**DOI**: 10.11992/tis.201810025
**网络出版地址**: http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20190109.1748.006.html

# 融合朴素贝叶斯方法的复杂网络链路预测

王润芳[1], 陈增强[1,2], 刘忠信[1,2]
（1. 南开大学 人工智能学院, 天津 300350; 2. 天津市智能机器人重点实验室, 天津 300350）

**摘　要:** 近来复杂网络成为了众多学者的研究热点。但真实网络中的连边信息并不完整, 不利于网络的分析研究, 链路预测可以挖掘网络中的缺失连边, 为网络重构提供基本依据。本文认为网络中链接的产生不仅受外部因素——共同邻居的影响, 还受其自身因素的影响。其中, 共同邻居的影响可以通过文献中的局部朴素贝叶斯 (LNB) 模型量化, 节点的影响则根据其自身的度量化。本文将两者综合考虑, 提出了融合朴素贝叶斯 (SNB) 模型, 然后用共同邻居 (CN)、Adamic-Adar(AA) 和资源分配 (RA) 指标进行推广。在美国航空网 (USAir) 上的实验结果表明, 该方法的预测准确度比 LNB 和基准方法均有所提高, 从而证明了该方法的有效性。

**关键词:** 复杂网络; 融合朴素贝叶斯模型; 局部朴素贝叶斯模型; 贝叶斯模型; 链路预测; 共同邻居; 节点度; 网络重构
**中图分类号:** TP391　　**文献标志码:** A　　**文章编号:** 1673−4785(2019)01−0099−09

**中文引用格式: 王润芳, 陈增强, 刘忠信. 融合朴素贝叶斯方法的复杂网络链路预测[J]. 智能系统学报, 2019, 14(1): 99–107.**
**英文引用格式: WANG Runfang, CHEN Zengqiang, LIU Zhongxin. Link prediction in complex networks with syncretic naive Bayes methods[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2019, 14(1): 99–107.**

# Link prediction in complex networks with syncretic naive Bayes methods

WANG Runfang[1], CHEN Zengqiang[1,2], LIU Zhongxin[1,2]
(1. College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China; 2. Key Laboratory of Intelligent Robotics of Tianjin, Tianjin 300350, China)

**Abstract**: Recently, complex networks have become a research hotspot. However, edge information in the real network is incomplete, which is not conducive to the analysis and research of the network. Link prediction can provide a fundamental basis for network reconstruction by digging out the missing edges in the network. This paper demonstrates that the generation of links in the network is not only influenced by external factors (common neighbors) but also by its own factors. Among them, the influence of common neighbors can be quantified via the local naive Bayes (LNB) model in the literature, whereas the influence of nodes can be quantified depending on their degree. Therefore, a syncretic naive Bayes (SNB) model is proposed based on comprehensive consideration of the influence of the two abovementioned aspects. The model is then extended to common neighbors, Adamic-Adar, and Resource Allocation methods. Finally, the experimental results on USAir show that the prediction accuracy of the method is higher than that of LNB and the benchmark method, which proves the effectiveness of the SNB model.

**Keywords**: complex network; syncretic naive Bayes model; local naive Bayes model; Bayes model; link prediction; common neighbors; the degree of node; network reconstruction

现代社会中的信息呈爆炸式增长, 使得社会系统极具复杂性。研究表明, 各种系统之间的交互信息可以通过对应的复杂网络表示, 其中, 网络中的节点代表系统中的个体, 连边代表个体之间的关系[1]。网络科学是专门用于研究各种复杂网络系统的定性和定量规律的一门交叉学科[2]。然而, 由于隐私政策和个体设置等原因, 实际获

**收稿日期:** 2018−10−23.　**网络出版日期:** 2019−01−10.
**基金项目:** 国家自然科学基金项目 (61573199, 61573197). 天津市自然科学基金项目 (14JCYBJC18700).
**通信作者:** 陈增强. E-mail: chenzq@nankai.edu.cn.

取的网络连边信息往往是不完整的，加大了网络科学研究的难度。链路预测能够对缺失信息进行还原和预测，是网络科学研究的有力辅助工具，具有重要的理论研究和实际应用价值。一方面，链路预测可以帮助人们理解各种复杂网络的演化机制[3-4]，为不同演化模型的优劣比较提供统一平台；另一方面，链路预测的结果可以指导生物网络中的实验，降低实验成本并提高准确率，还可以建立网络中的推荐系统[5]。

网络中的链路预测，是指如何根据网络中已知的节点和结构信息，预测网络中尚未产生连边的两个节点之间产生连接的可能性[6]，包括未来链接和未知链接的预测，常用的方法可分为两大类：基于相似性的方法和智能方法。

基于相似性方法的一个基本假设是：两个节点越相似，在未来连接的可能性越大，而节点的相似程度可通过相似性指标量化，即根据相似性指标计算相似性得分，得分越高，两个节点越相似。已有相似性指标可分为三大类：基于节点局部信息的方法，如共同邻居 (CN)[7]、Adamic-Adar(AA)[8]和资源分配 (RA)[9]指标等；基于全局路径的方法，如 Katz[7]和局部路径 (LP)[9]等；基于随机游走的方法[10]。

