



相似度三支决策模糊粗糙集模型的决策代价研究

曾婷, 唐孝, 谭阳, 丁本香

引用本文:

曾婷, 唐孝, 谭阳, 等. 相似度三支决策模糊粗糙集模型的决策代价研究[J]. 智能系统学报, 2020, 15(6): 1068–1078.

ZENG Ting, TANG Xiao, TAN Yang, et al. Decision costs of the similarity three-way decision-theoretic fuzzy rough set model[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2020, 15(6): 1068–1078.

在线阅读 View online: <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201909015>

您可能感兴趣的其他文章

面向混合数据的多伴随三支决策

Multi-adjoint three-way decisions on heterogeneous data

智能系统学报. 2019, 14(6): 1092–1099 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201905048>

三支决策-基于粗糙集与粒计算研究视角

Three-way decisions: research perspectives for rough sets and granular computing

智能系统学报. 2019, 14(6): 1111–1120 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201905039>

概率粗糙集三支决策在线快速计算算法研究

Research on a fast online computing algorithm based on three-way decisions with probabilistic rough sets

智能系统学报. 2018, 13(5): 741–750 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201706047>

广义优势多粒度直觉模糊粗糙集及规则获取

Generalized dominance-based multi-granularity intuitionistic fuzzy rough set and acquisition of decision rules

智能系统学报. 2017, 12(6): 883–888 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201706034>

基于不完备信息系统的三角模糊数决策粗糙集

Triangular fuzzy number decision-theoretic rough sets under incomplete information systems

智能系统学报. 2016, 11(4): 449–458 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201606016>

区间值模糊决策序信息系统的部分一致约简

Partially consistent reduction in interval-valued fuzzy ordered decision information system

智能系统学报. 2016, 11(4): 469–474 <https://dx.doi.org/10.11992/tis.201606013>

微信公众平台



关注微信公众号, 获取更多资讯信息

DOI: 10.11992/tis.201909015

相似度三支决策模糊粗糙集模型的决策代价研究

曾婷^{1,2}, 唐孝^{1,2}, 谭阳^{1,2}, 丁本香^{1,2}

(1. 四川师范大学 数学科学学院, 四川 成都 610066; 2. 四川师范大学 智能信息与量子信息研究所, 四川 成都 610066)

摘要: 在三支决策模糊粗糙集模型中, 一些学者基于相似度三支决策模糊粗糙集模型建立了目标函数来得到最优阈值对 (α, β) 的计算方法, 但在该过程的研究中, 学者并没有在相似度三支决策模糊粗糙集模型中讨论关于决策代价的描述问题。基于模糊信息系统用新的函数来描述决策代价成为计算阈值对 (α, β) 的一种方法, 首先, 在模糊信息系统中, 通过建立一个描述决策代价的函数, 将模糊信息系统中的模糊数与三支决策的决策代价联系在一起; 然后对隶属频率进行拟合, 得到了三支决策中决策代价的数值描述; 最后, 通过两个实例说明了该方法的可行性和适用性。

关键词: 三支决策; 模糊粗糙集; 决策代价; 模糊数; 阈值对; 属性值; 区间值; 多重集
中图分类号: TP18; O23 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2020)06-1068-11

中文引用格式: 曾婷, 唐孝, 谭阳, 等. 相似度三支决策模糊粗糙集模型的决策代价研究 [J]. 智能系统学报, 2020, 15(6): 1068-1078.

英文引用格式: ZENG Ting, TANG Xiao, TAN Yang, et al. Decision costs of the similarity three-way decision-theoretic fuzzy rough set model[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2020, 15(6): 1068-1078.

Decision costs of the similarity three-way decision-theoretic fuzzy rough set model

ZENG Ting^{1,2}, TANG Xiao^{1,2}, TAN Yang^{1,2}, DING Benxiang^{1,2}

(1. School of Mathematical Science, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China; 2. Institute of Intelligent Information and Quantum Information, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China)

Abstract: In the three-way decision-theoretic fuzzy rough set model, several scholars established the objective function based on the similarity three-way decision-theoretic fuzzy rough set model to derive the method for calculating the optimal threshold pair (α, β) . However, during this research, the authors did not discuss the description of the decision costs in the similarity three-way decision-theoretic fuzzy rough set model. The new function describing the decision costs is used in the method for calculating the threshold pair (α, β) based on the fuzzy information system. First, in the fuzzy information system, the fuzzy number is associated with the decision costs of three-way decisions by establishing a function describing the decision costs. Then, the numerical description of the decision costs of three-way decisions is obtained by fitting the membership frequency. Finally, two examples are given to illustrate the feasibility and applicability of the method.

Keywords: three-way decisions; fuzzy rough set; decision costs; fuzzy number; threshold pair; attribute value; interval value; multiset

模糊集用隶属函数描述对象的隶属程度来刻画模糊边界的不分明性。粗糙集用上、下近似刻

画对象间的不可区分关系来对对象进行分类。模糊集和粗糙集都是处理不完全、不确定性信息的重要数学工具, 同时都推广了经典集合论处理不确定性和不精确性问题。两者既有相似性又有区别, 因此不能互相包含、互相取代, 很多人就试图

收稿日期: 2019-09-06.

基金项目: 四川省科技计划资助项目 (2019YJ0529); 四川省教育厅重点项目 (18ZA0410).

通信作者: 唐孝. E-mail: 18242087@qq.com.

将粗糙集和模糊集进行融合。20世纪90年代, Dubois等^[1-2]将粗糙集和模糊集结合在一起,提出了描述不确定性的模糊粗糙集模型。在概率近似空间上, Sun等^[3]提出了粗糙近似模糊概念。Yao等^[4]基于贝叶斯决策近似概念的含义提出了模糊粗糙集。Zhao等^[5]在模糊概率近似空间和区间值模糊概率近似空间的框架下研究了决策粗糙集。

基于决策粗糙集, Yao^[6]提出了三支决策。通过推广贝叶斯决策理论得到了三支决策粗糙集,其考虑的是粗糙集三个成对互不相交的区域,即正域、负域和边界域。之后, Liang等^[7]提出了一系列新的三支决策模型,比如区间值粗糙集三支决策、双重犹豫模糊粗糙集三支决策^[8],基于点算子的直觉模糊粗糙集的三支决策^[9]等。最近, Feng等^[10]基于多粒度模糊近似空间和隶属度算子,将三支决策和变精度粗糙集结合在一起,提出了1型变精度多粒度决策模糊粗糙集模型。随着研究的深入, Deng等^[11]推广了三支近似模糊集决策模型,提出可变的决策理论公式,通过最小化决策代价计算阈值对 (α, β) 。杨雯琳等^[12]建立了基于相似度的三支决策模糊粗糙集最优模型来计算阈值对 (α, β) 。袁锦仪等^[13]基于区间值决策粗糙集模型,从模糊数学的角度得出了更为紧凑的阈值对 (α, β) 的上、下近似。对于多重集值, Zhao等^[14]提出了多重集决策粗糙集模型和多重集模糊决策粗糙集模型来计算损失函数的期望代价。Liang等^[15]将精确值的损失函数概念推广到三角模糊决策粗糙集上来计算决策损失。Lin^[16]基于约束满意度提出了一种解决模糊线性关系的方法,该方法被其他学者用于研究阈值对 (α, β) 。

