mathbf{I}_N - \beta \mathbf{A}^T \mathbf{A})\hat{\mathbf{x}}_t + \beta \mathbf{A}^T \mathbf{y}; \tau) \end{aligned} \quad (16)$$

令 $\beta \mathbf{A}^T = \mathbf{B}, \mathbf{I}_N - \mathbf{B}\mathbf{A} = \mathbf{S}$, 即可得到:

$$\Gamma(\hat{\mathbf{x}}_t) = \eta_{st}(\mathbf{S}\hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{B}\mathbf{y}; \tau) \quad (17)$$

以上为传统 ISTA 算法, 利用深度展开技术改进 ISTA 简单表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = U(\Gamma(\hat{\mathbf{x}}_t)) \quad (18)$$

式 (18) 表示将传统算法 ISTA 深度展开为 LISTA, 进而得到下一次迭代的结果。

2.1 两步展开算法

两步深度展开策略的提出源于 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1}$ 的结果不仅仅依赖 $\hat{\mathbf{x}}_t$, 而且还依赖于^[6] $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}$ 。文献 [6] 第一次针对图片修复提出 TwIST (two step ISTA) 算法, 其形式如下:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = (1 - \omega) \hat{\mathbf{x}}_{t-1} + (\omega - \psi) \hat{\mathbf{x}}_t + \psi \Gamma(\hat{\mathbf{x}}_t) \quad (19)$$

为了保证收敛的速度, ω, ψ 取值为

$$\omega = \hat{\omega} = \hat{p}^2 + 1 \quad (20)$$

$$\psi = \hat{\psi} = \frac{2\hat{\omega}}{\xi_m + \xi_1} \quad (21)$$

式中: $0 < \xi_1 \leq \lambda_i(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \leq \xi_m$, $\lambda_i(\mathbf{A}^T \mathbf{A})$ 是 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 的第 i 个特征值, $\xi_m \equiv \max(1, \xi_m)$, 以及

$$\hat{p} \equiv \frac{1 - \sqrt{k}}{1 + \sqrt{k}} < 1 \quad (22)$$

TwIST 算法虽然相比 ISTA 具备更快的收敛速度, 但 ω, ψ 的取值相对复杂。在每次重构稀疏信号时, ω, ψ 需要仔细手动调整才能获得较好的收敛效果, 不能根据数据的变化自适应调整。

本文研究受此启发, 将两步迭代方法与第 1 节中介绍的已有的深度展开算法相结合, 提出了两步深度展开策略 (TwDU), 即每一次深度展开算法的估计值依赖于前两次深度展开算法估计值, 而不是仅仅依赖于前一次, 其公式表述为

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = (1 - \omega) \hat{\mathbf{x}}_{t-1} + (\omega - \psi) \hat{\mathbf{x}}_t + \psi U(\Gamma(\cdot)) \quad (23)$$

式中: $U(\Gamma(\cdot))$ 代指各已有的深度展开重构算法。TwDU 算法中需要利用深度学习技术训练的参数为 $\theta = [\omega, \psi, \theta(U(\cdot))]$, 其中 $\theta(U(\cdot))$ 在第 1 节已经介绍, 表示各已有的深度展开模型中需要训练的参数。式 (23) 与式 (19) 对比, 看似只有等号右侧的最后一项不同, 其实每一项都不相同。在式 (19)

中, $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_t$ 均是通过传统的数学迭代计算推导而出, 而在式 (23) 中 $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_t$ 在各自的求值过程中均利用了两步深度展开策略。此外, $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_t$ 的训练参数也在各自的两步深度展开中已经训练完毕, 不再参与当前训练, 可以减少计算负担。前两次计算结果 ($\hat{\mathbf{x}}_{t-1}$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_t$) 对于当前计算结果的影响因子 ω 和 ψ 也不再如式 (20) 与 (21) 固定不变, 而会利用深度学习强大的学习能力随着数据的特性自适应调整。当令 $\omega = \psi = 1.0$, 则得到:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = U(\Gamma(\cdot)) \quad (24)$$

此时, 式 (24) 与式 (18) 是已有的深度展开方案。事实上, 所提方案式 (23) 更具有普遍意义, 式 (18) 可以看成式 (23) 的一种特殊情况

2.2 参数优化及算法框架

在两步深度展开算法训练过程中, 除了已有深度展开算法中固有的训练参数 $\theta(U(\cdot))$ 外, 参数 ω 和 ψ 已不再固定不变, 而是具有自适应能力, 会随着数据的特性自我学习和调整。当初始化参数 $\omega = \psi = 1.0$ 时, $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_t$ 系数项为 0, 此时前两次迭代结果对当前结果并无影响, 此时的两步深度展开算法等于第 1 节中介绍的已有的深度展开算法, 但是随着算法迭代次数的不断增加, 参数 ω 与 ψ 不断通过深度学习中的反向传播机制自我优化, 最后稳定在最优数值上下小幅波动。此时, $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}$ 的系数 $1-\omega$ 与 $\hat{\mathbf{x}}_t$ 的系数 $\omega-\psi$ 均不再为 0。基于两步深度展开策略的重构算法流程如下:

输入 稀疏信号经过稀疏采样之后的观测信号 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M$ 。

输出 稀疏信号向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N (N > M)$ 。

1) 初始化参数 $\theta = [\omega \ \psi \ \theta(U(\cdot))]$, 令 $\omega = \psi = 1.0$ 。

2) for(int $i = 0$; $i < 12$; $i++$), do

3) $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}$; // 对原始稀疏信号进行稀疏采样。

4) $U(\Gamma(\hat{\mathbf{x}}_t)) = \text{model}(\mathbf{y})$; // 将观测信号向量 ω 送入深度展开重构算法模型。

5) $\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = (1-\omega)\hat{\mathbf{x}}_{t-1} + (\omega-\psi)\hat{\mathbf{x}}_t + \psi U(\Gamma(\hat{\mathbf{x}}_t))$; // 运用两步展开策略对估计值进一步优化。

6) $\text{loss} = \text{MSE_loss}(\omega)$ // 计算最小均方误差损失值。

7) $\text{loss.backward}()$; // 利用深度学习中的反向传播机制, 优化算法参数 θ 。

8) end. // 迭代 12 次之后, 求出满足该条件的估计信号。

在深度学习技术中, 不同的神经网络结构对于网络的学习能力有重大影响。本文采用层级串联结构, 分别对 LISTA、TISTA、LAMP 应用 TwDU

策略展开, 得到如图 5~7 所示的改进结构。该结构中每一层均是传统算法中一次迭代的展开, 类似于深度学习中多层的前馈神经网络。该结构与已有的深度展开算法网络最大的不同是“两步线”的引入, 经实验验证, 通过训练“线上”参数 ω 与 ψ 调节前两次输出对于本次输出的影响权重, 进一步提高了深度展开算法的收敛速度和信号重构质量。