上述方法中，基于节点局部信息的方法运算复杂度最低，且预测准确度较高，因此常被用作基准指标。吕琳媛等[11]对几种基准指标的研究发现，无论是否加权，RA 均表现最好，且无权指标的性能均优于加权指标。由此得出：复杂网络中的弱连接不容忽视，强调弱连接的贡献可以极大提高预测准确度。此外，作者意识到这些指标存在共同缺点，即认为所有共同邻居对于节点对的贡献相同。为此，Liu 等[12]假设每个共同邻居的贡献不同，有些促进链接的产生，有些则抑制，因此共同邻居数量相同的节点对产生链接的概率可能不同。然后将朴素贝叶斯理论应用到链路预测中，提出了局部朴素贝叶斯 (LNB) 模型。最近，Valverde-Rebaza 等[13]认为每个用户可能同时属于多个社团，且扮演角色不同，预测时应充分考虑用户所属的所有社团信息。基于此思想，Valverde-Rebaza 在文献[14]中提出了基于重叠组的朴素贝叶斯 (GNB) 链路预测模型。此外，考虑到共同邻居之间并非完全相互独立，文献[15]使用互信息量化共同邻居的相关性，对 LNB 进行推广，提出了广义的树增广朴素贝叶斯 (TAN) 概率模型，并扩展到了 CN、AA 和 RA 指标，在运行效率和有效性等方面均优于基准方法。然而，上述方法仅考虑了共同邻居的作用，忽略了节点自身的影响。闫玲玲等[16]提出了一种基于度和聚类系数的新指标，对中国航空网络中的节点重要性进行分析。Pujari 等[17]认为节点对的每个属性代表不同信息，可以将所有属性对应特征进行加权整合以提高预测性能。Li 等[18]以新浪微博为研究对象，根据其自身特点提出了包含用户临近特征、属性特征和拓扑特征的特征集用于预测。但这些方法仅考虑了节点自身作用，忽略了共同邻居的影响。

为解决上述问题，本文基于局部朴素贝叶斯 (LNB) 模型提出了融合朴素贝叶斯 (syncretic naive Bayes, SNB) 模型。本文的主要贡献如下。1) 认为链接的产生受到内部和外部两方面因素的影响。其中，节点对自身特点属于内部影响，可以通过节点度量化；共同邻居的作用属于外部影响，可以通过 LNB 模型量化，将两者结合提出一个新模型。2) 模型的优劣不仅体现在其自身的预测精确度上，还体现在它与其他思想的融合效果上，后者可以通过其在基准指标推广后的预测精确度定性描述。因此，文中将 SNB 推广到 CN、AA 和 RA 形式，说明其具有普适性。

近些年，智能方法受到广泛关注。已有研究包括支持向量机[19]、BP 神经网络[20-21]、3 层隐含的贝叶斯 (3-HBP) 链路预测模型[22]、最大熵模型[23]以及可变贝叶斯概率矩阵分解模型[24]等。与直接给节点对分配相似性得分不同，这些方法都是通过学习已知知识建立模型进行预测，是将来的研究重点。

## 1　预备知识

本部分首先给出了链路预测的概念，然后介绍了本文的理论基础——朴素贝叶斯理论，接着阐述了一些常用的基准指标，最后简要介绍了局部朴素贝叶斯 (LNB) 链路预测模型。

### 1.1　问题描述

一个无权无向的网络图可表示为 $G(V,E)$，其中 $V$ 代表节点集，$E\subseteq V\times V$ 代表节点之间的连边集合，本文不考虑自环和重复边。假设有两个节点 $x\subseteq V, y\subseteq V$，则 $e_{xy}=\langle x,y\rangle\in E$ 表示节点 $x$ 和 $y$ 之间存在链接，而 $\overline{e_{xy}}=\langle x,y\rangle\notin E$ 表示节点 $x$ 和 $y$ 之间不存在链接。网络中所有可能连边的集合为 $A$，则 $|A|=\dfrac{|V|\times(|V|-1)}{2}$。因此，不存在的连边集合

为 $N=A-E$。文中 $N(x)$ 代表节点 $x$ 的邻居集合, 则节点 $x$ 和节点 $y$ 的共同邻居集合可以记为 $N(x,y)=N(x)\cap N(y)$。

通常, 按照某种比例 $r$ 将网络中所有连边划分为训练集 $E^T$ 和测试集 $E^P$。其中, $E^T$ 代表已知连边集合, $E^P$ 代表缺失连边集合, 链路预测的任务是根据 $E^T$ 建立模型预测出 $E^P$ 中的连边。

### 1.2　朴素贝叶斯理论

朴素贝叶斯分类器简单易懂, 受到了众多学者的青睐。假设 $C$ 为类变量, $\boldsymbol{X}=(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 代表 $n$ 维特征向量。根据贝叶斯理论, 已知特征向量 $\boldsymbol{X}$ 求类变量 $C$ 取某值的概率为后验概率 $P(C|\boldsymbol{X})$:

$$P(C|\boldsymbol{X})=P(C|X_1,X_2,\cdots,X_n)=\frac{P(C)\cdot P(X_1,X_2,\cdots,X_n|C)}{P(X_1,X_2,\cdots,X_n)} \tag{1}$$

朴素贝叶斯的基本假设是: 当类变量 $C$ 取值固定时, 各特征变量 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$ 之间相互独立, 即

$$P(X_1,X_2,\cdots,X_n|C)=\prod_{i=1}^{n}P(X_i|C) \tag{2}$$

将式 (2) 代入式 (1) 可得

$$P(C|\boldsymbol{X})=\frac{P(C)\cdot\prod_{i=1}^{n}P(X_i|C)}{P(X_1,X_2,\cdots,X_n)}$$

### 1.3　基准指标

1) 共同邻居指标 (CN)

通常认为, 共同邻居越多, 节点对越相似。CN 指标通过直接计算共同邻居数目来量化节点对的相似性[7], 定义如下:

$$s_{xy}^{\mathrm{CN}}=|N(x)\cap N(y)|=|N(x,y)|$$

2) Adamic-Adar 指标 (AA)

AA 指标[8]以 CN 指标为基础, 认为度越大的共同邻居对于节点对的贡献越小。因此, 可以通过惩罚度大的邻居节点提高预测准确度, 其定义为

$$s_{xy}^{\mathrm{AA}}=\sum_{z\in N(x,y)}\frac{1}{\log k_z}$$

式中 $k_z$ 表示节点 $z$ 的度。

3) 资源分配指标 (RA)