目前,三支决策已经得到了广泛的应用,而且决策粗糙集理论^[17]是求解三支分类的经典理论之一。因此,三支决策相关的研究成果包括了不同数据模型的决策粗糙集推广,例如:基于代价敏感度量的概率粗糙集三支决策^[18-19]、模糊集三支决策^[8]、区间集三支决策^[20]、邻域三支决策^[21]等。不同模型阈值对确定的方法可能是不同的。邢航^[22]提出的基于构造性覆盖算法的三支决策模型可以根据样本的分布特征自动形成三个域,相比于基于决策粗糙集的三支决策模型,基于构造性覆盖算法的三支决策模型不必人为决定关键参数,能自动形成三个域,使得如何获得决策粗糙集理论模型中损失函数、阈值的取值问题得以解决。徐健锋等^[23]提出了一种基于三支决策代价目标函数间逻辑关系的新型阈值计算方法。

Liu等^[24]为决策理论粗糙集中的阈值参数优化建立了理论和系统的框架,并且提出了一种基于优化的通用方法来确定具有各种语义的决策理论粗糙集的阈值对。

在模糊决策粗糙集模型中,大多数研究是以总体决策代价最小化为目标,得出计算最优阈值对 (α, β) 的方法,其中决策代价是专家给出的,并没有进行进一步的研究。而袁锦仪等^[13]基于区间值模糊决策粗糙集模型,得出了计算决策代价的方法。本文采用了属性值来描述决策代价,用对象间的曼哈顿距离表示决策代价函数,得出最优阈值对 (α, β) 。

1 决策粗糙集模型

本节介绍了多重集的相关概念和基于模糊数的决策粗糙集模型,该模型用区间值来刻画损失代价得到更为紧凑的阈值对 (α, β) 的上、下近似。

1.1 多重集

定义1^[18] 设一个非空论域 U ,在 U 上的一个多重集 M 上定义函数 $C_M: U \rightarrow N$,其中 N 是自然数集, $C_M(x)$ 是 x 的重数, $\forall x \in U$ 。

函数 C_M 称为有限函数,表示每个元素出现的次数。 $\mu(U)$ 表示 U 上的所有多重集族。如果 $\forall x \in U, C_M(x) = 0$,则 M 是一个空的多重集,记为 \emptyset 。多重集有多种表示方式, $M = (x, x, x, y, y, \dots)$, $M = \{(x, C_M(x)) | x \in U, C_M(x) \in N\}$, $M = \sum_{x \in U} \frac{C_M(x)}{x} (U \text{ 是有限集})$ 或 $M = \int \frac{C_M(x)}{x} (U \text{ 是无限集})$ 。

定义2^[14] 在 $\mu_F([0, 1])$ 上,多重集 $M = \{(x, C_M(x)) | x \in [0, 1], C_M(x) \in N\}$, M 的长度定义为: $\|M\|_p = \left(\sum_x C_M(x) \cdot x^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \geq 1$ 。

常用的长度有:曼哈顿长度,即 $\|M\|_1 = \sum C_M(x) \cdot x$;欧几里得长度,即 $\|M\|_2 = \left(\sum_x C_M(x) \cdot x^2 \right)^{\frac{1}{2}}$;无限长度,即 $\|M\|_\infty = \max_x \{C_M(x) \cdot x\}$ 。

1.2 基于模糊数的决策粗糙集模型

Yao等^[4]基于贝叶斯决策过程,提出决策理论粗糙集模型,该模型利用状态集 $O = \{A, A^c\}$ 和动作集 $a = \{a_e, a_b, a_r\}$ 来描述决策过程,其中状态集 $O = \{A, A^c\}$ 中的元素分别表示某事件属于 A 和不属于 A ,动作集 $a = \{a_e, a_b, a_r\}$ 中的元素分别表示将对象 x 划分到正域、边界域和负域。

对象 x 采取3个行动之一引起的实际代价 $R(a_e|[x]), R(a_b|[x]), R(a_r|[x])$ 分别为

- 1) $R(a_e|[x]) = \lambda_{ep} \cdot P(A|[x]) + \lambda_{en} \cdot P(A^c|[x])$
- 2) $R(a_b|[x]) = \lambda_{bp} \cdot P(A|[x]) + \lambda_{bn} \cdot P(A^c|[x])$
- 3) $R(a_r|[x]) = \lambda_{rp} \cdot P(A|[x]) + \lambda_{rn} \cdot P(A^c|[x])$

式中: λ_{ep} 、 λ_{bp} 、 λ_{rp} 分别表示当 $x \in A$ 采取行动 a_e 、 a_b 、 a_r 时的决策代价; λ_{en} 、 λ_{bn} 、 λ_{rn} 分别表示当 $x \notin A$ 采取行动 a_e 、 a_b 、 a_r 时的决策代价; $P(A|[x])$ 表示 $x \in A$ 的条件概率, $P(A^c|[x])$ 表示 $x \notin A$ 的条件概率。

所以, 总体决策代价为 $R = \sum_{x \in U} R(a|[x]) = \sum_{x \in U} \lambda_{ap} \cdot P(A|[x]) + \lambda_{an} \cdot P(A^c|[x])$ 。

根据贝叶斯决策准则, 要使总体决策代价达到最小, 则需要采取行动的代价最小, 即决策规则为:

- 1) 如果 $R(a_e|[x]) \leq R(a_b|[x])$ 且 $R(a_e|[x]) \leq R(a_r|[x])$, 则采取接受决策;
- 2) 如果 $R(a_b|[x]) \leq R(a_e|[x])$ 且 $R(a_b|[x]) \leq R(a_r|[x])$, 则采取延迟决策;
- 3) 如果 $R(a_r|[x]) \leq R(a_e|[x])$ 且 $R(a_r|[x]) \leq R(a_b|[x])$, 则采取拒绝决策。

可以计算出阈值对 (α, β) 为 $\left(\frac{\lambda_{an} - \lambda_{bn}}{(\lambda_{an} - \lambda_{bn}) + (\lambda_{bp} - \lambda_{ap})}, \frac{\lambda_{bn} - \lambda_{rn}}{(\lambda_{bn} - \lambda_{rn}) + (\lambda_{rp} - \lambda_{bp})} \right)$ 。

定义 3^[13] 设论域 U 上的模糊数为 F , 如果 F 的隶属度函数 $\mu_F: U \rightarrow [0, 1]$ 表示为

$$\mu_F = \begin{cases} 0, & x < r_1 \\ \frac{x - r_1}{r_2 - r_1}, & r_1 \leq x < r_2 \\ 1, & r_2 \leq x < r_3 \\ \frac{r_4 - x}{r_4 - r_3}, & r_3 \leq x < r_4 \\ 0, & x \geq r_4 \end{cases}$$

则称 $M = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ 为梯形模糊数。

设一组决策代价 $\lambda_{ep} = [\lambda_{ep}^L, \lambda_{ep}^U]$, $\lambda_{bp} = [\lambda_{bp}^L, \lambda_{bp}^U]$, $\lambda_{rp} = [\lambda_{rp}^L, \lambda_{rp}^U]$, $\lambda_{en} = [\lambda_{en}^L, \lambda_{en}^U]$, $\lambda_{bn} = [\lambda_{bn}^L, \lambda_{bn}^U]$, $\lambda_{rn} = [\lambda_{rn}^L, \lambda_{rn}^U]$ 。设 λ_{**} 为某个状态决策动作的决策代价, 模糊统计方法如下:

- 1) 设在一次统计中, n 位专家给出了 n 个区间值 $\lambda_{**} = [\lambda_{**}^L, \lambda_{**}^U]$;
- 2) 找出 n 个区间值中的最小值 λ_{\min} 和最大值 λ_{\max} , 以 λ_{\min} 为起点, λ_{\max} 为终点, $\frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{k}$ 为长度 ($k \in N^*$), 作 k 个区间的划分;
- 3) 计算每个区间的隶属频率 $f = \frac{m}{n}$, 其中 n 为随机选择的样本总数, m 为区间样本覆盖 λ_{**} 的频数;
- 4) 以实数 x 为横坐标, 隶属频率为纵坐标, 绘出 λ_{**} 的模糊分布曲线。
- 5) 对该模糊分布左右两边的曲线进行直线拟合, 得到一个梯形分布函数。

设决策代价 λ_{**} 的梯形模糊数为 M_{**} , 即

$$\begin{aligned} M_{ep} &= (r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}) \\ M_{bp} &= (r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}) \\ M_{rp} &= (r_{31}, r_{32}, r_{33}, r_{34}) \\ M_{en} &= (s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}) \\ M_{bn} &= (s_{21}, s_{22}, s_{23}, s_{24}) \\ M_{rn} &= (s_{31}, s_{32}, s_{33}, s_{34}) \end{aligned}$$

可以得到 α 、 β 的模糊分布为

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{1}{1 + \frac{r_{24} - r_{11}}{s_{31} - s_{24}}}, \frac{1}{1 + \frac{r_{23} - r_{12}}{s_{32} - s_{23}}}, \frac{1}{1 + \frac{r_{22} - r_{13}}{s_{33} - s_{22}}}, \frac{1}{1 + \frac{r_{21} - r_{14}}{s_{34} - s_{21}}} \right) \\ \beta &= \left(\frac{1}{1 + \frac{r_{34} - r_{21}}{s_{21} - s_{14}}}, \frac{1}{1 + \frac{r_{33} - r_{22}}{s_{22} - s_{13}}}, \frac{1}{1 + \frac{r_{32} - r_{23}}{s_{23} - s_{12}}}, \frac{1}{1 + \frac{r_{31} - r_{24}}{s_{24} - s_{11}}} \right) \end{aligned}$$

设 $M = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ 是梯形模糊数, $\alpha = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, $\beta = (b_1, b_2, b_3, b_4)$, 用模糊满意度^[16]来比较两个模糊数的大小, η -水平截集的左右断点分别记为 α_η^L 、 α_η^U 、 β_η^L 、 β_η^U , 则 $\alpha_\eta^L = a_2\eta + a_1(1-\eta)$, $\alpha_\eta^U = a_3\eta + a_4(1-\eta)$, $\beta_\eta^L = b_2\eta + b_1(1-\eta)$, $\beta_\eta^U = b_3\eta + b_4(1-\eta)$ 。

2 基于三支决策模糊粗糙集模型的决策代价

在文献[12]中只是给出了最优阈值对 (α, β) 关于决策代价的表示, 并没有讨论决策代价的问题。文献[14]在多重集中用了重数刻画决策代价, 那么在三支决策的模糊粗糙集模型中也可以用属性值来刻画决策代价。对比文献[13]计算决策代价的方法, 本文用对象间的曼哈顿距离表示决策代价函数, 再进行模糊统计, 提出了一种基于相似度三支决策模糊粗糙集模型的计算决策代价的方法。

定义 4 设模糊信息系统 $\Omega = (U, A, V, f)$, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 是属性集, $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是对象集, $V = \{V_a | a \in A\} = (v_{ij})_{n \times m}$ 是属性值集, V_a 是一个隶属函数值, 则每个对象在每个属性下相对于其他对象的

距离为 $\text{dis}_{ij} = \left[\frac{\sum_{k=1}^n |v_{ij} - v_{kj}|^p}{n} \right]^{1/p}$, 其中 $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$, 则对象对相应属性的距离 $D = (\text{dis}_{ij}^p)_{n \times m}$ 。

常用的距离有:

$$\text{曼哈顿距离: } \text{dis}_{ij}^1 = \frac{\sum_{k=1}^n |v_{ij} - v_{kj}|}{n}$$

$$\text{欧氏距离: } \text{dis}_{ij}^2 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n |v_{ij} - v_{kj}|^2}{n}}$$

切比雪夫距离: $\text{dis}_{ij}^m = \max_{1 \leq k \leq n} \{|v_{ij} - v_{kj}|\}$

定义 5 在 $\Omega = (U, A, V, f)$ 中, 决策代价函数 $\lambda_*: D \rightarrow \lambda_*(D)$, λ_* 为决策动作的决策代价:

- 1) 接受决策: $\lambda_e(D) = 1 - D$ 。
- 2) 延迟决策: $\lambda_b(D) = |0.5 - D|$ 。
- 3) 拒绝决策: $\lambda_r(D) = D$ 。

当采取接受决策时, 需要付出的决策代价为产生错误决策的决策代价, $\lambda_e(D) = 1 - D$; 当采取延迟决策时, 未做任何决策, 保留了对象的不确定性, $\lambda_b(D) = |0.5 - D|$; 当采取拒绝决策时, 需要付出的决策代价为 $\lambda_r(D) = D$ 。

模糊统计方法如下:

设某个决策动作的决策代价组 $\lambda_* = (\lambda_*^1, \lambda_*^2, \dots, \lambda_*^m)$, λ_*^l 表示第 l 个属性的决策代价。

1) 在一个模糊信息系统 $\Omega = (U, A, V, f)$ 中, 计算每个对象在每个属性下相对于其他对象的距离 (此处用曼哈顿距离 $\text{dis}_{ij}^1 = \frac{\sum_{k=1}^n |v_{ij} - v_{kj}|}{n}$), 得到关于决策代价的曼哈顿距离 $D = (\text{dis}_{ij}^1)_{n \times m}$, 其中 $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$;

2) 计算决策代价函数 $\lambda_*(D)$;

3) 找出 n 个值中的最小值 λ_{\min} 和最大值 λ_{\max} , 以 $\lambda_{\min} - \delta - \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{2k}$ 为起点, $\lambda_{\max} + \delta + \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{2k}$ 为终点, $\frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{k}$ 为区间长度 ($k \in N^*$), 划分为 $k+1$ 个区间, 其中 δ 为邻域值;

4) 计算每个动作在不同属性下的隶属频率 $f = \frac{m}{n}$, 其中 n 为随机选择的样本总数, m 为区间样本覆盖某个值的 δ 邻域的频数;

5) 以实数 x 为横坐标, 隶属频率为纵坐标, 对点进行曲线拟合, 取决策动作在每个属性下曲线最高点的横坐标, 得到一个不同属性下的决策代价组;

6) 某个决策动作的决策代价即为

$$\lambda_* = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^m \lambda_*^{l^2}}{m}}$$

3 实例分析

实验采用的配置如下: CPU 为 Intel(R) Celeron(R) CPU 1007U @ 1.5 GHz, 4.0 GB 内存, 软件是 64 位 MATLAB R2014a。

基于文献 [12] 的模糊信息系统实例来分析本文基于三支决策模糊粗糙集模型的决策代价。

例 1 $\Omega = (U, A, V, f)$ 是一个模糊信息系统, 如

表 1 所示。其中, 对象集合 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_8\}$, 属性集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_4\}$, $\forall a \in A, \forall x \in U$, 对象的隶属度为 $\mu_a(x) \in [0, 1]$ 。

表 1 模糊信息系统
Table 1 Fuzzy information system

$U \setminus A$	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	0.1	0.8	0.9	0.8
x_2	1.0	0.1	0.3	0.2
x_3	0.6	0.3	0.8	0.4
x_4	0.1	0.6	0.9	0.6
x_5	0.2	0.9	0.9	0.5
x_6	0.5	0.2	0.7	0.3
x_7	0.3	0.9	0.5	0.7
x_8	1.0	0.6	0.2	0.1

