

DOI: 10.11992/tis.201806025

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20181218.1040.005.html>

基于带约束 S 型速度曲线的机械手 笛卡尔空间轨迹规划

李振娜, 王涛, 王斌锐, 郭振武, 陈迪剑

(中国计量大学机电工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘 要: 针对机械手在笛卡尔空间中轨迹规划问题, 设计基于 S 型速度曲线的空间直线和空间圆弧插补算法。增加路径长度约束, 将 S 型速度规划分为七段式、六段式、五段式和四段式 4 种类型; 建立基于四元数的直线与圆弧运动的位姿模型, 并采用弧长增量法插补技术实现轨迹规划。在六自由度机械手实时控制平台上进行了实验验证。结果表明: 该算法可实现在路径长度约束下速度和加速度的自动调整; 该算法可保证机械手末端加速度连续, 有效减少冲击。

关键词: 机械手; 笛卡尔空间; S 型速度曲线; 路径长度约束; 轨迹规划; 插补算法; 四元数; 弧长增量法

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2019)04-0655-07

中文引用格式: 李振娜, 王涛, 王斌锐, 等. 基于带约束 S 型速度曲线的机械手笛卡尔空间轨迹规划 [J]. 智能系统学报, 2019, 14(4): 655-661.

英文引用格式: LI Zhenna, WANG Tao, WANG Binrui, et al. Trajectory planning for manipulator in Cartesian space based on constrained S-curve velocity[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2019, 14(4): 655-661.

Trajectory planning for manipulator in Cartesian space based on constrained S-curve velocity

LI Zhenna, WANG Tao, WANG Binrui, GUO Zhenwu, CHEN Dijian

(College of Mechanical and Electrical Engineering, China Jiling University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To solve the problem of trajectory planning for manipulator in Cartesian coordinate, a space line and arc interpolation algorithm is designed based on the S-type velocity curve. By increasing the path length constraint, the S-type speed planning is divided into four types: seven-segment, six-segment, five-segment, and four-segment. A pose model of quaternion-based linear and circular movements is established, and the arc length increment interpolation technology is used to achieve trajectory planning. Experimental verification was performed on a real-time control platform of a six-degrees-of-freedom manipulator. The results show that the algorithm can automatically adjust the speed and acceleration under the path length constraint and ensure continuous acceleration at the end of the manipulator, and therefore reduces the impact effectively.

Keywords: manipulator; Cartesian space; S-curve velocity; path length constraint; trajectory planning; interpolation algorithm; quaternion; arc length increment

轨迹规划是机器人运动控制的核心^[1], 旨在确定机器人末端执行器在其工作空间的轨迹^[2]。轨迹规划分为关节空间轨迹规划和笛卡尔空间轨

迹规划。关节空间轨迹规划算法具有约束条件少和计算速度快等优势, 但存在空间轨迹不直观和轨迹形状会随速度不同而改变等缺点^[3-5]。笛卡尔空间轨迹规划描述路径准确, 可以直观地观测到机械手末端的运动轨迹。笛卡尔空间轨迹规划包括位姿规划和速度规划, 即通过设计机器人末

收稿日期: 2018-06-11. 网络出版日期: 2018-12-20.

基金项目: 国家重点研发计划项目 (2017YFC0804609).

通信作者: 陈迪剑. E-mail: djchen@cjlu.edu.cn.

端位置和姿态的数学表达式,并结合加减速控制模型加以实现^[6]。

目前机器人系统中常用的速度规划算法有梯型速度规划算法和S型速度规划算法。后者因其速度曲线形如S状而得名,广泛应用于高速、高精度的加工系统^[7]。Hu等^[8]通过梯型速度规划方法控制机床,验证加速度的不连续变化会引起振动和冲击。史步海等^[9]提出一种等价梯型的新型S型速度规划算法,算法简单,一定程度上降低机械冲击,但实质上仍属于梯型速度规划。Jahanpour等^[10]针对加速度的不连续变化,研究一种基于S型的速度曲线的轨迹规划方法,但未考虑路径约束下会对速度规划参数的影响。