受到资源分配动力学的启发, RA 指标[9]根据资源在节点间的传递情况, 结合惩罚大度节点的思想, 定义了节点对的相似性:

$$s_{xy}^{\mathrm{RA}}=\sum_{z\in N(x,y)}\frac{1}{k_z}$$

### 1.4　LNB 链路预测模型

LNB 模型[11]假设节点 $x$ 和 $y$ 是否连接取决于它们的共同邻居集合, 即节点 $x$ 和 $y$ 在未来连接和未连接的概率为后验概率 $P(e_{xy}|N(x,y))$ 和 $P(\overline{e_{xy}}|N(x,y))$, 根据贝叶斯理论有

$$P(e_{xy}|N(x,y))=\frac{P(e_{xy})\cdot P(N(x,y)|e_{xy})}{P(N(x,y))} \tag{3}$$

$$P(\overline{e_{xy}}|N(x,y))=\frac{P(\overline{e_{xy}})\cdot P(N(x,y)|\overline{e_{xy}})}{P(N(x,y))} \tag{4}$$

其中, $e_{xy},\overline{e_{xy}}$ 是类变量 $C$ 的两个取值, 分别表示节点 $x$ 和 $y$ 连接与未连接, 由于各个共同邻居之间相互独立, 则:

$$P(N(x,y)|e_{xy})=\prod_{z\in N(x,y)}P(z|e_{xy}) \tag{5}$$

$$P(N(x,y)|\overline{e_{xy}})=\prod_{z\in N(x,y)}P(z|\overline{e_{xy}}) \tag{6}$$

将式 (5) 和式 (6) 分别代入式 (3) 和式 (4), 然后两式相除, 得:

$$r_{xy}^{\mathrm{LNBCN}}=\underbrace{\frac{P(e_{xy})}{P(\overline{e_{xy}})}\cdot\prod_{z\in N(x,y)}\frac{P(\overline{e_{xy}})}{P(e_{xy})}}_{\text{constant value}}\cdot\underbrace{\prod_{z\in N(x,y)}\frac{P(e_{xy}|z)}{P(\overline{e_{xy}}|z)}}_{\text{role of node }z} \tag{7}$$

式中 $P(e_{xy})$、$P(\overline{e_{xy}})$ 分别表示节点 $x$ 和 $y$ 连接与未连接的先验概率:

$$P(e_{xy})=\frac{|E^T|}{|A|}$$

$$P(\overline{e_{xy}})=\frac{|A|-|E^T|}{|A|}$$

显然, $P(e_{xy})$、$P(\overline{e_{xy}})$ 均为常数, 则 $s^{-1}=\dfrac{P(e_{xy})}{P(\overline{e_{xy}})}=\dfrac{|E^T|}{|A|-|E^T|}$ 也为常数, 表示网络中存在边与不存在边的比值, 可以忽略。而 $P(e_{xy}|z)$ 表示节点 $z$ 的聚类系数:

$$P(e_{xy}|z)=c_z=\frac{2T(z)}{k_z\cdot(k_z-1)} \tag{8}$$

$$P(\overline{e_{xy}}|z)=1-c_z \tag{9}$$

式中 $T(z)$ 代表节点 $z$ 的 $k_z$ 个邻居之间真实存在的边数。令 $R_z=\dfrac{P(e_{xy}|z)}{P(\overline{e_{xy}}|z)}$ 表示 $z$ 的邻居之间连接与未连接的比值, $R_z$ 值越大, 说明节点 $z$ 的邻居之间更倾向于相互连接, 即节点 $z$ 的促进作用越强。不同节点的 $R_z$ 值一般不同, 因此称 $R_z$ 为节点 $z$ 的角色函数。将式 (8)、式 (9) 代入式 (7), 等式两边取对数得:

$$s_{xy}^{\mathrm{LNBCN}}=\sum_{z\in N(x,y)}(\log s+\log R_z)$$

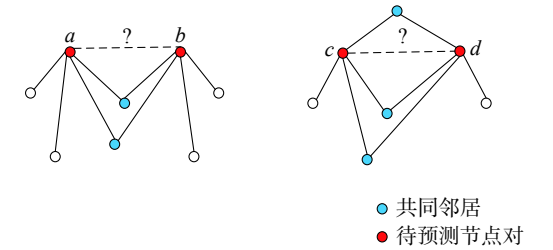
将其推广可得:

$$s_{xy}^{\mathrm{LNBAA}}=\sum_{z\in N(x,y)}\frac{1}{\log k_z}(\log s+\log R_z)$$

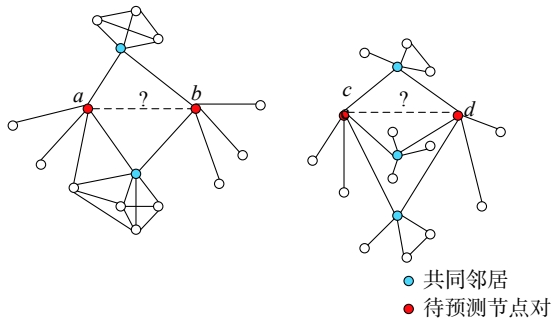
$$s_{xy}^{\mathrm{LNBRA}}=\sum_{z\in N(x,y)}\frac{1}{k_z}(\log s+\log R_z)$$

## 2　融合朴素贝叶斯链路预测模型

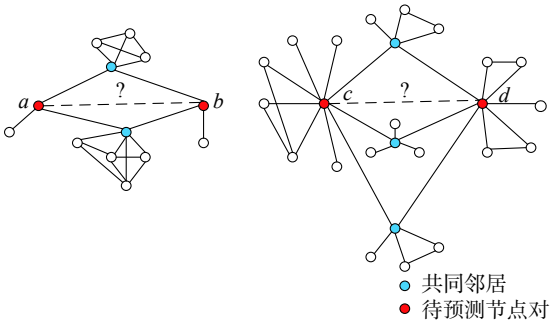
在介绍 SNB 模型之前，首先考虑一个问题，节点之间链接的产生到底与什么因素有关？图 1 给出了 3 种不同的思路。




(a) CNs 结构示意




(b) LNBs 结构示意




(c) SNBs 结构示意

**图 1　CNs、LNBs、SNBs 结构示意**

**Fig. 1　Structure schematic diagram of CNs, LNBs and SNBs**

最简单的一种思路是：两节点的共同邻居数目越多，它们的兴趣属性等越接近，未来越有可能产生链接，这便是图 1(a) 中 CNs 指标的主要思想。因此，图中节点 $c$ 和 $d$ 的共同邻居数目多，它们产生链接的可能性大于节点 $a$ 和 $b$。