计算每个对象在每个属性下相对于其他对象

的曼哈顿距离 $\text{dis}_{ij}^1 = \frac{\sum_{k=1}^8 |v_{ij} - v_{kj}|}{8}$, 其中, $i = 1, 2, \dots, 8$; $j = 1, 2, \dots, 4$, 得到的关于决策代价的曼哈顿距离 $D = (\text{dis}_{ij}^1)_{8 \times 4}$ 如表 2 所示。

表 2 曼哈顿距离
Table 2 Manhattan distance

对象	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	0.3750	0.3000	0.2500	0.3500
x_2	0.5250	0.4500	0.3750	0.2750
x_3	0.3250	0.3250	0.2250	0.2000
x_4	0.3750	0.2500	0.2500	0.2250
x_5	0.3250	0.3500	0.2500	0.2000
x_6	0.3000	0.3750	0.2250	0.2250
x_7	0.3000	0.3500	0.2750	0.2750
x_8	0.5250	0.2500	0.4500	0.3500

计算当采取接受决策时的决策代价 $\lambda_e(D) = 1 - D$, 则得到接受决策的决策代价如表 3 所示。

表 3 接受决策的决策代价
Table 3 Decision costs of accepting the decision

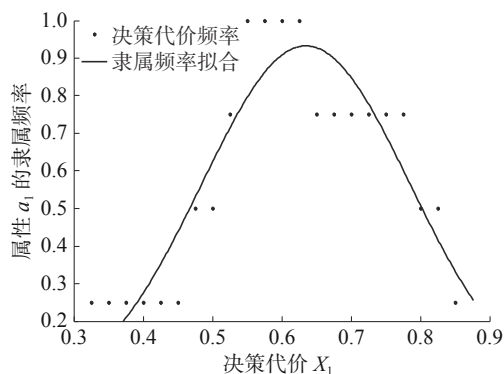
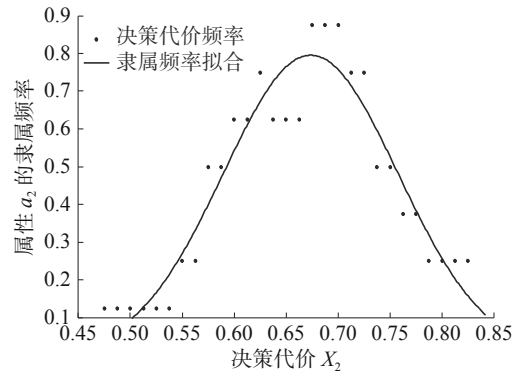
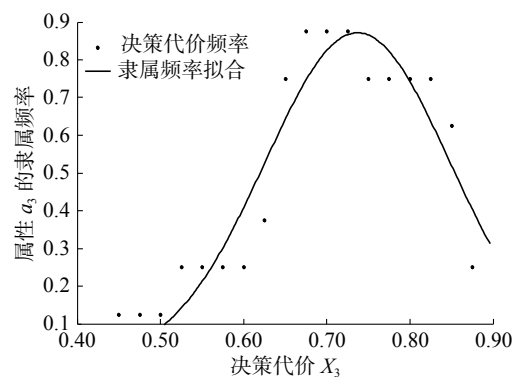
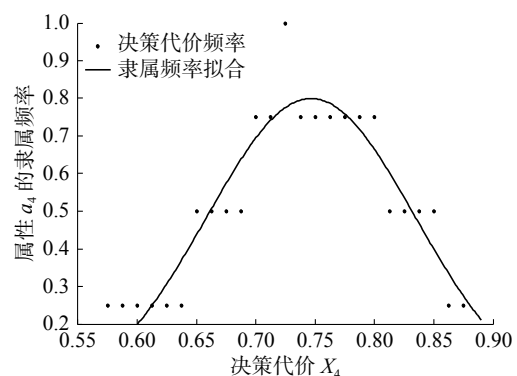
对象	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	0.6250	0.7000	0.7500	0.6500
x_2	0.4750	0.5500	0.6250	0.7250
x_3	0.6750	0.6750	0.7750	0.8000
x_4	0.6250	0.7500	0.7500	0.7750
x_5	0.6750	0.6500	0.7500	0.8000
x_6	0.7000	0.6250	0.7750	0.7750
x_7	0.7000	0.6500	0.7250	0.7250
x_8	0.4750	0.7500	0.5500	0.6500

接受决策的决策代价在属性 a_1 下的最小值为 0.475, 最大值为 0.7, 取 $\delta = 0.15$, 以 0.3125 为起点, 0.8625 为终点, 0.025 为区间长度, 划分为 22 个区间。接受决策属性 a_1 的决策代价频率分布如表 4 所示。

表 4 属性 a_1 决策代价频率分布Table 4 Attribute a_1 decision costs frequency distribution

序号	区间	频数	频率
1	[0.312 5, 0.337 5]	2	0.2500
2	[0.337 5, 0.362 5]	2	0.2500
3	[0.362 5, 0.387 5]	2	0.2500
4	[0.387 5, 0.412 5]	2	0.2500
5	[0.412 5, 0.437 5]	2	0.2500
6	[0.437 5, 0.462 5]	2	0.2500
7	[0.462 5, 0.487 5]	4	0.5000
8	[0.487 5, 0.512 5]	4	0.5000
9	[0.512 5, 0.537 5]	6	0.7500
10	[0.537 5, 0.562 5]	8	1.0000
11	[0.562 5, 0.587 5]	8	1.0000
12	[0.587 5, 0.612 5]	8	1.0000
13	[0.612 5, 0.637 5]	8	1.0000
14	[0.637 5, 0.662 5]	6	0.7500
15	[0.662 5, 0.687 5]	6	0.7500
16	[0.687 5, 0.712 5]	6	0.7500
17	[0.712 5, 0.737 5]	6	0.7500
18	[0.737 5, 0.762 5]	6	0.7500
19	[0.762 5, 0.787 5]	6	0.7500
20	[0.787 5, 0.812 5]	4	0.5000
21	[0.812 5, 0.837 5]	4	0.5000
22	[0.837 5, 0.862 5]	2	0.2500

以决策代价 x_1 为横坐标, 隶属频率为纵坐标, 对点进行曲线拟合, 接受决策的决策代价在属性 a_1 下的隶属频率拟合曲线如图 1 所示。图 2~4 分别是接受决策在属性 a_2 、 a_3 、 a_4 下的隶属频率拟合曲线。

图 1 接受决策属性 a_1 频率分布拟合曲线Fig. 1 Accept the decision attribute a_1 frequency distribution fitting curve图 2 接受决策属性 a_2 频率分布拟合曲线Fig. 2 Accept the decision attribute a_2 frequency distribution fitting curve图 3 接受决策属性 a_3 频率分布拟合曲线Fig. 3 Accept the decision attribute a_3 frequency distribution fitting curve图 4 接受决策属性 a_4 频率分布拟合曲线Fig. 4 Accept the decision attribute a_4 frequency distribution fitting curve

以上各个拟合曲线取最高点的横坐标作为该决策动作不同属性下的决策代价, 得到接受决策在属性 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 下的决策代价分别为 0.6347、0.6738、0.737、0.7465, 因此接受决策的决策代价组为 $\lambda_e = (0.6347, 0.6738, 0.7370, 0.7465)$ 。同理, 对延迟决策和拒绝决策按照以上步骤处理, 得到延迟决策的决策代价组为 $\lambda_b = (0.1459, 0.1741, 0.2378, 0.2465)$, 拒绝决策的决策代价组为 $\lambda_r = (0.3653,$