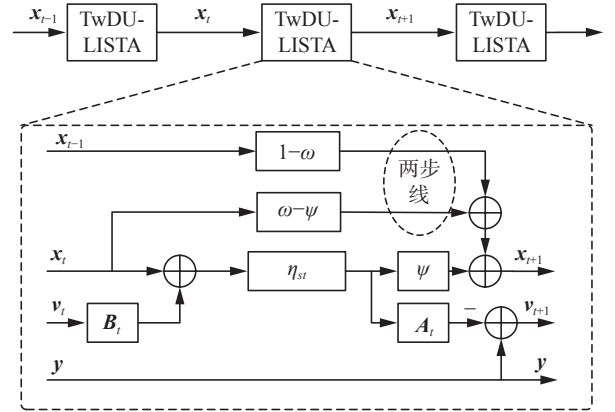


图 5 TwDU-LISTA 算法框图

Fig. 5 Block diagram of TwDU-LISTA

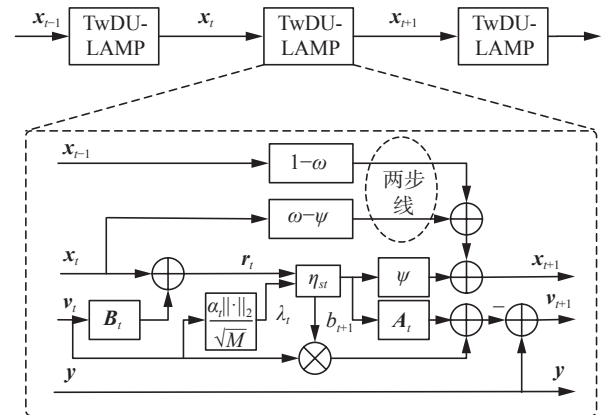


图 6 TwDU-LAMP 算法框图

Fig. 6 Block diagram of TwDU-LAMP

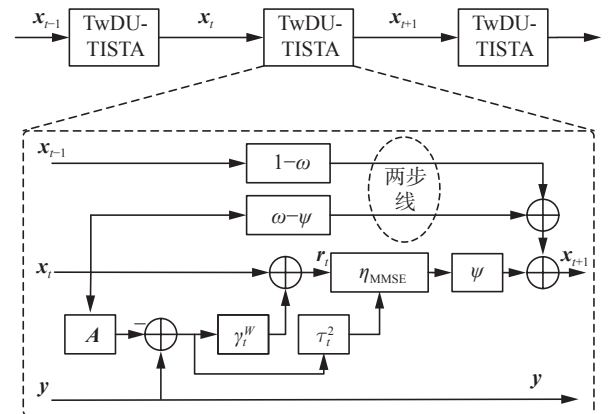


图 7 TwDU-TISTA 算法框图

Fig. 7 Block diagram of TwDU-TISTA

在第 1 节中, 本文分别介绍了 LISTA、TISTA 和 LAMP 需要训练的参数变量分别为 $\theta = [\mathbf{B} \ \mathbf{S} \ \tau]$ 、 $\theta = [\gamma_i]$ 、 $\theta = [\mathbf{B}_i, \{\alpha_i\}_{i=0}^{T-1}, \{\beta_i\}_{i=0}^{T-1}]$ 。在 LISTA 中, 因为 $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{N \times M}$ 和 $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{N \times N}$, 所以 LISTA 需要训练的参数总数为 $T \times (N^2 + MN + 1)$, 其中 T 是算法迭代的次数。同理可得 LAMP 和 TISTA 需要训练参数总数分别为 $T \times (NM + 2)$ 和 T ^[27]。相比于已有的深度展开算法, TwDU 策略在原有的许多参数基础上仅仅增加了两个参数(如表 1)就提高了算法的性能, 具有较高的性价比, 而且还可以通过一次预训练的方式消除这两个参数带来的计算负担。

表 1 两步展开策略算法训练参数量 (第 T 次迭代)

Table 1 The amount of trainable parameters of the TwDU strategy (T -th iteration)

| 算法 | TwDU-LISTA | TwDU-TISTA | TwDU-LAMP |
|------|-----------------------|------------|-----------------|
| 参数总数 | $T(N^2 + MN + 1) + 2$ | $T + 2$ | $T(MN + 2) + 2$ |

2.3 增量训练

在基于 TwDU 策略的算法中, 参数 $\theta = [\omega \ \psi \ \theta(U(\cdot))]$ 的数值将直接影响到稀疏信号的重构质量, 因此, θ 的训练方法显得极其重要。在本文训练过程中, 一批数据首先被划分成 H 个小批量数据 (batch) 送入算法网络, 网络损失值随着 batch 的训练逐渐下降。当完成一批数据的训练, 新的一批数据将再次被送入网络训练。经过多次实验验证, 增量训练的方法对于调整 θ , 提高网络性能非常有效。这是因为增量训练不仅仅能够缓解梯度消失问题, 还能进一步提升网络的泛化能力。

训练数据是随机生成的数据对 (\mathbf{x}, \mathbf{y}) , 其中 \mathbf{y} 是两步深度展开算法需要学习的、稀疏采样之后的特征数据, \mathbf{x} 是稀疏的标签数据。TwDU 算法通过运用随机梯度下降算法, 学习数据特征, 重构稀疏信号 \mathbf{x} 。在第 i 次增益训练过程中, 优化器通过调整 θ 促使本次训练的目标函数 $E[\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}\|_2]$ 最小化。当处理完 H 个小批量数据之后, 优化器的目标函数变为 $E[\|\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}\|_2]$ 。尽管在网络训练过程中目标函数从第一层到最后一层不断变换, 但参数 θ 在每一训练过程中都是将前一次的结果作为本次训练的初始值, 具有一定的连贯性。在本文中, 为了控制变量, 所有的实验包括对照实验均采用增量训练的方法。

3 实验结果分析

本节将通过实验验证基于两步深度展开策略的重构算法性能。实验系统布署在 Linux 平台, 应用 PyTorch1.5.1 深度学习框架, 采用 Adam 优化器。分别为参数 ω 与 ψ 设置不同的初始值, 分析参

数 ω 与 ψ 的自适应能力。伯努利-高斯分布的一维信号和 NMSE 在相关研究文献 [27,29] 等被广泛采用作为基准设置, 因此采用服从伯努利-高斯分布的一维信号作为仿真输入信号, 采用归一化均方误差 (NMSE) 作为判断标准去衡量各深度重构算法的性能。实验采用非独立同分布的稀疏二维图像信号作为输入信号, 验证所提算法对图像的重构效果。