本文以机械手笛卡尔空间的轨迹规划为目标,建立空间直线和圆弧插补运动的位姿模型。采用S型加减速控制模型,并根据路径长度和始末速度等约束条件,将S型速度规划分4种类型。将算法集成于自主研发的六自由度机械手实时控制平台中,验证了本文算法的有效性和合理性。

1 S型速度规划

常用的七段式S型速度曲线由加加速阶段、匀加速阶段、减加速阶段、匀加速阶段、加减速阶段、匀减速阶段、减减速阶段组成。本文根据路径长度和始末速度等约束条件将S型速度曲线分4种类型,如图1所示。

图1中, $t_1 \sim t_2$ 表示分段时刻,用 T_i 表示分段用时。设定插补最大速度 v_{\max} , 最大加速度 a_{\max} , 加加速度 J , 根据速度曲线图知:

$$s_1 = \frac{Jv_{\max}^2 + v_{\max}a_{\max}^2}{2Ja_{\max}} \quad (1)$$

$$s_2 = \frac{a_{\max}^3}{J^2} \quad (2)$$

式中: s_1 表示经过加加速阶段、匀加速阶段、减加速阶段达到最大速度完成的位移; s_2 表示仅经过加加速段和减加速阶段达到最大速度完成的位移。

类型一 七段式。若 $s > 2s_1$, 则在给定距离 s 范围内可以达到最大速度 v_{\max} 和最大加速度 a_{\max} , 速度规划为七段式, 如图1(a)所示。

七段式分段用时分别为

$$T_1 = T_3 = T_5 = T_7 = \frac{a_{\max}}{J} \quad (3)$$

$$T_2 = T_6 = \frac{v_{\max}}{a_{\max}} - \frac{a_{\max}}{J} \quad (4)$$

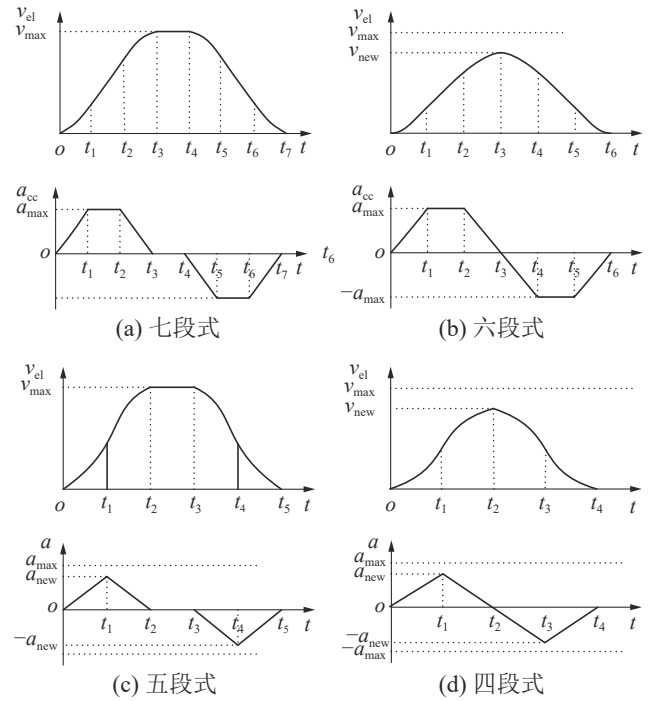


图1 S型速度规划

Fig. 1 S-type speed planning

$$T_4 = \frac{s - 2s_1}{v_{\max}} \quad (5)$$

七段式速度函数为

$$v(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}Jt^2, & t < T_1 \\ \frac{1}{2}JT_1^2 + a_{\max}(t - T_1), & T_1 < t < \sum_{i=1}^2 T_i \\ v_{\max} - \frac{1}{2}J\left(\sum_{i=1}^3 T_i - t\right)^2, & \sum_{i=1}^2 T_i < t < \sum_{i=1}^3 T_i \\ v_{\max}, & \sum_{i=1}^3 T_i < t < \sum_{i=1}^4 T_i \\ v_{\max} - \frac{1}{2}J\left(t - \sum_{i=1}^4 T_i\right)^2, & \sum_{i=1}^4 T_i < t < \sum_{i=1}^5 T_i \\ v_{\max} - \frac{1}{2}JT_5^2 - a_{\max}\left(t - \sum_{i=1}^5 T_i\right), & \sum_{i=1}^5 T_i < t < \sum_{i=1}^6 T_i \\ \frac{1}{2}J\left(\sum_{i=1}^7 T_i - t\right)^2, & \sum_{i=1}^6 T_i < t < \sum_{i=1}^7 T_i \end{cases} \quad (6)$$