在 CNs 的基础上，有学者指出，每个共同邻居扮演角色不同，对于节点对产生链接的贡献不同，因此不能通过简单计算共同邻居的数目得到相似性，而应该累加共同邻居的贡献以得到最终的相似性分数。按照此思想，图 1(b) 中节点 $a$ 和 $b$ 的共同邻居只有 2 个，但每个共同邻居的邻居之间大多存在链接，说明这两个共同邻居对其邻居间链接的产生有促进作用；节点 $c$ 和节点 $d$ 的共同邻居有 3 个，但每个共同邻居的邻居之间基本没有链接，说明这些共同邻居对其邻居间链接的产生有抑制作用。综上，节点 $a$ 和 $b$ 在未来产生链接的可能性更大。

实际生活中，节点间链接的产生不仅受到共同邻居的影响，与其自身的活跃程度也是密不可分的。在共同邻居数目相等的条件下，节点倾向于和更活跃的个体产生链接；当共同邻居数目不等时，如图 1(c) 中，节点 $a$ 和 $b$ 的共同邻居少且均为促进作用，但其自身的度比较小；节点 $c$ 与 $d$ 的共同邻居多且均为抑制作用，但其自身的度比较大。共同邻居与节点自身究竟谁的作用更大，需要具体计算，这便是 SNB 模型的核心思想。

本文认为，节点 $x$ 和 $y$ 之间链接的产生受到内部和外部因素的影响。其中，共同邻居的作用属于外部影响，根据 LNB 的相关知识，每个共同邻居的作用不尽相同，或促进或抑制。另一方面，链接的产生与节点 $x$ 和 $y$ 自身的活跃程度密切相关，影响大小可以通过节点的度进行量化。这意味着，度相同的两对节点产生链接的概率会因共同邻居贡献不同而不同，受共同邻居作用相同的两对节点也会因其自身的度不同而产生差异。基于此思想，本文综合考虑了共同邻居与节点对自身的作用，提出了融合朴素贝叶斯 (SNB) 链路预测模型。

在 SNB 模型下，节点 $x$ 和 $y$ 产生链接的后验概率为：

$$P(e_{xy}|N(x,y),k_x,k_y)=\frac{P(e_{xy})\cdot P(N(x,y),k_x,k_y|e_{xy})}{P(N(x,y),k_x,k_y)} \tag{10}$$

$$P(\overline{e_{xy}}|N(x,y),k_x,k_y)=\frac{P(\overline{e_{xy}})\cdot P(N(x,y),k_x,k_y|\overline{e_{xy}})}{P(N(x,y),k_x,k_y)} \tag{11}$$

由概率论相关知识，可得：

$$P(N(x,y),k_x,k_y|e_{xy})=P(N(x,y)|e_{xy})\cdot P(k_x|e_{xy},N(x,y))\cdot P(k_y|e_{xy},N(x,y),k_x) \tag{12}$$

$$P(N(x,y),k_x,k_y|\overline{e_{xy}})=P(N(x,y)|\overline{e_{xy}})\cdot P(k_x|\overline{e_{xy}},N(x,y))\cdot P(k_y|\overline{e_{xy}},N(x,y),k_x) \tag{13}$$

将式 (12) 和式 (13) 分别代入式 (10) 和式 (11)，可得：

$$r_{x,y}^{\mathrm{SNBCN}}=\frac{P(e_{xy}|N(x,y),k_x,k_y)}{P(\overline{e_{xy}}|N(x,y),k_x,k_y)}=\underbrace{\frac{P(e_{xy})}{P(\overline{e_{xy}})}\cdot\frac{P(N(x,y)|e_{xy})}{P(N(x,y)|\overline{e_{xy}})}}_{\mathrm{LNBCN}}\cdot\underbrace{\frac{P(k_x|e_{xy},N(x,y))}{P(k_x|\overline{e_{xy}},N(x,y))}}_{\text{influence of node }x}\cdot\underbrace{\frac{P(k_y|e_{xy},N(x,y),k_x)}{P(k_y|\overline{e_{xy}},N(x,y),k_x)}}_{\text{influence of node }y} \tag{14}$$

由式 (14) 可知, $r_{x,y}^{\mathrm{SNBCN}}$ 的值由 3 部分决定: 共同邻居的影响, 可以通过 LNB 模型的式 (7) 得到; 节点 $x$ 的度的影响 $R_x$ 以及节点 $y$ 的度的影响 $R_y$, 可以通过下面的分析得到。其中, 节点 $x$ 和 $y$ 的度的影响统称为节点度的影响, 图 2 给出了式 (14) 的图解。可以看出, 一个复杂的链路预测问题可以分解为 2 个子问题, 箭头左边相当于本文的 SNB 模型, 箭头右边的第 1 部分相当于只考虑共同邻居的影响, 属于外部因素; 第 2 部分相当于只考虑节点对自身的影响, 属于内部因素。

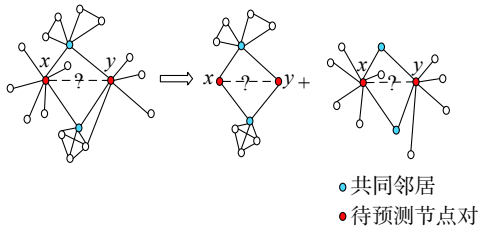



**图 2　SNBs 算法图解**

**Fig. 2　Algorithm diagram of SNBs**

首先考虑式 (14) 中的第 2 项, 即节点 $x$ 的度的影响。假设网络中总的节点数为 $m=|V|$, 已知 $x$ 和 $y$ 连接, 且它们的共同邻居数为 $n=|N(x,y)|$, 若节点 $x$ 产生新的链接, 则新链接中另一个节点有 $m-n-1-1$ 种可能, 其中第 1 个 1 表示节点 $x$ 不可能形成自环, 第 2 个 1 表示节点 $x$ 和 $y$ 不可能存在一条以上的连边, 即不考虑重复边。进一步的, 若想要节点 $x$ 的度为 $k_x$, 则除了与它和节点 $y$ 的共同邻居相连接外, 还需要连接 $k_x-n-1$ 个节点, 其中 1 表示它与节点 $y$ 已连接。对于后验概率 $P(k_x|e_{xy},N(x,y))$, 即在节点 $x$ 与 $y$ 相连接且两者的共同邻居已知的条件下, 求节点 $x$ 的度为 $k_x$ 的概率, 是一个如何在可与节点 $x$ 产生新链接的所有节点中选取 $k_x-n-1$ 个节点的组合问题。因此,