3.1 参数 ω 与 ψ 分析

为了进一步研究参数 ω 与 ψ 的自适应能力, 本次实验分别使用 3 种不同的随机种子 (5、10、15) 生成稀疏信号 \mathbf{x} , 并且分别为 ω 与 ψ 设置两组不同的初始值即 $\omega = \psi = 1.0$ 和 $\omega = \psi = 0.5$ 。 ω 与 ψ 的变化规律如图 8 所示。图 8 中 ω_{5_1} 与 ψ_{5_1} 为第 1 组实验参数, 表示当输入信号随机种子为 5 时, 设置初始值 $\omega = \psi = 1.0$ 。 $\omega_{5_0.5}$ 与 $\psi_{5_0.5}$ 为第 2 组实验参数, 表示当输入信号随机种子为 5 时, 设置初始值 $\omega = \psi = 0.5$, 以此类推图中其他符号。从图 8 中可以观察出当参数的初始值一样时, ω 与 ψ 优化的规律基本是一致的, 而不同的初始值之间在 30 次迭代之后, 虽然都提高了算法的 NMSE 的表现, 但 $\omega = \psi = 1.0$ 和 $\omega = \psi = 0.5$ 的最优值却产生了较大的差距。因为, 基于 TwDU 策略的重构算法中, 训练参数 $\theta = [\omega \ \psi \ \theta(U(\cdot))]$ 中 $\theta(U(\cdot))$ 是随着迭代次数实时变化的, ω 与 ψ 的优化过程也要依赖于 $\theta(U(\cdot))$, 它们会根据不同的输入数据、不同的初始值, 自适应地共同优化找到当前最优值。

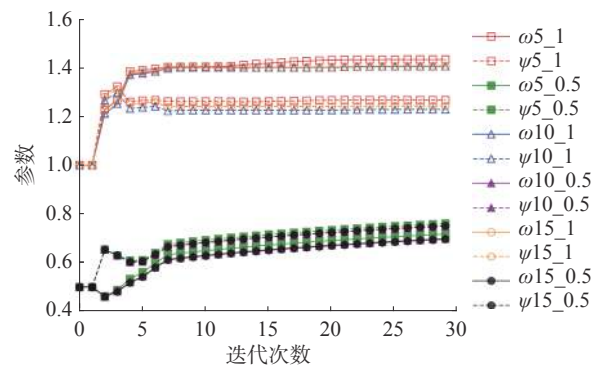


图 8 ω 与 ψ 在不同随机种子和不同初始值的变化规律
Fig. 8 Variation law of ω and ψ under different random seeds and different initial values

为了确定 ω 与 ψ 的初始值, 分别验证 $\omega = \psi = \{0.5, 0.8, 1.0, 1.2, 1.5\}$ 等不同初始值时算法的效果, 此时, TwDU 算法虽然均能够收敛, 但是 $\omega = \psi = 1.0$ 时能够获得较为理想的收敛速度。同时, 当 $\omega = \psi = 1.0$ 时, 式 (23) 等号右侧前两项正好为 0, 可以利用已有的深度展开算法参数初始化的经验。基于以上两个原因, 以下实验中设置 $\omega = \psi =$

1.0 为初始值。

3.2 一维稀疏信号重构

在本节中, 设定稀疏信号 \mathbf{x} 是服从伯努利-高斯的独立同分布的随机变量, 表示为

$$P(x) = (1-p)\delta(x) + \frac{p}{\sqrt{2\pi}\alpha^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\alpha^2}\right) \quad (25)$$

式中: p 代表稀疏信号 \mathbf{x} 中非零元素出现的概率, 在本次实验中默认 $p=0.1$, 其中非零元素服从均值为 0, 方差 $\alpha^2=1$ 的高斯分布。根据式 (25), 在产生稀疏信号 \mathbf{x} 时, 首先在 \mathbf{x} 中随机挑选 p 个非 0 值位置, 之后对 \mathbf{x} 中挑选的非 0 位置进行数值填充, 填充的数值服从高斯分布。噪声 \mathbf{n} 服从均值为 0, 方差为 σ^2 的高斯分布。信号的信噪比计算公式为

$$\zeta = \frac{E[\|\mathbf{Ax}\|_2^2]}{E[\|\mathbf{n}\|_2^2]} \quad (26)$$

在实验中, 每批训练数据被分成 $H=200$ 个大批量数据 (batch), 其中 batch 为 1000。

1) 不同信噪比条件下各深度展开算法的性能比较。为了进行实验对比, 本实验中首先按文献 [26-27] 设置信噪比, 即 $\zeta=40$ dB 进行实验。此外, 为了进一步验证不同信噪比条件下各深度展开算法的性能, 实验中还分别设置了 $\zeta=30$ dB 和 $\zeta=20$ dB。实验中采用的仿真稀疏信号长度为 $N=500$, 观测矩阵 \mathbf{A} 的维度 $M=250$, $N=500$ 。矩阵 \mathbf{A} 中每一个元素服从均值为 0, 方差为 $1/M$ 的高斯分布, 即 $A_{i,j} \sim N(0, 1/M)$ 。