七段式位移函数为

$$d(t) = \begin{cases} \frac{Jt^3}{6}, & t < T_1 \\ d_1 + \frac{J}{2}T_1^2(t-T_1) + \frac{a_{\max}}{2}(t-T_1)^2, & T_1 < t < \sum_{i=1}^2 T_i \\ d_2 + v_{\max} \left(t - \sum_{i=1}^2 T_i \right) + \frac{J}{6} \left(\sum_{i=1}^3 T_i - t \right)^3 - \frac{J}{6} T_3^3, & \sum_{i=1}^2 T_i < t < \sum_{i=1}^3 T_i \\ d_3 + v_{\max} \left(t - \sum_{i=1}^3 T_i \right), & \sum_{i=1}^3 T_i < t < \sum_{i=1}^4 T_i \\ d_4 + v_{\max} \left(t - \sum_{i=1}^4 T_i \right) - \frac{1}{6} J \left(t - \sum_{i=1}^4 T_i \right)^3, & \sum_{i=1}^4 T_i < t < \sum_{i=1}^5 T_i \\ d_5 + \left(v_{\max} - \frac{1}{2} J T_5^2 \right) \left(t - \sum_{i=1}^5 T_i \right) - \frac{a_{\max}}{6} \left(t - \sum_{i=1}^5 T_i \right)^2, & \sum_{i=1}^5 T_i < t < \sum_{i=1}^6 T_i \\ s - \frac{1}{6} J \left(\sum_{i=1}^7 T_i - t \right)^3, & \sum_{i=1}^6 T_i < t < \sum_{i=1}^7 T_i \end{cases} \quad (7)$$

其中,

$$\begin{cases} d_1 = \frac{a_{\max}^3}{6J^2} \\ d_2 = d_1 + \frac{J}{2}T_1^2T_2 + \frac{a_{\max}T_2^2}{2} \\ d_3 = d_2 + \frac{V_{\max}a_{\max}}{J} - \frac{a_{\max}^3}{6J^2} = s_1 \\ d_4 = s - d_3 \\ d_5 = s - d_2 \\ d_6 = s - d_1 \end{cases}$$

式中 $d_1 \sim d_6$ 表示分段运行距离。

类型二 六段式。若 $s \geq 2s_2$ 且 $s < 2s_1$,则在给定距离范围内可以达到最大加速度 a_{\max} ,但达不到最大速度 v_{\max} ,速度规划为六段式,如图1(b)所示。

最大速度值修改为

$$v_{\max} = \frac{-\frac{a_{\max}^2}{J} + \sqrt{\left(\frac{a_{\max}^2}{J}\right)^2 + 4a_{\max}s}}{2} \quad (8)$$

六段式需要调整的时间段为

$$T_4 = 0 \quad (9)$$

类型三 五段式。若 $v_{\max} \leq \frac{a_{\max}^2}{J}$ 且 $s > 2v_{\max} \sqrt{\frac{v_{\max}}{J}}$,

则在给定距离 s 范围内可以达到最大速度 v_{\max} ,但不能达到最大加速度 a_{\max} ,速度规划为五段式,如图1(c)所示。

最大加速度值修改为

$$a_{\max} = \sqrt{v_{\max}J} \quad (10)$$

五段式需要调整的时间段为

$$T_2 = T_6 = 0 \quad (11)$$

$$T_4 = \frac{s - 2v_{\max} \sqrt{\frac{v_{\max}}{J}}}{v_{\max}} = \frac{s}{v_{\max}} - 2\sqrt{\frac{v_{\max}}{J}} \quad (12)$$