$$P(k_x|e_{xy},N(x,y))=C_{m-n-2}^{k_x-n-1} \tag{15}$$

同理可得:

$$P(k_x|\overline{e_{xy}},N(x,y))=C_{m-n-2}^{k_x-n} \tag{16}$$

然后考虑式 (14) 的第 3 项, 即节点 $y$ 的度的影响。在式 (14) 中第 2 项已知条件的基础上, 已知节点 $x$ 的度为 $k_x$。若节点 $y$ 产生新链接, 则可与 $y$ 形成新链接的另一个节点有 $m-k_x-1$ 种可能, 其中 $k_x$ 代表节点 $y$ 不可能与节点 $x$ 的邻居相连, 增加共同邻居数, 由于节点 $x$ 的邻居已经包括 $y$, 所以节点 $y$ 不可能形成自环; 1 表示节点 $y$ 与 $x$ 不可能形成重复边。进一步的, 若想要节点 $y$ 的度为 $k_y$, 则除了与之相连的它和节点 $x$ 的共同邻居外, 还需要连接 $k_y-n-1$ 个节点, 其中 1 表示节点 $y$ 与 $x$ 已连接。则后验概率 $P(k_y|e_{xy},N(x,y),k_x)$, 即节点 $x$ 与 $y$ 已连接且两者的共同邻居数和节点 $x$ 的度已知时, 求节点 $y$ 的度为 $k_y$ 的概率, 是一个在可与 $y$ 产生新链接的所有节点中选取 $k_y-n-1$ 个节点的组合问题:

$$P(k_y|e_{xy},N(x,y),k_x)=C_{m-k_x-1}^{k_y-n-1} \tag{17}$$

同理, 当节点 $x$ 和 $y$ 未连接时, 节点 $x$ 的邻居不包括 $y$。若节点 $y$ 产生新链接, 则可与 $y$ 形成新链接的另一个节点有 $m-k_x-1-1$ 种可能, 其中第 1 个 1 表示节点 $y$ 不可能形成自环, 第 2 个 1 表示节点 $x$ 和 $y$ 不可能连接。进一步的, 若想要节点 $y$ 的度为 $k_y$, 它还需要连接 $k_y-n$ 个节点, 则后验概率 $P(k_y|\overline{e_{xy}},N(x,y),k_x)$, 即在可与节点 $y$ 产生新链接的所有节点中选取 $k_y-n$ 个节点的组合问题:

$$P(k_y|\overline{e_{xy}},N(x,y),k_x)=C_{m-k_x-2}^{k_y-n} \tag{18}$$

将式 (7), 式 (15)~(18) 代入式 (14), 可得:

$$r_{xy}^{\mathrm{SNBCN}}=\underbrace{\frac{P(e_{xy})}{P(\overline{e_{xy}})}\cdot\prod_{z\in N(x,y)}\frac{P(\overline{e_{xy}})}{P(e_{xy})}}_{\text{constant value}}\cdot\underbrace{\prod_{z\in N(x,y)}\frac{P(e_{xy}|z)}{P(\overline{e_{xy}}|z)}}_{Rz}\cdot\underbrace{\frac{C_{m-n-2}^{k_x-n-1}}{C_{m-n-2}^{k_x-n}}}_{Rx}\cdot\underbrace{\frac{C_{m-k_x-1}^{k_y-n-1}}{C_{m-k_x-2}^{k_y-n}}}_{Ry} \tag{19}$$

忽略常数 $\dfrac{P(e_{xy})}{P(\overline{e_{xy}})}$, 式 (19) 等号两端取对数, 可得其简化形式:

$$s_{xy}^{\mathrm{SNBCN}}=\sum_{z\in N(x,y)}(\log s+\log R_z)+\log R_x+\log R_y$$

受 LNB 模型的启发, 本文将 SNBCN 推广到了 AA 和 RA 形式, 以证明所提 SNB 模型的有效性。可以得到:

$$s_{xy}^{\mathrm{SNBAA}}=\sum_{z\in N(x,y)}\frac{1}{\log k_z}(\log s+\log R_z)+\frac{\log R_x}{\log k_x}+\frac{\log R_y}{\log k_y}$$

$$s_{xy}^{\mathrm{SNBRA}}=\sum_{z\in N(x,y)}\frac{1}{k_z}(\log s+\log R_z)+\frac{\log R_x}{k_x}+\frac{\log R_y}{k_y}$$

显然, 当节点 $x$ 和 $y$ 相连的节点全部相同时, SNB 模型会退化为 LNB 模型, 则 SNBCN、SNBAA 和 SNBRA 指标会退化为相应的 LNB 指标。

## 3 链路预测实验

所提 SNB 模型的有效性需要实验的验证，为此，本文将从以下几个方面做详细介绍。

### 3.1 数据集

本文采用的数据集为美国航空网络 (USAir)，包含 332 个机场和 2 126 条航线。网络的聚类系数 $C = 0.749$，同配系数 $r = -0.208$，平均度 $\langle k \rangle = 12.81$，平均最短距离 $\langle d \rangle = 2.74$，度异质性 $H = \dfrac{\langle k^2 \rangle}{\langle k \rangle^2} = 3.46$。原网络为含权网络，文中忽略了权重信息，将其当作无权网络处理。

### 3.2 基准方法与评价指标

1) 基准方法

为方便评判 SNB 模型的性能优劣，本文采用 CN、AA 和 RA(记为 CNs) 与 LNBCN、LNBAA 和 LNBRA(记为 LNBs) 等作为基准指标。由于 CNs 和 LNBs 指标在前文已作介绍，此处不再赘述。