图 9 给出了 LISTA、TwDU-LISTA、TISTA、TwDU-TISTA、LAMP 和 TwDU-LAMP 分别迭代 12 次的归一化最小均方误差 (NMSE)。NMSE 计算公式如下:

$$\xi = 10 \lg E \left[\frac{\|\hat{\mathbf{x}}_{t+1} - \mathbf{x}\|_2^2}{\|\mathbf{x}\|_2^2} \right] \quad (27)$$

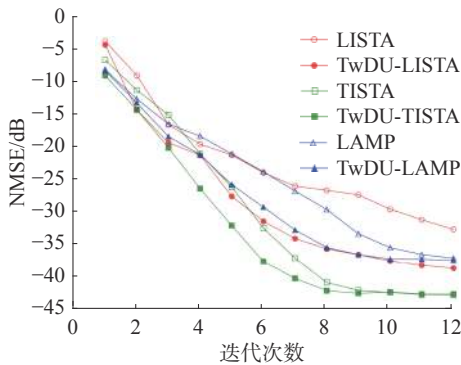


图 9 各深度展开重构算法 NMSE 对比 ($\zeta=40$ dB)

Fig. 9 Comparisons of NMSE for each deep unfolding reconstruction algorithm ($\zeta=40$ dB)

从图 9 中可以观察到, 基于两步深度展开策略的重构算法与已有的深度展开算法相比, 能够更好地重构稀疏信号。TwDU-LISTA 与 LISTA 在

初始阶段具有相近的 NMSE, 随着迭代次数的增多, 在 $t=9$ 和 $t=12$ 时, 相比于 LISTA, TwDU-LISTA 分别大约减少了 9 dB 和 6 dB。TISTA 在前 12 次迭代中收敛, 收敛时 NMSE 为 -42 dB, 而 TwDU-TISTA 在 $t=8$ 的时候, NMSE 已经达到 -42 dB, 相比于 TISTA 收敛时 $t=10$, TwDU-TISTA 具备更快的收敛速度。同时, 在前 12 次迭代中 TwDU-LAMP 的 NMSE 表现一直优于 LAMP, 而且比 LAMP 收敛速度也提前了 2 个周期。

图 10 和图 11 分别给出了信噪比为 30 dB 和 20 dB 时, 各深度展开算法 NMSE 对比。从图中可以明显的观察到, 随着信噪比的降低, 各深度展开算法对信号的重构能力变差。即便如此, 基于 TwDU 策略的重构算法与已有的深度展开算法相比, 仍能够更好地重构稀疏信号。当信噪比为 30 dB 时, TwDU-LISTA 的 NMSE 相比 LISTA 最多减少了 0.6 dB, TwDU-TISTA 相比 TISTA 最多减少了 4.6 dB, TwDU-LAMP 相比 LAMP 最多减少了 3.9 dB。当信噪比为 20 dB 时, 由于噪声污染严重, 各个深度展开重构算法的性能差距变小, 基于 TwDU 策略的深展开重构算法相比于已有的深度展开算法, NMSE 减少均在 1 dB 以内。

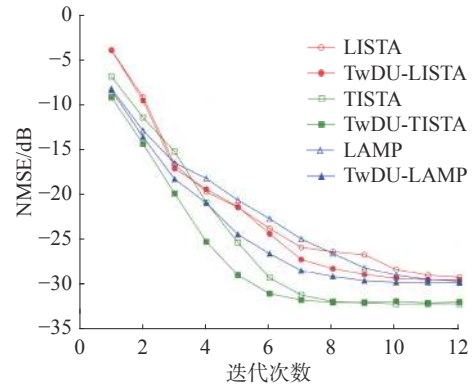


图 10 各深度展开重构算法 NMSE 对比 ($\zeta=30$ dB)

Fig. 10 Comparisons of NMSE for each deep unfolding reconstruction algorithm ($\zeta=30$ dB)

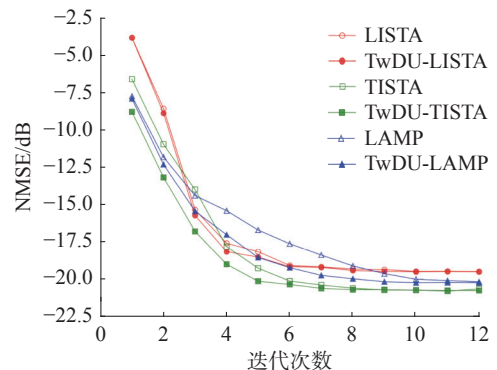


图 11 各深度展开重构算法 NMSE 对比 ($\zeta=20$ dB)