0.326 2, 0.263 0, 0.253 5)。

对3个决策代价组分别求欧氏距离 λ_* =

$\sqrt{\frac{\sum_{l=1}^4 \lambda_*^{l^2}}{4}}$, 得到3个决策动作的决策代价分别为 $\lambda_e = 0.699\ 5$, $\lambda_b = 0.205\ 5$, $\lambda_r = 0.305\ 5$ 。所以, $\alpha = \frac{\lambda_e + 0.5\lambda_b}{\lambda_e + \lambda_b} = 0.886$, $\beta = \frac{0.5\lambda_b}{\lambda_b + \lambda_r} = 0.201$ 。

通过比较文献[12]与本文的结果,可以看出本文计算得出的阈值对是合理的。表5给出了文献[12]与本文计算得出的阈值对。

表5 文献[12]与本文的阈值对比

Table 5 Comparison of the threshold pair between Ref. [12] and this study

阈值	文献[12]	本文
α	0.829	0.886
β	0.219	0.201

例2 $\Omega = (U, A, V, f)$ 是一个模糊信息系统,如表6所示。其中,对象集合 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$, 属性集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $\forall a \in A, \forall x \in U$, 对象的隶属度为 $\mu_a(x) \in [0, 1]$ (数据来源 UCI: Connectionist Bench (Sonar, Mines vs. Rocks))。

表6 联结主义数据
Table 6 Connectionist data

$U \setminus A$	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	0.208 6	1.000 0	0.921 2	0.870 3
x_2	1.000 0	0.086 4	0.372 4	0.286 3
x_3	0.594 6	0.231 4	0.103 6	0.389 4
x_4	0.248 4	0.744 0	0.816 9	0.694 2
x_5	0.134 8	0.862 6	0.854 7	0.662 7
x_6	0.526 8	0.296 9	0.516 3	0.187 3
x_7	0.510 0	0.731 0	0.413 4	0.689 8
x_8	0.711 5	0.175 7	0.142 8	0.143 6
x_9	0.887 8	0.133 1	0.044 0	0.320 4
x_{10}	1.000 0	0.535 6	0.527 1	0.530 8

计算每个对象在每个属性下相对于其他对象

的曼哈顿距离 $\text{dis}_{ij}^1 = \frac{\sum_{k=1}^{10} |v_{ij} - v_{kj}|}{10}$, $i = 1, 2, \dots, 10, j = 1,$

$2, \dots, 4$, 得到的关于决策代价的曼哈顿距离 $D = (\text{dis}_{ij}^1)_{10 \times 4}$ 如表7所示。

计算接受决策的决策代价 $\lambda_e(D) = 1 - D$, 得到接受决策的决策代价如表8所示。

表7 曼哈顿距离

Table 7 Manhattan distance

对象	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	0.388 4	0.520 3	0.450 0	0.392 8
x_2	0.417 7	0.393 3	0.264 2	0.239 5
x_3	0.256 5	0.308 1	0.379 6	0.212 1
x_4	0.364 5	0.339 3	0.374 1	0.251 9
x_5	0.447 5	0.410 4	0.396 8	0.238 5
x_6	0.256 5	0.295 0	0.256 0	0.298 9
x_7	0.259 9	0.334 1	0.256 0	0.249 3
x_8	0.279 9	0.330 4	0.356 0	0.333 9
x_9	0.350 4	0.355 9	0.427 2	0.225 9
x_{10}	0.417 7	0.295 0	0.258 2	0.212 1

表8 接受决策的决策代价

Table 8 Decision costs of accepting the decision

对象	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	0.611 6	0.479 7	0.550 0	0.607 2
x_2	0.582 3	0.606 7	0.735 8	0.760 5
x_3	0.743 5	0.691 9	0.620 4	0.787 9
x_4	0.635 5	0.660 7	0.625 9	0.748 1
x_5	0.552 5	0.589 6	0.603 2	0.761 5
x_6	0.743 5	0.705 0	0.744 0	0.701 1
x_7	0.740 1	0.665 9	0.744 0	0.750 7
x_8	0.720 1	0.669 6	0.644 0	0.666 1
x_9	0.649 6	0.644 1	0.572 8	0.774 1
x_{10}	0.582 3	0.705 0	0.741 8	0.787 9

接受决策的决策代价在属性 a_1 下的最小值为 0.552 5, 最大值为 0.743 5, 取 $\delta = 0.070\ 5$, 以 0.475 36 为起点, 0.820 64 为终点, 0.013 28 为区间长度, 划分为 26 个区间。其频率分布如表9所示。

表9 属性 a_1 决策代价频率分布

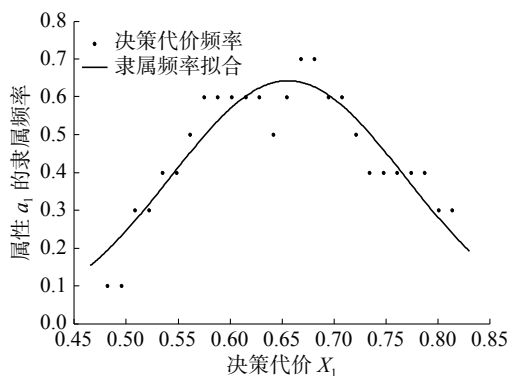
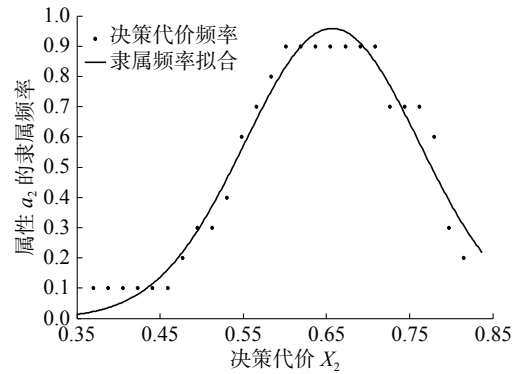
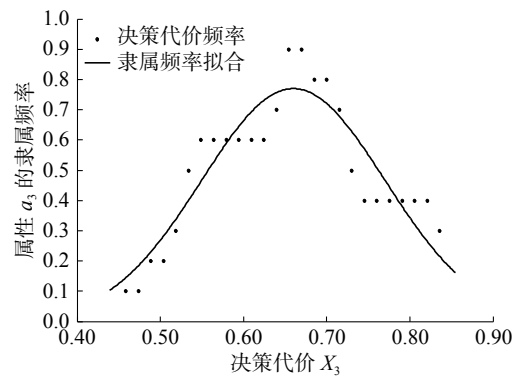
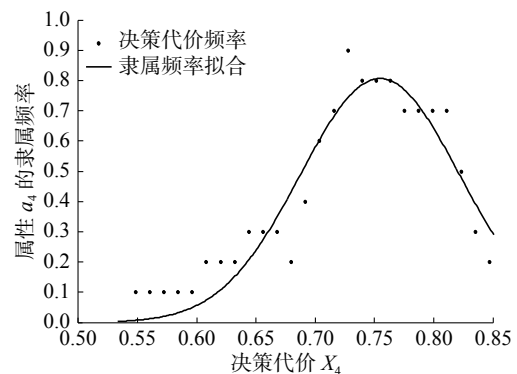
Table 9 Attribute a_1 decision costs frequency distribution

序号	区间	频数	频率
1	[0.475 36, 0.488 64]	1	0.1
2	[0.488 64, 0.501 92]	1	0.1
3	[0.501 92, 0.515 2]	3	0.3