2) 评价指标

链路预测算法多种多样，需要统一的评价指标对其进行性能优劣比较，本文选用 AUC 和精确度量化算法的准确度。

AUC (area under the receiver operating characteristic curve) 表示随机从测试集 $E^p$ 中选择一条边的分数值比随机选择一条不存在的边分数高的概率[6]。假设一共进行了 $n$ 次独立比较，其中有 $n'$ 次测试集里的边得分高于不存在的边得分，有 $n''$ 次两者得分相等，则 AUC 值为

$$AUC = \frac{n' + 0.5n''}{n}$$

精确度 (precision) 表示前 $L$ 条预测边中预测准确的比例[6]。计算精确度时，将所有未知连边 (包括测试集中的边和不存在的边) 按照其相似性分数降序排列，然后选择排名靠前的前 $L$ 条边，若有 $m$ 条边在测试集中，即有 $m$ 条边预测准确，则

$$\text{Precision} = \frac{m}{L}$$

本实验中设置 $L = 100$。

### 3.3 实验设置

本实验中训练集与测试集的划分比例为 9∶1。由于网络中存在数据类别不平衡问题，即已知连边与不存在连边的数目相差很大，直接采取随机采样方式会严重影响预测效果。为此，本实验采用了分层采样，在保证训练集与测试集中存在边和不存在边的比例与原网络相同的条件下，随机划分数据集。另外，为消除随机误差的影响，实验中采用了 10 折交叉验证方法，且重复 10 次后取平均值作为最终结果。

### 3.4 实验结果与分析

本部分通过两方面内容评估 SNB 模型的性能：与基准指标的预测结果比较；当训练集大小发生变化时，预测结果的变化情况。

#### 3.4.1 不同方法性能比较

当按照 9∶1 的比例划分训练集与测试集时，在 USAir 网络得到的预测结果如表 1 所示。可以看出：

1) SNBs 的 AUC 值最高，LNBs 和 CNs 次之。说明 SNBs 模型整体的预测准确度最高。

2) SNBs 比 LNBs 的 AUC 值高，说明与单独考虑共同邻居相比，将共同邻居与节点自身综合考虑效果更好。

3) SNBs 系列指标中，SNBRA 的 AUC 值最高，SNBAA 次之，之后是 SNBCN，LNBs 系列指标也有类似规律，这与之前的认识相符，即 RA 指标预测效果优于 AA 指标，AA 指标预测效果优于 CN 指标，说明惩罚大度节点确实可以提高预测准确度，证实了文献[11]中的结论。

4) SNBCN 相对于 LNBCN 和 CN 的 AUC 的提高幅度最大，SNBAA 次之，接着是 SNBRA。究其原因，一方面是因为预测效果越差的指标越容易提高，另一方面是因为直接计算共同邻居的贡献时，节点自身的影响是最大的，不容忽视。且节点的度越大，越倾向于形成链接，符合优先连接原则，因此考虑节点度的影响可以极大地提高准确度。而 SNBAA 和 SNBRA 认为，度越大的节点贡献越小，这与优先连接思想相悖，相当于将节点度对其自身的影响中和掉了一部分，导致 AUC 提高的幅度变小。

5) 对于精确度值，SNBs 整体上与 LNBs 和 CNs 相差不大，甚至有所下降，可能是因为在预测的前 100 条边中，节点受其自身度的影响不大。

**表 1 CNs、LNBs 和 SNBs 在 USAir 上的预测结果**

**Table 1 Prediction results of CNs, LNBs and SNBs on USAir**

| 模型 | 指标 | AUC | 精确度 |
|---|---|---|---|
| CNs | CN | 0.927 2 | 0.579 0 |
| | AA | 0.941 9 | 0.597 5 |
| | RA | 0.951 1 | 0.643 1 |
| LNBs | LNBCN | 0.935 5 | 0.589 9 |
| | LNBAA | 0.946 3 | 0.610 6 |
| | LNBRA | 0.952 2 | 0.624 9 |
| SNBs | SNBCN | 0.940 4 | 0.579 3 |
| | SNBAA | 0.948 2 | 0.594 5 |
| | SNBRA | 0.954 4 | 0.639 1 |

综上，可以得到如下结论：

1) SNBs 的 AUC 值较 LNBs 和 CNs 明显提高，说明 SNB 模型倾向于赋予预测集中的链接更

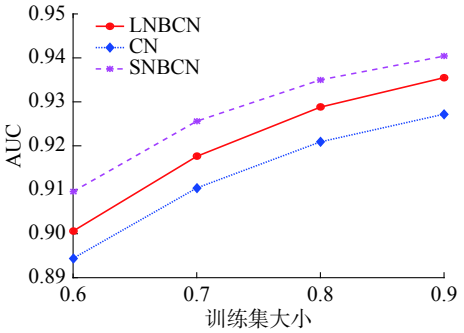
高的分数, 即整体上 SNBs 能够更好地将测试集中的边与不存在的边区分开。

2) 3 种方法的精确度变化不明显, 说明三者对测试集中边的排序位置相差不大。

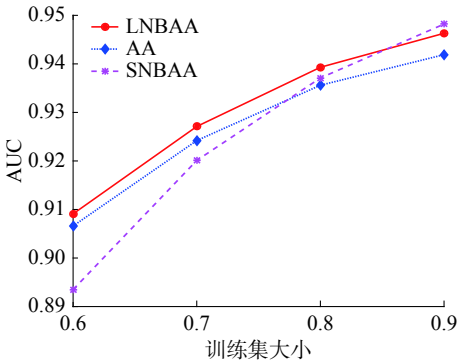
3) SNBs 能够在基本保证前 100 条边中预测准确率一定的条件下, 将更多地测试链接识别出来, 证明了其有效性。