Fig. 11 Comparisons of NMSE for each deep unfolding reconstruction algorithm ($\zeta=20$ dB)

2) 不同稀疏度下的深度展开算法的性能比较。在压缩感知中,稀疏度是影响信号能否高精度重构的关键因素。一般情况下,稀疏度越低,重构算法越能更好地重构信号。图 12 中给出了稀疏度在 50~250,各深度展开算法的 NMSE 表现。从图 12 中可以看出,随着稀疏度的增大,各深度展开算法性能逐渐下降。当稀疏度小于 150 时,除了 TwDU-LAMP 与 LAMP 算法性能相近外,其余基于两步展开策略的深度展开算法均优于已有的深度展开算法。当稀疏度大于 150 时,各深度展开算法均难以重构信号, NMSE 性能无太大差异。

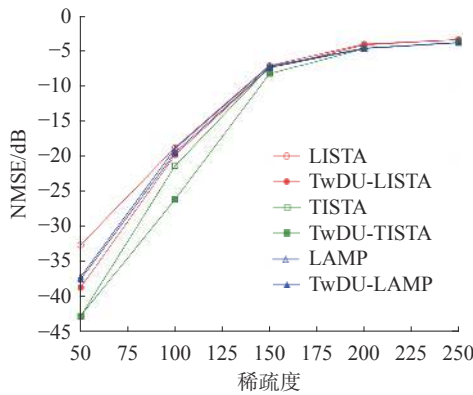


图 12 不同稀疏度下各深度展开重构算法 NMSE 对比
Fig. 12 Comparisons of NMSE for each deep unfolding reconstruction algorithm under different sparsity

3.3 二维图像重构

本节采用非独立同分布的稀疏二维图像信号进一步评估基于两步展开策略的深度展开重构算法的性能。稀疏二维图像信号采用公开的 MNIST 数据集。MNIST 数据集来源于美国国家标准与技术研究所,由 250 个人手写数字图像和其对应标签组成。

MNIST 中每一个数字图像由 $28 \times 28 = 784$ 像素组成,其中每个像素值是在 $[0, 255]$ 之间的整数。在本次实验中,每一个数字图像的像素值被归一化到 $[0, 1]$, 然后被转换成 784 维的向量。实验设置 $N = 784$, $M = 392$, 传感矩阵 $A \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 中每一个元素服从均值为 0, 方差为 $1/M$ 的高斯分布,加性噪声 $n \in \mathbf{R}^M$ 服从均值为 0, 方差为 4×10^{-4} 的高斯分布。接收到的信号 $y \in \mathbf{R}^M$ 是通过 $y = Ax + n$ 生成。此外, MSE 被用来衡量各个算法的性能。在训练过程中,实验采用增量训练方式, MNIST 训练集中 60 000 张图片全部被应用,小批量数据 batch 为 200, 采用 Adam 优化器。

图 13 中给出了各深度展开算法迭代 $T = 8$ 次之后的重构图像。所有图像均是在如左最下方原

始图像的基础上加入相同条件的高斯噪声之后进行算法重构。经过 8 次迭代,基于两步展开策略的深度展开算法的 MSE 值均有所下降。TwDU-LISTA 的 MSE 下降了 0.0010, TwDU-LAMP 的 MSE 下降了 0.0001, TwDU-TISTA 的 MSE 下降了 0.0025。MSE 数值反应在图像上,除了 TwDU-LAMP 重构图像不能明显看出与 LAMP 图像的区别,其余重构图像均能看出基于两步展开策略的深度展开算法重构信号的优越性。