续表 9

序号	区间	频数	频率
4	[0.515 2,0.528 48]	3	0.3
5	[0.528 48,0.541 76]	4	0.4
6	[0.541 76,0.555 04]	4	0.4
7	[0.555 04,0.568 32]	5	0.5
8	[0.568 32,0.581 6]	6	0.6
9	[0.581 6,0.594 88]	6	0.6
10	[0.594 88,0.608 16]	6	0.6
11	[0.608 16,0.621 44]	6	0.6
12	[0.621 44,0.634 72]	6	0.6
13	[0.634 72,0.648]	5	0.5
14	[0.648,0.661 28]	6	0.6
15	[0.661 28,0.674 56]	7	0.7
16	[0.674 56,0.687 84]	7	0.7
17	[0.687 84,0.701 12]	6	0.6
18	[0.701 12,0.714 4]	6	0.6
19	[0.714 4,0.727 68]	5	0.5
20	[0.727 68,0.740 96]	4	0.4
21	[0.740 96,0.754 24]	4	0.4
22	[0.754 24,0.767 52]	4	0.4
23	[0.767 52,0.780 8]	4	0.4
24	[0.780 8,0.794 08]	4	0.4
25	[0.794 08,0.807 36]	3	0.3
26	[0.807 36,0.820 64]	3	0.3

以决策代价 x_1 为横坐标, 隶属频率为纵坐标, 对点进行曲线拟合, 接受决策的决策代价在属性 a_1 下的隶属频率拟合曲线如图 5 所示。图 6~8 分别是接受决策在属性 a_2 、 a_3 、 a_4 下的隶属频率拟合曲线。

图 5 接受决策属性 a_1 频率分布拟合曲线Fig. 5 Accept the decision attribute a_1 frequency distribution fitting curve图 6 接受决策属性 a_2 频率分布拟合曲线Fig. 6 Accept the decision attribute a_2 frequency distribution fitting curve图 7 接受决策属性 a_3 频率分布拟合曲线Fig. 7 Accept the decision attribute a_3 frequency distribution fitting curve图 8 接受决策属性 a_4 频率分布拟合曲线Fig. 8 Accept the decision attribute a_4 frequency distribution fitting curve

以上各个拟合曲线取最高点的横坐标作为该决策动作不同属性下的决策代价, 得到接受决策在属性 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 下的决策代价分别为 0.6557、0.6568、0.6599、0.7546, 因此接受决策的决策代价组为 $\lambda_e = (0.6557, 0.6568, 0.6599, 0.7546)$ 。同理, 对延迟决策和拒绝决策按照以上步骤处理, 得到延迟决策的决策代价组为 $\lambda_b = (0.1549, 0.1575, 0.1592, 0.2546)$, 拒绝决策的决策代价组为 $\lambda_r = (0.3443,$

0.343 3, 0.340 1, 0.245 4)。

对 3 个决策代价组分别求欧氏距离 λ_* =

$\sqrt{\frac{\sum_{l=1}^4 \lambda_*^{l^2}}{4}}$, 得到 3 个决策动作的决策代价分别为 $\lambda_e = 0.683\ 0, \lambda_b = 0.186\ 4, \lambda_r = 0.321\ 0$ 。所以, $\alpha = \frac{\lambda_e + 0.5\lambda_b}{\lambda_e + \lambda_b} = 0.892\ 8, \beta = \frac{0.5\lambda_b}{\lambda_b + \lambda_r} = 0.183\ 7$ 。

例 3 $\Omega = (U, A, V, f)$ 是一个模糊信息系统, 如表 10 所示。其中, 对象集合 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$, 属性集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, $\forall a \in A, \forall x \in U$, 对象的隶属度为 $\mu_a(x) \in [0, 1]$ (数据来源 UCI: Ionosphere)。

表 10 逸散层数据
Table 10 Lonosphere data

Ω	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0.101 35	0	0.547 30	0.310 81	0.371 62
x_2	0.284 09	0.681 82	0.306 82	0.643 94	0.590 91
x_3	1.000 0	0.921 06	0.771 52	0.527 98	0.529 40
x_4	0.473 68	0.831 55	0.684 21	0.684 21	0.842 11
x_5	0.393 94	0.454 55	0.636 36	0.212 12	0.561 56
x_6	0.681 98	0.466 43	0.257 95	1.000 0	0.186 81
x_7	0.353 46	0.681 95	0.557 17	0.618 36	0.422 71
x_8	0.975 13	1.000 0	0.992 90	0.957 37	0.978 69
x_9	0.744 68	0.885 42	0.872 34	0.730 50	0.957 45
x_{10}	0.436 36	0.181 82	0.345 45	0.290 91	0.200 00

计算每个对象在每个属性下相对于其他对象

的曼哈顿距离 $\text{dis}_{ij}^1 = \frac{\sum_{k=1}^{10} |v_{ij} - v_{kj}|}{10}$, $i = 1, 2, \dots, 10, j = 1, 2, \dots, 5$, 得到的关于决策代价的曼哈顿距离 $D = (\text{dis}_{ij}^1)_{10 \times 5}$, 如表 11 所示。

表 11 曼哈顿距离
Table 11 Manhattan distance

$U \setminus S$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0.443 1	0.610 5	0.196 2	0.310 5	0.263 8
x_2	0.296 9	0.253 5	0.300 2	0.205 6	0.227 9
x_3	0.455 5	0.326 4	0.238 8	0.223 7	0.222 0
x_4	0.230 6	0.283 5	0.203 8	0.213 6	0.328 4
x_5	0.239 1	0.301 4	0.194 3	0.385 5	0.222 0
x_6	0.272 3	0.296 6	0.339 3	0.402 4	0.377 3
x_7	0.255 3	0.253 5	0.194 3	0.205 6	0.243 4
x_8	0.435 6	0.389 5	0.395 7	0.368 3	0.414 6
x_9	0.297 4	0.305 0	0.299 3	0.232 2	0.397 6
x_{10}	0.230 6	0.465 0	0.277 0	0.322 5	0.366 8

计算接受决策的决策代价 $\lambda_e(D) = 1 - D$, 得到接受决策的决策代价如表 12 所示。

表 12 接受决策的决策代价

Table 12 Decision costs of accepting the decision

对象	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0.556 9	0.389 5	0.803 8	0.689 5	0.736 2
x_2	0.703 1	0.746 5	0.699 8	0.794 4	0.772 1
x_3	0.544 5	0.673 6	0.761 2	0.776 3	0.778 0
x_4	0.769 4	0.716 5	0.796 2	0.786 4	0.671 6
x_5	0.760 9	0.698 6	0.805 7	0.614 5	0.778 0
x_6	0.727 7	0.703 4	0.660 7	0.597 6	0.622 7
x_7	0.744 7	0.746 5	0.805 7	0.794 4	0.756 6
x_8	0.564 4	0.610 5	0.604 3	0.631 7	0.585 4
x_9	0.702 6	0.695 0	0.700 7	0.767 8	0.602 4
x_{10}	0.769 4	0.535 0	0.723 0	0.677 5	0.633 2

接受决策的决策代价在属性 a_1 下的最小值为 0.544 5, 最大值为 0.769 4, 取 $\delta = 0.138\ 3$, 以 0.393 665 为起点, 0.920 135 为终点, 0.025 07 为区间长度, 划分 21 个区间。其频率分布如表 13 所示。