### 3.4.2 预测效果随训练集大小的变化情况

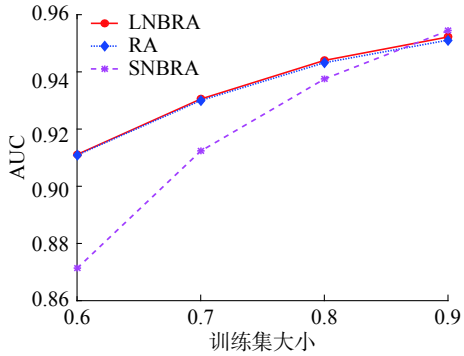
本实验中, 训练集比例从 0.6 开始, 步长为 0.1, 直到比例达到 0.9, 得到的 CNs, LNBs, SNBs 的 AUC 和精确度随训练集大小变化情况如图 3 和 4 所示。




(a) CN、LNBCN 和 SNBCN 的 AUC 值随训练集大小的变化情况



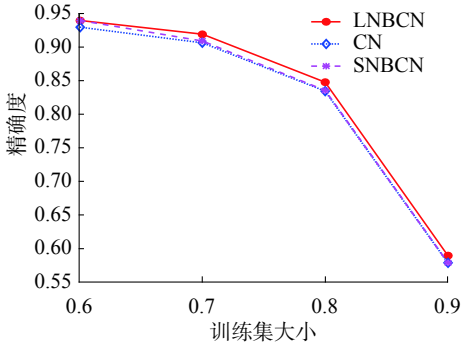

(b)AA、LNBAA 和 SNBAA 的 AUC 值随训练集大小的变化情况



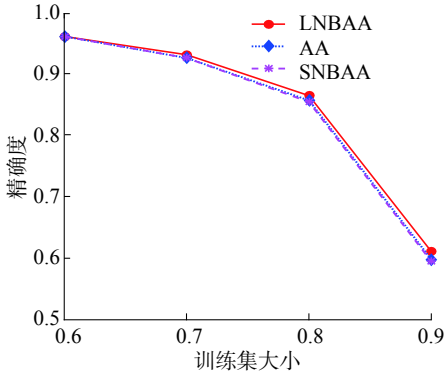

(c) RA、LNBRA 和 SNBRA 的 AUC 值随训练集大小的变化情况

**图 3　CNs、LNBs 和 SNBs 的 AUC 值随训练集大小的变化情况**

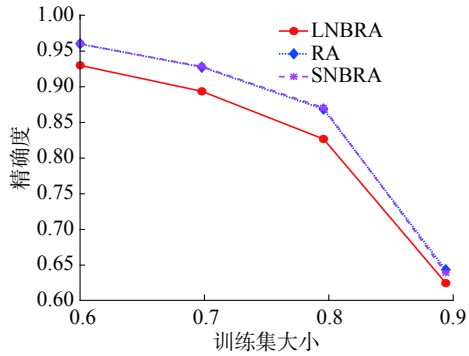
**Fig. 3　Variation of AUC value of CNs, LNBs and SNBs with training set size**




(a) CN、LNBCN 和 SNBCN 的精确度随训练集大小的变化情况




(b) AA、LNBAA 和 SNBAA 的精确度随训练集大小的变化情况




(c) RA、LNBRA 和 SNBRA 的精确度随训练集大小的变化情况

**图 4　CNs、LNBs 和 SNBs 的精确度随训练集大小的变化情况**

**Fig. 4　Variation of Precision value of CNs, LNBs and SNBs with training set size**

图 3(a) 中, SNBCN 的 AUC 值始终高于 LNBCN 和 CN, 证明了 SNB 模型的高效性; 图 3(b) 和 (c) 的变化趋势相似, 当训练集比例较小时, SNBRA 和 SNBAA 的 AUC 值均最低, 随着训练集的增大, SNBs 与其他指标的差距逐渐减小, 并在训练集比例为 0.9 时超过其他指标, 说明 SNB 模型在训练集比例为 0.9 时的总体预测准确度最高。

图 4(a) 和图 4(b) 具有一致的变化趋势, 即 SNBs 的精确度略低于 LNBs 和 CNs 指标, 而图 4(c) 中 SNBRA 的精确度值一直处于或接近最高值, 可能是因为: 节点自身影响不能简单地用

度进行量化，将节点度与资源分配思想结合可以取得更好的预测性能。

结合图 3 与图 4，可以得出以下结论：

1) 随着训练集比例增大，几种指标的 AUC 值均呈增长趋势，而精确度值均呈递减趋势，这可能是由于 AUC 和精确度本身的侧重点不同造成的。其中，AUC 侧重于总体的预测准确率，当训练集比较大 (已知信息丰富) 时，预测缺失边越容易，AUC 值越高；精确度侧重于前 $L$ 条边的预测准确率，当测试集比例较大时，前 $L$ 条预测边在测试集的可能性越大，精确度越高。

2) 当 SNB 模型的 AUC 值较低时，精确度值一般最高或接近最高；同理，当其精确度值较低时，AUC 值一般最高或接近最高，说明 SNB 模型的 AUC 和精确度一定有一个最高值，进一步从侧面印证了 SNB 模型的有效性。

## 4　总结与展望

近来，有文献指出：社交网络中链接的产生受内部和外部因素的影响。受此思想的启发，本文在局部朴素贝叶斯 (LNB) 的基础上，结合节点度的自身影响，提出了融合朴素贝叶斯 (SNB) 模型。该模型易于推广到其他的基于共同邻居的指标形式，如 AA 和 RA 具有良好的可扩展性。在美国航空网 (USAir) 上的实验结果表明：与基准方法相比，提高了链路预测性能，证实了该方法的有效性。由此得出结论：链接的产生不仅受到共同邻居的影响，也受到其自身度的影响，将二者综合考虑更加合理。

未来，将尝试将该思想推广到智能方法做链路预测，如支持向量机、相关向量机等。另外，考虑到本文研究的是无权无向网络，以后可以先在更多不同领域的网络上实现，然后再着眼于加权网络的研究。

## 参考文献：


[1] LIU Yangyang, ZHAO Chengli, WANG Xiaojie, et al. The degree-related clustering coefficient and its application to link prediction[J]. Physica A: statistical mechanics and its applications, 2016, 454: 24–33.

[2] 何大韧, 刘宗华, 汪秉宏. 复杂系统与复杂网络[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009.