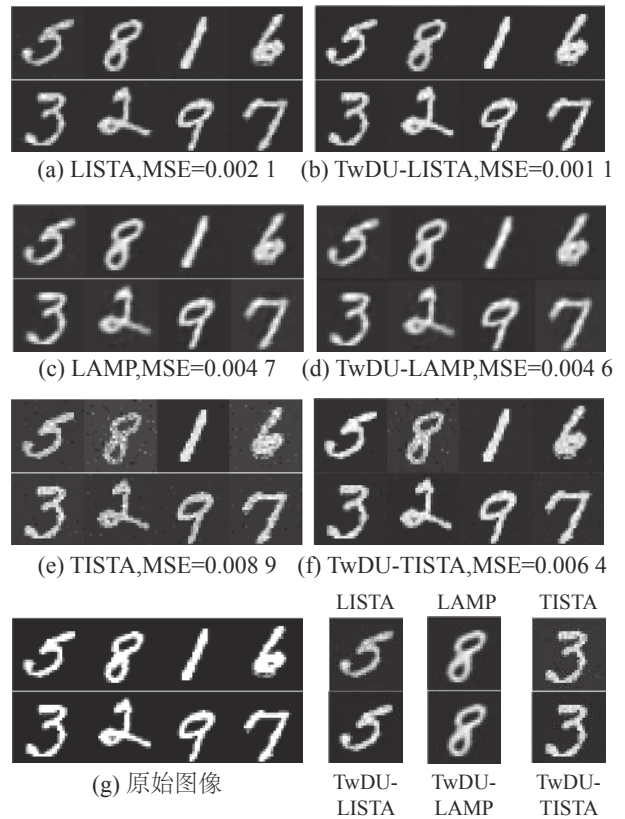


图 13 各深度展开重构算法重构二维图像对比 ($T=8$)
Fig. 13 Comparisons of two-dimensional images reconstructed by various deep unfolding reconstruction algorithms ($T=8$)

从上述实验中可以看出,基于两步深度展开策略的重构算法无论针对一维伯努利-高斯独立同分布的随机稀疏信号重构还是针对二维非独立同分布的图像信号重构,都显示出了优越性。

4 结束语

为了提高深度展开算法重构信号的效率,本文在原有深度展开算法基础上提出了两步深度展开策略。两步深度展开策略充分利用了信号的内在特性,将前两次深度展开算法的估计值按照不同的权重,对本次结果共同施加影响,而权重的大小与本次深度展开算法中的参数共同利用深度学习技术进行训练。仿真结果表明,两步深度展

开策略无论针对一维伯努利-高斯独立同分布的随机稀疏信号重构还是针对二维非独立同分布的图像信号重构都获得了较好的结果。这些实验证明了,该策略具有高度的稳定性与扩展性。

参考文献:

- [1] CANDES E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE transactions on information theory*, 2006, 52(2): 489–509.
- [2] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE transactions on information theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [3] ZHANG Zheng, XU Yong, YANG Jian, et al. A survey of sparse representation: algorithms and applications[J]. *IEEE access*, 2015, 3: 490–530.
- [4] CHAMBOLLE A, DE VORE R A, LEE N Y, et al. Non-linear wavelet image processing: variational problems, compression, and noise removal through wavelet shrinkage[J]. *IEEE transactions on image processing*, 1998, 7(3): 319–335.
- [5] BECK A, TEOULLE M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. *SIAM journal on imaging sciences*, 2009, 2(1): 183–202.
- [6] BIOUCAS-DIAS J M, FIGUEIREDO M A T. A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration[J]. *IEEE transactions on image processing*, 2007, 16(12): 2992–3004.
- [7] DONOHO D L, MALEKI A, MONTANARI A. Message-passing algorithms for compressed sensing[J]. *Proceedings of the national academy of sciences of the United States of America*, 2009, 106(45): 18914–18919.
- [8] 许子微, 陈秀宏. 自步稀疏最优均值主成分分析 [J]. 智能系统学报, 2016, 16(3): 416–424.
XU Ziwei, CHEN Xiuhong. Sparse optimal mean principal component analysis based on self-paced learning[J]. *CAAI transactions on intelligent systems*, 2016, 16(3): 416–424.
- [9] 唐荣, 罗川, 曹潜, 等. 不完备数据中面向特征值更新的增量特征选择方法 [J]. 智能系统学报, 2021, 16(3): 493–501.
TANG Rong, LUO Chuan, CAO Qian, et al. Incremental approach for feature selection in incomplete data while updating feature values[J]. *CAAI transactions on intelligent systems*, 2021, 16(3): 493–501.
- [10] 窦勇敢, 袁晓彤. 基于隐式随机梯度下降优化的联邦学习 [J]. 智能系统学报, 2022, 17(3): 488–495.
DOU Yonggan, YUAN Xiaotong. Federated learning with implicit stochastic gradient descent optimization[J]. *CAAI transactions on intelligent systems*, 2022, 17(3): 488–495.
- [11] 包政凯, 朱齐丹, 刘永超. 满秩分解最小二乘法船舶航向模型辨识 [J]. 智能系统学报, 2022, 17(1): 137–143.
BAO Zhengkai, ZHU Qidan, LIU Yongchao. Ship heading model identification based on full rank decomposition least square method[J]. *CAAI transactions on intelligent systems*, 2022, 17(1): 137–143.
- [12] SHI Wuzhen, JIANG Feng, LIU Shiliang, et al. Image compressed sensing using convolutional neural network [J]. *IEEE transactions on image processing*, 2020, 29: 375–388.
- [13] YAO Hantao, DAI Feng, ZHANG Shiliang, et al. DR2-Net: deep residual reconstruction network for image compressive sensing[J]. *Neurocomputing*, 2019, 359: 483–493.
- [14] MOUSAVI A, BARANIUK R G. Learning to invert: signal recovery via deep convolutional networks[C]//2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. New Orleans: IEEE, 2017: 2272–2276.
- [15] SAMUEL N, DISKIN T, WIESEL A. Learning to detect[J]. *IEEE transactions on signal processing*, 2019, 67(10): 2554–2564.
- [16] 李晓辉, 王维猛, 黑永强. 基于空频相关的大规模 MIMO-OFDM 系统压缩信道反馈 [J]. 电子与信息学报, 2014, 36(5): 1178–1183.
LI Xiaohui, WANG Weimeng, HEI Yongqiang. Compressed channel feedback for large-scale MIMO-OFDM systems based on space frequency correlation[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2014, 36(5): 1178–1183.
- [17] 张博文. 基于自适应深度神经网络的稀疏线性逆问题研究及其在通信系统中的应用 [D]. 北京: 北京交通大学, 2021: 12–29.
ZHANG Bowen. Research on Sparse Linear Inverse Problem Based on Adaptive Deep Neural Networks and Its Application in Communication Systems [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2021: 12–29.
- [18] QIAN Qipeng, XIONG Fengchao, ZHOU Jun. Deep unfolded iterative shrinkage-thresholding model for hyperspectral unmixing[C]//2019 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Yokohama: IEEE, 2019: 2151–2154.
- [19] VAN LUONG H, JOUKOVSKY B, ELDAR Y C, et al. A deep-unfolded reference-based RPCA network for