表 13 属性 a_1 决策代价频率分布

Table 13 Attribute a_1 decision costs frequency distribution

序号	区间	频数	频率
1	[0.393 665, 0.418 735]	2	0.2
2	[0.418 735, 0.443 805]	3	0.3
3	[0.443 805, 0.468 875]	3	0.3
4	[0.468 875, 0.493 945]	3	0.3
5	[0.493 945, 0.519 015]	3	0.3
6	[0.519 015, 0.544 085]	3	0.3
7	[0.544 085, 0.569 155]	5	0.5
8	[0.569 155, 0.594 225]	6	0.6
9	[0.594 225, 0.619 295]	7	0.7
10	[0.619 295, 0.644 365]	10	1.0
11	[0.644 365, 0.669 435]	10	1.0
12	[0.669 435, 0.694 505]	10	1.0
13	[0.694 505, 0.719 575]	9	0.9
14	[0.719 575, 0.744 645]	7	0.7
15	[0.744 645, 0.769 715]	7	0.7
16	[0.769 715, 0.794 785]	7	0.7
17	[0.794 785, 0.819 855]	7	0.7
18	[0.819 855, 0.844 925]	7	0.7
19	[0.844 925, 0.869 995]	5	0.5
20	[0.869 995, 0.895 065]	4	0.4
21	[0.895 065, 0.920 135]	3	0.3

以决策代价 x 为横坐标, 隶属频率为纵坐标, 对点进行曲线拟合, 接受决策的决策代价在属性 a_1 下的隶属频率拟合曲线如图9所示。图10~13分别是接受决策在属性 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 下的隶属频率拟合曲线。

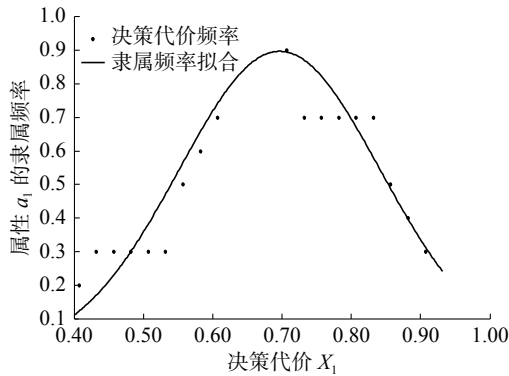


图9 接受决策属性 a_1 频率分布拟合曲线

Fig. 9 Accept the decision attribute a_1 frequency distribution fitting curve

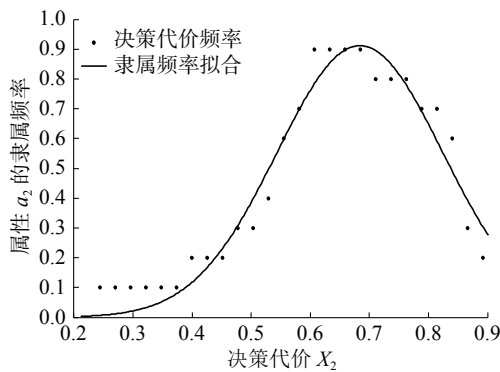


图10 接受决策属性 a_2 频率分布拟合曲线

Fig. 10 Accept the decision attribute a_2 frequency distribution fitting curve

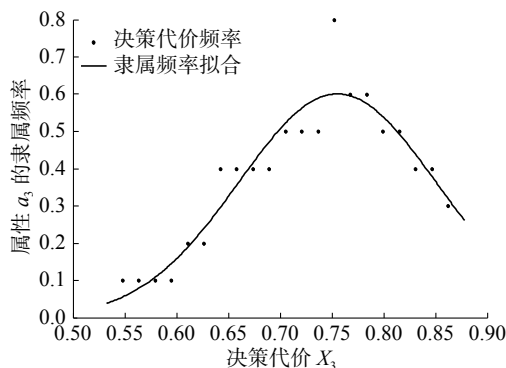


图11 接受决策属性 a_3 频率分布拟合曲线

Fig. 11 Accept the decision attribute a_3 frequency distribution fitting curve

以上各个拟合曲线取最高点的横坐标作为该决策动作不同属性下的决策代价, 得到接受决策在属性 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 下的决策代价分别为 0.6966、0.6840、0.7552、0.7272、0.7077, 因此接受

决策的决策代价组为 $\lambda_e = (0.6966, 0.6840, 0.7552, 0.7272, 0.7077)$ 。同理, 对延迟决策和拒绝决策按照以上步骤处理, 得到延迟决策的决策代价组为 $\lambda_b = (0.2025, 0.1872, 0.2552, 0.2272, 0.2077)$, 拒绝决策的决策代价组为 $\lambda_r = (0.3033, 0.3160, 0.2447, 0.2729, 0.2923)$ 。

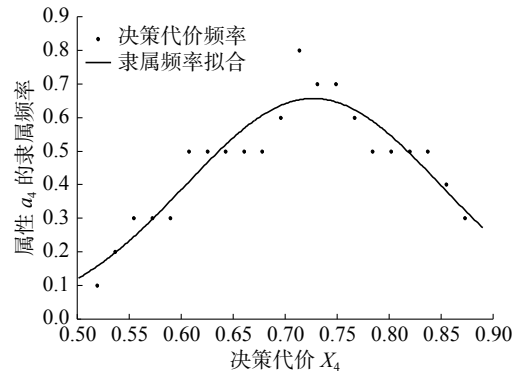


图12 接受决策属性 a_4 频率分布拟合曲线

Fig. 12 Accept the decision attribute a_4 frequency distribution fitting curve

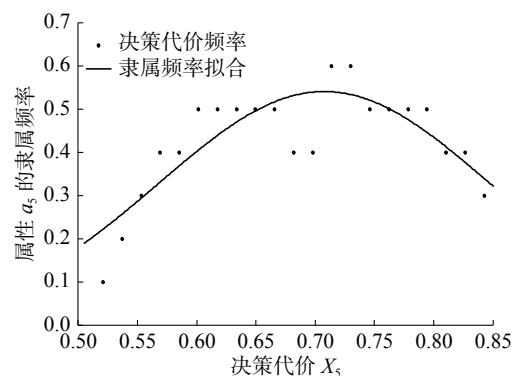


图13 接受决策属性 a_5 频率分布拟合曲线

Fig. 13 Accept the decision attribute a_5 frequency distribution fitting curve

对3个决策代价组分别求欧氏距离 $\lambda_e =$

$$\sqrt{\frac{\sum_{l=1}^5 \lambda_l^2}{5}}, \text{ 得到3个决策动作的决策代价分别为 } \lambda_e = 0.7146, \lambda_b = 0.2172, \lambda_r = 0.2869。 \text{ 所以, } \alpha = \frac{\lambda_e + 0.5\lambda_b}{\lambda_e + \lambda_b} = 0.8835, \beta = \frac{0.5\lambda_b}{\lambda_b + \lambda_r} = 0.2154。$$

4 结束语

决策粗糙集模型是粗糙集模型的概率拓展, 其通过使用损失函数和贝叶斯决策过程计算阈值对。在区间值决策粗糙集的框架下, 已经研究了最优阈值对 (α, β) 的上、下近似。本文在基于相似度的三支决策模糊粗糙集模型中讨论决策代价, 通过定义函数将模糊信息系统中的模糊数

与三支决策的决策代价联系在一起,通过对隶属频率拟合的过程,得到不同决策动作在不同属性下的决策代价,再计算其欧氏距离,得到不同决策动作的决策代价,代入文献[12]得到的阈值对表达式来计算 (α, β) 。本文只是在基于相似度的三支决策模糊粗糙集模型中讨论决策代价,还有许多其他的模糊粗糙集模型中的决策代价有待研究。