[3] 刘宏鲲, 吕琳媛, 周涛. 利用链路预测推断网络演化机制[J]. 中国科学, 2011, 41(7): 816–823.
LIU Hongkun, LÜ Linyuan, ZHOU Tao. Infer network evolution mechanism by using link prediction[J]. Chinese science, 2011, 41(7): 816–823.

[4] 张学龙, 王军进. 链路预测下能源供应链网络合作演化机制研究[J]. 智能系统学报, 2017, 12(2): 221–228.
ZHANG Xuelong, WANG Junjin. On the evolution cooperation mechanism of energy supply chain networks under link prediction[J]. CAAI transactions on Intelligent Systems, 2017, 12(2): 221–228.

[5] ZHOU Tao, REN Jie, MEDO M, et al. Bipartite network projection and personal recommendation[J]. Physical review e, 2007, 76(4): 046115.

[6] LÜ Linyuan, ZHOU Tao. Link prediction in complex networks: a survey[J]. Physica A: statistical mechanics and its applications, 2011, 390(6): 1150–1170.

[7] LIBEN-NOWELL D, KLEINBERG J. The link-prediction problem for social networks[J]. Journal of the American society for information science and technology, 2007, 58(7): 1019–1031.

[8] ADAMIC L A, ADAR E. Friends and neighbors on the Web[J]. Social networks, 2003, 25(3): 211–230.

[9] ZHOU Tao, LÜ Linyuan, ZHANG Yicheng. Predicting missing links via local information[J]. The European physical journal B, 2009, 71(4): 623–630.

[10] LIU Weiping, LÜ Linyuan. Link prediction based on local random walk[J]. EPL (europhysics letters), 2010, 89(5): 58007.

[11] LÜ Linyuan, ZHOU Tao. Link prediction in weighted networks: the role of weak ties[J]. EPL (europhysics letters), 2010, 89(1): 18001.

[12] LIU Zhen, ZHANG Qianming, LÜ Linyuan, et al. Link prediction in complex networks: a local naïve Bayes model[J]. EPL (europhysics letters), 2011, 96(4): 48007.

[13] VALVERDE-REBAZA J C, DE ANDRADE LOPES A. Link prediction in online social networks using group information[C]//Proceedings of the 14th International Conference on Computational Science and Its Applications. Guimarães, Portugal, 2014: 31–45.

[14] VALVERDE-REBAZA J, VALEJO A, BERTON L, et al. A naïve Bayes model based on overlapping groups for link prediction in online social networks[C]//Proceedings of the 30th Annual ACM Symposium on Applied Computing. Salamanca, Spain, 2015: 1136–1141.

[15] WU Jiehua. A generalized tree augmented naive Bayes link prediction model[J]. Journal of computational science, 2018, 27: 206–217.

[16] 闫玲玲, 陈增强, 张青. 基于度和聚类系数的中国航空网络重要性节点分析[J]. 智能系统学报, 2016, 11(5): 586–593.
YAN Lingling, CHEN Zengqiang, ZHANG Qing. Analysis of key nodes in China's aviation network based on the degree centrality indicator and clustering coefficient [J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2016,

11(5): 586–593.

[17] PUJARI M, KANAWATI R. Link prediction in complex networks by supervised rank aggregation[C]//Proceedings of the 2012 IEEE 24th International Conference on Tools with Artificial Intelligence. Athens, Greece, 2012: 782–789.

[18] LI Yun, NIU Kai, TIAN Baoyu. Link prediction in Sina Microblog using comprehensive features and improved SVM algorithm[C]//Proceedings of the 2014 IEEE 3rd International Conference on Cloud Computing and Intelligence Systems. Shenzhen, China, 2014: 18–22.

[19] YUAN Weiwei, HE Kangya, GUAN Donghai, et al. Graph kernel based link prediction for signed social networks[J]. Information fusion, 2019, 46: 1–10.

[20] 孙诚, 王志海. 社会网络中基于神经网络的链路预测方法[J]. 数学建模及其应用, 2017, 6(4): 10–17.
SUN Cheng, WANG Zhihai. The link prediction algorithms based on neural networks in social networks[J]. Mathematical modeling and its applications, 2017, 6(4): 10–17.

[21] LI Jichao, ZHAO Danling, GE Bingfeng, et al. A link prediction method for heterogeneous networks based on BP neural network[J]. Physica A: statistical mechanics and its applications, 2018, 495: 1–17.

[22] XIAO Yunpeng, LI Xixi, WANG Haohan, et al. 3-HBP: a three-level hidden Bayesian link prediction model in social networks[J]. IEEE transactions on computational social systems, 2018, 5(2): 430–443.

[23] 李勇军, 尹超, 于会, 等. 基于最大熵模型的微博传播网络中的链路预测[J]. 物理学报, 2016, 65(2): 31–41.
LI Yongjun, YIN Chao, YU Hui, et al. Link prediction in microblog retweet network based on maximum entropy model[J]. Acta physica sinica, 2016, 65(2): 31–41.

[24] WANG Yisen, LIU Fangbing, XIA Shutao, et al. Link sign prediction by variational Bayesian probabilistic matrix factorization with student-t prior[J]. Information sciences, 2017, 405: 175–189.

## 作者简介:

王润芳, 女, 1994 年生 , 硕士研究生, 主要研究方向为智能系统预测与控制。

陈增强, 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 中国系统仿真学会理事, 中国人工智能学会智能空天系统专业委员会副主任, 控制理论专业委员会委员、天津市人民政府学科评议组控制学科组成员、天津市自动化学会理事, 担任多个期刊的编委, 主要研究方向为智能预测控制、复杂动态网络与混沌系统。主持完成国家 863 项目和国家自然科学基金项目 6 项, 获得省部级科技进步奖 4 次。发表学术论文 300 余篇。

刘忠信, 男, 1975 年生, 教授, 博士生导师, 中国人工智能学会智能空天系统专业委员会委员、中国智能物联系统建模与仿真专业委员会委员、天津市系统工程学会理事, 主要研究方向为群体智能与复杂动态网络、计算机控制。发表学术论文 180 余篇。