类型四 四段式。如果 $s < 2s_2$,则在给定距离 s 范围内既达不到最大加速度也达不到最大速度,速度规划为四段式,如图1(d)所示。

最大加速度值修改为

$$a_{\max} = \sqrt[3]{\frac{sJ^2}{2}} \quad (13)$$

最大速度值修改为

$$v_{\max} = Jt_1^2 \quad (14)$$

四段式需要调整的时间段为

$$T_2 = T_4 = T_6 = 0 \quad (15)$$

2 笛卡尔空间轨迹规划

本文研究的笛卡尔空间的位姿规划主要包括直线插补运动和圆弧插补运动的位置规划和姿态规划。

2.1 位置规划

1) 直线插补。

给定空间两点 $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$, 则各插补点的表达式为

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (16)$$

$$\begin{cases} x_k = x_1 + \lambda_k(x_2 - x_1) \\ y_k = y_1 + \lambda_k(y_2 - y_1) \\ z_k = z_1 + \lambda_k(z_2 - z_1) \end{cases} \quad (17)$$

式中: λ_k 为归一化因子, $\lambda_k \in [0, 1]$, s 为直线段距离。

2) 圆弧插补。

设三维空间中任意不共线的三点 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 、 $P_3(x_3, y_3, z_3)$, 对其确定的圆弧进行轨迹规划:

① 确定空间圆弧的圆心坐标 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 及半径 r , P_1 、 P_2 、 P_3 三点确定的空间平面的方程为: $Ax + By + Cz + D = 0$, 具体方法可参照文献[11], 这里不再赘述。

② 在局部坐标系 $o-xyz$ 下建立空间圆弧所在平面的新坐标系 $o'-x'y'z'$ 。以圆心 P_0 为新坐标系原点 o' , 令 x' 轴的方向为 P_0P_1 如图2所示。则 x' 轴在局部坐标系内的方向余弦为

$$\mathbf{n} = \left[\frac{x_1 - x_0}{r} \quad \frac{y_1 - y_0}{r} \quad \frac{z_1 - z_0}{r} \right]^T \quad (18)$$

令 z' 轴方向为 $P_1P_2 \times P_2P_3$, 则 z' 轴在局部坐标内的方向余弦为

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \frac{A}{k} & \frac{B}{k} & \frac{C}{k} \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

式中 $k = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ 。

y' 轴方向可由右手法则确定, 其方向为 $\mathbf{o} = \mathbf{a} \times \mathbf{n}_o$ 。
令 $\mathbf{p} = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$, 由齐次变换原理^[12], 可求得坐标系 $o'-x'y'z'$ 到局部坐标系 $o-xyz$ 的齐次变换矩阵 \mathbf{T} :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

令局部坐标系内的任意一点 P 的齐次坐标为 $[x \ y \ z \ 1]^T$, 则 P 点在坐标系 $o'-x'y'z'$ 的坐标为 $[x' \ y' \ z' \ 1]^T$, 有

$$[x' \ y' \ z' \ 1]^T = \mathbf{T}^{-1} [x \ y \ z \ 1]^T \quad (21)$$

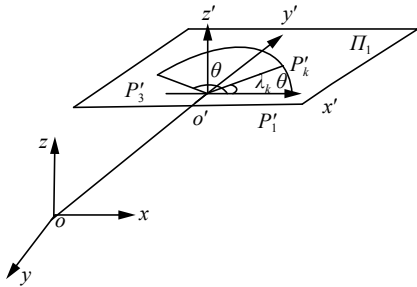


图2 基于局部坐标系的圆弧插补

Fig. 2 Arc interpolation based on local coordinate system

3) 求圆弧的夹角 θ 。由式 (21) 计算出空间三点 P_1, P_2, P_3 在坐标系 $o'-x'y'z'$ 下相应坐标为: $P'_1(x'_1, y'_1, 0), P'_2(x'_2, y'_2, 0), P'_3(x'_3, y'_3, 0)$ 。

整个圆弧轨迹插补过程的角度为 θ 。得到:

$$\theta = \begin{cases} \arctan 2(y'_3, x'_3) + 2\pi, & y'_3 < 0; \\ \arctan 2(y'_3, x'_3), & y'_3 \geq 0. \end{cases} \quad (22)$$