- video foreground-background separation[C]//2020 28th European Signal Processing Conference. Amsterdam: IEEE, 2020: 1432–1436.
- [20] LIU Jiaming, SUN Yu, GAN Weijie, et al. Stochastic deep unfolding for imaging inverse problems[C]//2021 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Toronto: IEEE, 2021: 1395–1399.
- [21] 马培旗, 袁玉山, 张宗夕, 等. 基于压缩感知技术三维 MRI 用于半月板损伤 [J]. 中国医学影像技术, 2020, 36(10): 1533–1536.
- MA Peiqi, YUAN Yushan, ZHANG Zongxi, et al. 3D MRI based on compressed sensing technology for meniscus injury[J]. Chinese Medical Imaging Technology, 2020, 36(10): 1533–1536.
- [22] LIU Yiling, LIU Qiegen, ZHANG Minghui, et al. IFR-net: iterative feature refinement network for compressed sensing MRI[J]. *IEEE transactions on computational imaging*, 2020, 6: 434–446.
- [23] SOLOMON O, COHEN R, ZHANG Yi, et al. Deep unfolded robust PCA with application to clutter suppression in ultrasound[J]. *IEEE transactions on medical imaging*, 2020, 39(4): 1051–1063.
- [24] HERSHEY J R, LE ROUX J, WENINGER F. Deep unfolding: model-based inspiration of novel deep architectures[EB/OL]. (2014–09–09)[2020–01–01]. <https://arxiv.org/abs/1409.2574>.
- [25] GREGOR K, LECUN Y. Learning fast approximations of sparse coding[J]. ICML 2010 - proceedings, 27th international conference on machine learning, 2010: 399–406.
- [26] BORGERDING M, SCHNITER P. Onsager-corrected deep learning for sparse linear inverse problems[C]//2016 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing. Washington, DC: IEEE, 2017: 227–231.
- [27] ITO D, TAKABE S, WADAYAMA T. Trainable ISTA for sparse signal recovery[J]. *IEEE transactions on signal processing*, 2019, 67(12): 3113–3125.
- [28] MONTANARI A. Graphical models concepts in compressed sensing[M]//Compressed Sensing. Cambridge: Cambridge University Press, 2012: 394–438.
- [29] BORGERDING M, SCHNITER P, RANGAN S. AMP-inspired deep networks for sparse linear inverse problems[J]. *IEEE transactions on signal processing*, 2017, 65(16): 4293–4308.

作者简介:



邵凯, 副教授, 主要研究方向为智能感知与信息系统、信号与信息智能处理。发表学术论文 40 余篇。



闫力力, 硕士研究生, 主要研究方向为深度学习在压缩感知中的应用。



王光宇, 教授, 主要研究方向为数字信号处理、滤波器组理论。出版学术专著 2 部, 发表学术论文 30 余篇。