参考文献:

- [1] DUBOIS D, PRADE H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets[J]. *International journal of general systems*, 1990, 17(2/3): 191–209.
- [2] DUBOIS D, PRADE H. Putting rough sets and fuzzy sets together[M]//SŁOWIŃSKI R. *Intelligent Decision Support: Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory*. Dordrecht: Springer, 1992: 203–222.
- [3] SUN Bingzhen, MA Weimin, ZHAO Haiyan. Decision-theoretic rough fuzzy set model and application[J]. *Information sciences*, 2014, 283: 180–196.
- [4] YAO Y Y, WONG S K M. A decision theoretic framework for approximating concepts[J]. *International journal of man-machine studies*, 1992, 37(6): 793–809.
- [5] ZHAO Xuerong, HU Baoqing. Fuzzy and interval-valued fuzzy decision-theoretic rough set approaches based on fuzzy probability measure[J]. *Information sciences*, 2015, 298: 534–554.
- [6] YAO Yiyu. An outline of a theory of three-way decision[C]//*Proceedings of the International Conference on Rough Sets and Current Trends in Computing*. Berlin, Heidelberg, Germany, 2012: 1–17.
- [7] LIANG Decui, LIU Dun. Systematic studies on three-way decisions with interval-valued decision-theoretic rough sets[J]. *Information sciences*, 2014, 276: 186–203.
- [8] LIANG Decui, XU Zeshui, LIU Dun. Three-way decisions based on decision-theoretic rough sets with dual hesitant fuzzy information[J]. *Information sciences*, 2017, 396: 127–143.
- [9] LIANG Decui, XU Zeshui, LIU Dun. Three-way decisions with intuitionistic fuzzy decision-theoretic rough sets based on point operators[J]. *Information sciences*, 2017, 375: 183–201.
- [10] FENG Tao, MI Jusheng. Variable precision multigranulation decision-theoretic fuzzy rough sets[J]. *Knowledge-based systems*, 2016, 91: 93–101.
- [11] DENG Xiaofei, YAO Yiyu. Decision-theoretic three-way approximations of fuzzy sets[J]. *Information sciences*, 2014, 279: 702–715.
- [12] 杨霖琳, 张贤勇, 唐孝, 等. 基于最优相似度三支决策的模糊粗糙集模型[J]. *计算机科学*, 2018, 45(10): 27–32.
YANG Jilin, ZHANG Xianyong, TANG Xiao, et al. Fuzzy rough set model based on three-way decisions of optimal similar degrees[J]. *Computer science*, 2018, 45(10): 27–32.
- [13] 衷锦仪, 叶东毅. 基于模糊数风险最小化的拓展决策粗糙集模型[J]. *计算机科学*, 2014, 41(3): 50–54.
ZHONG Jinyi, YE Dongyi. Extended decision-theoretic rough set models based on fuzzy minimum cost[J]. *Computer science*, 2014, 41(3): 50–54.
- [14] ZHAO Xuerong, HU Baoqing. Three-way decisions with decision-theoretic rough sets in multiset-valued information tables[J]. *Information sciences*, 2020, 507: 684–699.
- [15] LIANG Decui, LIU Dun, PEDRYCZ W, et al. Triangular fuzzy decision-theoretic rough sets[J]. *International journal of approximate reasoning*, 2013, 54(8): 1087–1106.
- [16] LIU Xinwang. Measuring the satisfaction of constraints in fuzzy linear programming[J]. *Fuzzy sets and systems*, 2001, 122(2): 263–275.
- [17] YAO Yiyu, ZHAO Yan. Attribute reduction in decision-theoretic rough set models[J]. *Information sciences*, 2008, 178(17): 3356–3373.
- [18] LI Wentao, XU Weihua. Double-quantitative decision-theoretic rough set[J]. *Information sciences*, 2015, 316: 54–67.
- [19] QIAN Yuhua, ZHANG Hu, SANG Yanli, et al. Multi-granulation decision-theoretic rough sets[J]. *International journal of approximate reasoning*, 2014, 55(1): 225–237.
- [20] ZHANG Hongying, YANG Shuyun, MA Jianmin. Ranking interval sets based on inclusion measures and applications to three-way decisions[J]. *Knowledge-based systems*, 2016, 91: 62–70.
- [21] LI Weiwei, HUANG Zhiqiu, JIA Xiuyi, et al. Neighborhood based decision-theoretic rough set models[J]. *International journal of approximate reasoning*, 2016, 69: 1–17.
- [22] 邢航. 基于构造性覆盖算法的三支决策模型[D]. 合肥: 安徽大学, 2014.
XING Hang. Three-way decisions model based on constructive covering algorithm[D]. Hefei: Anhui University, 2014.
- [23] 徐健锋, 何宇凡, 刘澜. 三支决策代价目标函数的关系及推理研究[J]. *计算机科学*, 2018, 45(6): 176–182.
XU Jianfeng, HE Yufan, LIU Lan. Relationship and reasoning study for three-way decision cost objective func-

tions[J]. *Computer science*, 2018, 45(6): 176–182.

- [24] LIU Jiubing, LI Huaxiong, ZHOU Xianzhong, et al. An optimization-based formulation for three-way decisions[J]. *Information sciences*, 2019, 495: 185–214.

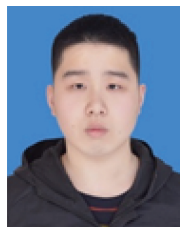
作者简介:



曾婷, 硕士研究生, 主要研究方向为数据挖掘。



唐孝, 副教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为基于不确定性理论的信息处理及应用。发表学术论文20余篇。



谭阳, 硕士研究生, 主要研究方向为数据挖掘。

2021 全球人工智能技术大会 THE GLOBAL ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGY CONFERENCE (2021)

由中国人工智能学会主办的“2021 全球人工智能技术大会”将于 2021 年 5 月 29—30 日在杭州举办。

精于品质, 臻于创新。大会将在“高规格、强阵容”的办会特色基础上, 进一步丰富内容板块, 融入“高层次、高奖励”的人工智能标志赛事“首届全球人工智能技术创新大赛”, 以及“全方位、立体化”展示当前人工智能前沿产品与技术的“2021 全球人工智能技术博览会”。并同期举行“CAAI 国际人工智能会议”、“第六届全国高校人工智能学院院长/系主任论坛”和“CAAI 学术发展与学术期刊建设研讨会”, 以“1+2+3”的模式打造一个无缝链接人工智能全球力量、立体呈现智能科技创新前沿的综合性平台, 进一步促进人工智能领域的技术创新、应用创新、成果转化、产业链协同。

过去五年, 大会汇集人工智能产学研各界领军者, 以国际化、前瞻化、产业化视角, 解析并洞察新一代人工智能发展路径, 为各领域专家搭建百家争鸣的高端平台, 为政府及企业提供智能化、数字化升级的战略支持。

杭州地处长三角“金南翼”, 是国内人工智能研究的起源地之一, 具备平台、科研、人才、产业等多方面优势。随着新一代人工智能发展“杭州高地”的加快构筑, 杭州人工智能产业和科研活力也随之加快释放, 并在长三角一体化发展和带动全国人工智能创新发展方面发挥着积极作用。五月, 我们真诚期待与您在婉约秀丽、风光如画的“数智杭州”共襄盛会。

大会主题: 交叉、融合、相生、共赢

主办单位: 中国人工智能学会

承办单位: 浙江杭州未来科技城管理委员会

地点: 中国杭州

时间: 2021 年 5 月 29 日—5 月 30 日