4) 在圆弧所在平面上 Π_1 进行平面规划。基

于齐次变换原理, 可得

$$\begin{cases} \theta_k = \lambda_k \cdot \theta \\ x'_i = r \cdot \cos \theta_k \\ y'_i = r \cdot \sin \theta_k \\ z'_i = 0 \end{cases} \quad (23)$$

对 λ_k 进行 S 型速度规划便可完成圆弧运动的插补计算, 根据弧长和速度等约束条件可分为七段、六段、五段、四段 4 种情况, 可参考直线部分。

2.2 基于四元数的姿态规划

四元数具有无数据冗余、不存在万向节锁死等优点^[13]。设 $q = [s, (a, b, c)]$, 由机器人正运动学齐次矩阵可求对应的两个互补的单位四元数:

$$\begin{cases} s = \pm \sqrt{n_x + o_y + a_z + 1/2} \\ a = (o_z - a_y)/4s \\ b = (a_x - n_z)/4s \\ c = (n_y - o_x)/4s \end{cases} \quad (24)$$

设工业机器人的初始姿态和目标姿态分别为 R_1 和 R_2 , 根据式 (24) 可求出其对应的四元数 q_1 和 q_2 。由于每个姿态矩阵对应两个互补的四元数, 考虑到时间最优, 选择与前一姿态夹角较小的一组四元数。定义两个四元数夹角为 Ω , 则:

$$\cos \Omega = q_1 \cdot q_2 \quad (25)$$

对于两点间的姿态可由 Slerp 公式^[13] 求出:

$$\text{Slerp}(q_1, q_2, \lambda_k) = \frac{q_1 \sin(1 - \lambda_k)\Omega + q_2 \sin(\lambda_k\Omega)}{\sin \Omega} \quad (26)$$

2.3 轨迹规划流程

轨迹规划需通过插补算法来实现。本文采用弧长增量法的插补技术, 即在每个插补周期内, 按照进给速度用微小线段去逼近目标轮廓线^[14]。本文设计的插补算法程序流程如图 3 所示。

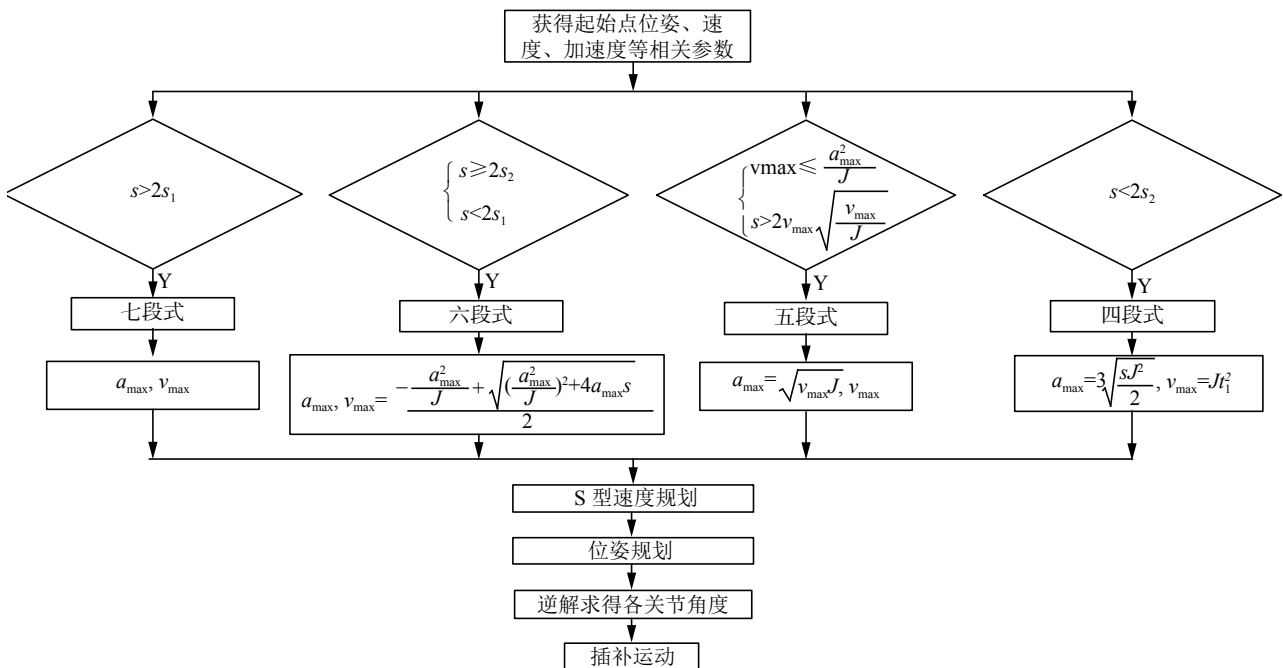


图3 插补算法程序流程

Fig. 3 Program flow of interpolation algorithm

设采样时刻为 t_k , 代入式 (7) 可得:

$$\lambda_k = \frac{d(t_k)}{d_i} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

将式 (27) 代入空间直线或圆弧的位姿表达式中, 求解便可得到位置插补点。

3 仿真分析及实验

自主开发的六自由度工业机器人控制系统由嵌入式 PC(x86 架构)、Linux/RTAI 实时操作系统和伺服驱动等模块组成。本文在嵌入式 PC 上利用 C++ 编程实现规划算法。控制器与伺服驱动器之间采用 EtherCAT 工业实时以太网进行通信^[14]。

3.1 直线插补实验

选取系统允许的最大速度和最大加速度分别为 $3\,600\text{ mm/s}$ 和 $2\,800\text{ mm/s}^2$, $J=7\,500\text{ mm/s}^3$, 插补周期为 2 ms 。选取起始点坐标为 $(369.7, -127.1, 402.8, 0.011\,81, 0.728\,92, 0.684\,36, -0.013\,89)$, 目标进给速度为 108 mm/s 。进行了 4 组实验, 实验参数如表 1 所示。实验得到的位移、速度、加速度曲线如图 4 和图 5 所示。实验得到的直线运动喷绘效果如图 6 所示。

根据 4 组实验参数可分别得到四段、五段、六段和七段速度规划曲线, 验证轨迹规划算法的有效性。此外, 由图 5 可知, S 型速度规划可保证加速度连续, 减小机械冲击。

表 1 直线插补运动实验参数

Table 1 Experimental parameters of linear interpolation motion

类型	目标点位姿/mm	加速度/ $\text{mm}\cdot\text{s}^{-2}$
四段	(369.7, -110.1, 402.8, 0.011 81, 0.728 92, 0.684 36, -0.013 89)	1 200
五段	(369.7, 80.2, 402.8, 0.011 81, 0.728 92, 0.684 36, -0.013 89)	1 200
六段	(369.7, -90.1, 402.8, 0.011 81, 0.728 92, 0.684 36, -0.013 89)	2 800
七段	(369.7, 80.2, 402.8, 0.011 81, 0.728 92, 0.684 36, -0.013 89)	600

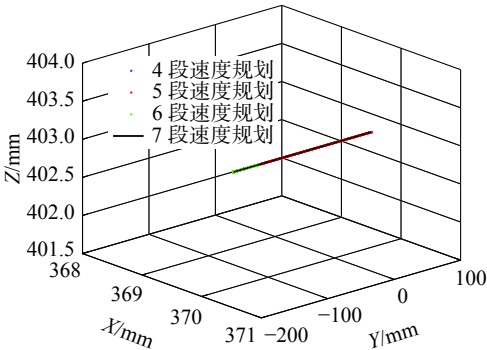


图 4 直线插补运动的位移曲线

Fig. 4 The displacement curve of line interpolation motion

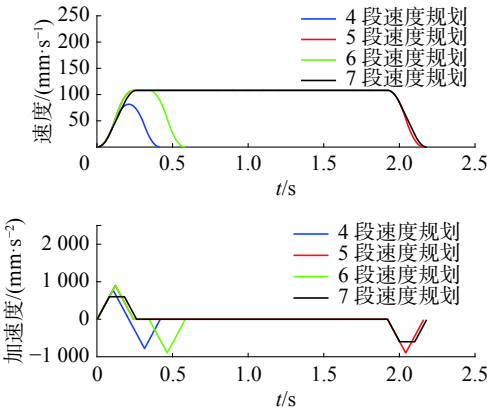


图 5 直线插补运动的速度与加速度曲线

Fig. 5 The velocity and acceleration curves of line interpolation motion



图 6 直线插补运动喷绘实验效果

Fig. 6 Experimental effect diagram of line interpolation motion spray painting

3.2 圆弧插补实验

与直线插补运算类似, 机器人系统运动参数与直线部分相同。选取圆弧起点坐标分别为 $P_0(369.7, -127.1, 402.8, 0.011\,81, 0.728\,92, 0.684\,36, -0.013\,89)$, $P_1(473.6, -23.45, 502.8, 0.011\,81, 0.728\,92, 0.684\,36, -0.013\,89)$, $P_2(369.7, 80.2, 402.8, 0.011\,81, 0.728\,92, 0.684\,36, -0.013\,89)$ 。分别进行加速度为 600 mm/s^2 和 $2\,800\text{ mm/s}^2$ 两组实验。实验得到的位移、速度、加速度曲线如图 7 和图 8 所示。实验得到的圆弧运动喷绘效果如图 9 所示。

通过对比在加速度为 600 mm/s^2 和 $2\,800\text{ mm/s}^2$ 两种情况, 可分别得到七段式速度规划和五段式速度规划。同理, 可通过调整圆弧弧长、速度和加速度等参数获得四段式和六段式速度规

划。与直线部分类似, S型速度规划可保证加速度连续。

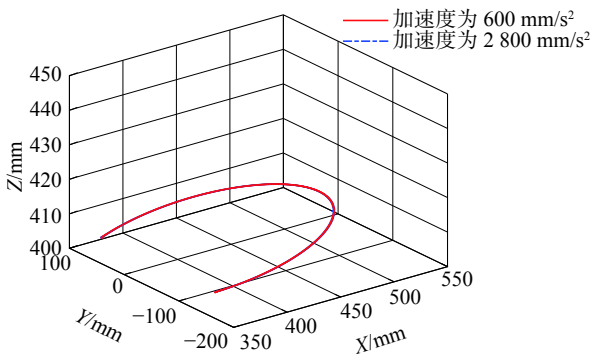


图7 圆弧插补运动的位移曲线

Fig. 7 The displacement curve of arc interpolation motion

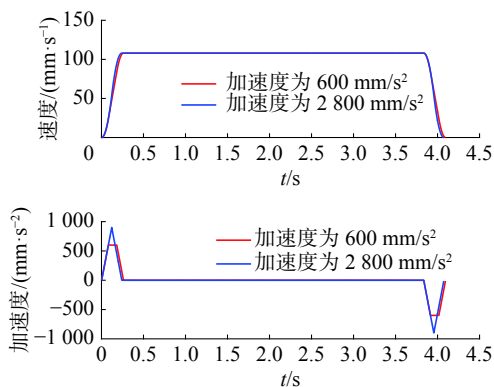


图8 圆弧插补运动的速度与加速度曲线

Fig. 8 Curve of velocity and acceleration of arc interpolation motion



图9 圆弧插补运动喷绘实验效果

Fig. 9 Experimental effect diagram of arc interpolation motion spray painting

4 结论

1) 采用 S 型速度规划, 基于四元数的直线与圆弧运动的位姿模型, 可实现笛卡尔空间规划。

2) 根据路径长度约束条件, 能将速度规划类型分为 4 种情况, 可实现速度和加速度的自动调整。

3) 本文设计的 S 型速度规划算法可保证加速度连续, 减小机械冲击。

在下一步工作中, 将增加误差等约束条件, 提高控制精度; 进一步优化机器人控制系统软硬件平台, 提高系统实时性。

参考文献:

- [1] LIU Huashan, LAI Xiaobo, WU Wenxiang. Time-optimal and jerk-continuous trajectory planning for robot manipulators with kinematic constraints[J]. *Robotics and computer-integrated manufacturing*, 2013, 29(2): 309–317.
- [2] GIBERTI H, SBAGLIA L, URGIO M. A path planning algorithm for industrial processes under velocity constraints with an application to additive manufacturing[J]. *Journal of manufacturing systems*, 2017, 43: 160–167.
- [3] ABU-DAKKA F J, ASSAD I F, ALKHDOUR R M, et al. Statistical evaluation of an evolutionary algorithm for minimum time trajectory planning problem for industrial robots[J]. *The international journal of advanced manufacturing technology*, 2017, 89(1/2/3/4): 389–406.
- [4] VULLIEZ M, LAVERNHE S, BRUNEAU O. Dynamic approach of the feedrate interpolation for trajectory planning process in multi-axis machining[J]. *The international journal of advanced manufacturing technology*, 2016, 88(5/6/7/8): 2085–2096.
- [5] ZHAO Huan, ZHU Limin, DING Han. A real-time look-ahead interpolation methodology with curvature-continuous B-spline transition scheme for CNC machining of short line segments[J]. *The international journal of machine tools and manufacture*, 2013, 65: 88–98.
- [6] 许健, 梅江平, 段晓斌, 等. 一种工业机器人连续轨迹规划过渡算法[J]. *工程设计学报*, 2016, 23(6): 537–543.
XU Jian, MEI Jiangping, DUAN Xiaobin, et al. An algorithm for segment transition in continuous trajectory planning of industrial robot[J]. *Chinese journal of engineering design*, 2016, 23(6): 537–543.
- [7] 李黎, 尚俊云, 冯艳丽, 等. 关节型工业机器人轨迹规划研究综述[J]. *计算机工程与应用*, 2018, 54(5): 36–50.
LI Li, SHANG Junyun, FENG Yanli, et al. Research of trajectory planning for articulated industrial robot: a review[J]. *Computer engineering and applications*, 2018, 54(5): 36–50.
- [8] HU Jun, XIAO Liangjian, WANG Yuhua, et al. An optimal feedrate model and solution algorithm for a high-speed machine of small line blocks with look-ahead[J]. *The international journal of advanced manufacturing technology*, 2006, 28(9/10): 930–935.
- [9] 史步海, 孙会会. 基于新 S 型速度规划的 B 样条曲线算法研究[J]. *机床与液压*, 2016, 44(15): 72–79.
SHI Buhai, SUN Huihui. B-spline curve algorithm research based on new S velocity planning[J]. *Machine tool and hydraulics*, 2016, 44(15): 72–79.
- [10] JAHANPOUR J, ALIZADEH M R. A novel acc-jerk-limited NURBS interpolation enhanced with an optimized S-

shaped quintic feedrate scheduling scheme[J]. The international journal of advanced manufacturing technology, 2015, 77(9/10/11/12): 1889–1905.

- [11] 谭民, 徐德, 侯增广, 等. 先进机器人控制 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.

TAN Min, XU De, HOU Zengguang, et al. Advanced robot control[M]. Beijing: Higher Education Press, 2007.

- [12] SPONG M W, HUTCHINSON S, VIDYASAGAR M. Robot modeling and control[M]. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons Inc, 2005.

- [13] 李宏胜, 汪允鹤, 黄家才, 等. 工业机器人倍四元数轨迹规划算法的研究 [J]. 中国机械工程, 2016, 27(20): 2711–2716.

LI Hongsheng, WANG Yunhe, HUANG Jiakai, et al. Research on trajectory planning of industrial robots with double quaternion[J]. China mechanical engineering, 2016, 27(20): 2711–2716.

- [14] WINGS E, MÜLLER M, ROCHLER M. Integration of real-time Ethernet in LinuxCNC: using the example of Sercos III [J]. The international journal of advanced manu-

facturing technology, 2015, 78(9/10/11/12): 1837–1846.

作者简介:



李振娜, 女, 1993 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为协作机器人碰撞感知及轨迹规划。



王涛, 男, 1992 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为工业机器人轨迹规划。



王斌锐, 男, 1978 年生, 教授, 主要研究方向为仿生机器人及智能控制。主持国家级、省部级科研项目 5 项, 已授权发明专利 40 余项。发表学术论文 110 余篇。