

DOI: 10.11992/tis.201804057

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20180611.1214.006.html>

基于非凸加权 L_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法

徐久成^{1,2}, 王楠^{1,2}, 王煜尧^{1,2}, 徐战威^{1,2}

(1. 河南师范大学 计算机与信息工程学院, 河南 新乡 453007; 2. 河南省高校计算智能与数据挖掘工程技术研究中心, 河南 新乡 453007)

摘要: 图像去噪过程中由于噪声的影响, 无法学习到准确的先验知识, 因此难以获取较优的稀疏系数。针对该问题, 本文提出一种基于非凸加权 L_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法。该算法将系数求解过程分解为两个子问题, 采用广义软阈值算法求解 L_p 范数中的稀疏系数, 再利用代理算法求解稀疏误差约束中的稀疏系数, 根据二者的均值来获取更具鲁棒性的稀疏系数。与当前几种典型的算法进行对比分析, 实验结果表明: 本文算法不仅具有更高的峰值信噪比 (PSNR), 而且在运行时间上具有更高的效率, 同时在视觉角度上产生了更好的视觉感受。

关键词: 图像去噪; 稀疏表示; 稀疏系数; 先验知识; L_1 范数; 非凸加权 L_p 范数; 稀疏误差约束; 峰值信噪比
中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2019)03-0500-08

中文引用格式: 徐久成, 王楠, 王煜尧, 等. 基于非凸加权 L_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法[J]. 智能系统学报, 2019, 14(3): 500-507.

英文引用格式: XU Jiucheng, WANG Nan, WANG Yuyao, et al. Non-convex weighted- L_p -norm sparse-error constraint for image denoising[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2019, 14(3): 500-507.

Non-convex weighted- L_p -norm sparse-error constraint for image denoising

XU Jiucheng^{1,2}, WANG Nan^{1,2}, WANG Yuyao^{1,2}, XU Zhanwei^{1,2}

(1. College of Computer and Information Engineering, He'nan Normal University, Xinxiang 453007, China; 2. Engineering Technology Research Center for Computing Intelligence and Data Mining in Colleges and University of He'nan Province, Xinxiang 453007, China)

Abstract: Due to noise during image denoising, it is difficult to learn accurate prior knowledge. Therefore, obtaining a desirable sparse coefficient proves to be difficult. To solve this problem, this paper proposes an image denoising method based on the non-convex weighted- L_p -norm sparse-error constraint. This algorithm decomposes the coefficient-solving process into two sub-problems. First, the algorithm solves the sparse coefficient in the L_p norm by the generalized soft threshold value algorithm and then uses the surrogate algorithm to solve the sparse coefficient in the sparse-error constraint. Finally, the algorithm obtains a robust sparse coefficient according to its average value. The experimental results show that the proposed algorithm features a high peak signal-to-noise ratio and high efficiency in terms of the running time. Simultaneously, a desirable visual perception is obtained.

Keywords: image denoising; sparse representation; sparse coefficient; prior knowledge; L_1 norm; non-convex weighted L_p norm; sparse error constraint; peak signal-to-noise ratio

图像去噪作为一种经典的低秩矩阵逼近问

题, 引起了越来越多学者的关注。图像去噪的目的是从噪声图像 Y 中去除噪声 η , 尽可能准确地估计出清晰图像 X , 其中 η 常常被假设为标准差为 σ_n 的加性白高斯噪声。由于图像去噪本身的不适定性, 因此在增强图像去噪性能上求解图像

收稿日期: 2018-04-26. 网络出版日期: 2018-06-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61370169, 61402153); 河南省科技攻关重点项目 (142102210056, 162102210261); 河南省高等学校重点科研项目 (16A520057).

通信作者: 王楠. E-mail: 190606759@qq.com.

先验知识的算法得到了广泛的研究。目前相关学者已经提出了多种有效的图像先验知识模型,如全变分方法^[1]、稀疏表示方法^[2-4]、基于非局部自相似性方法^[5-6]和深度学习^[7-8]等。

早期的图像去噪模型主要考虑像素级别的先验知识,比如全变分等正则化方法,但是这些方法往往会损坏图像的细节特征,造成图像过于平滑。近年来,一些基于稀疏表示的正则化方法被相继提出。稀疏表示的目的是在给定的超完备字典 D 中用尽可能少的原子来表示信号,获得信号更为简洁的表示方式,即稀疏系数 α 。最具代表性的稀疏表示方法是将图像块作为一种稀疏线性组合进行编码,形成超完备冗余字典^[9],这些字典通常是从自然图像中学习得到的,从而得到更好的稀疏去噪性能。尽管如此,基于图像块的稀疏表示模型通常会存在一些问题,比如字典学习具有较高的计算复杂度,同时也忽视了图像块之间的相互关系^[10-11]。

传统的基于图像去噪的稀疏表示方法,常常利用 l_1 范数凸优化来进行稀疏编码^[12-13],但凸优化方法在一些图像逆问题中很难获得准确的稀疏结果,因此Zha等^[14-15]提出了非凸 l_p 范数最小化稀疏表示模型,但是该模型只考虑了输入噪声图像的非局部相似性属性,在图像被噪声严重破坏的情况下,从噪声图像中恢复出清晰图像具有很大的挑战性。为提高去噪算法的性能,本文提出一种基于非凸加权 l_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法,将图像去噪问题转化为一个求解有效稀疏系数的问题。该方法将求解稀疏系数问题拆分为两个子问题,利用广义软阈值算法^[16]求解 l_p 范数中的稀疏系数,并采用代理算法^[17]求解稀疏误差约束中的稀疏系数,最后将两者的均值作为最终的稀疏系数。为了验证本文算法的有效性,采用标准的图像数据集进行仿真实验。与BM3D^[5]、NCSR^[18]、WNNM^[19]等算法进行比较分析,本文所提算法不仅具有更高的峰值信噪比(PSNR),而且具有更高的运行效率,达到了预期实验结果。

1 基本概念

本文算法是基于图像非局部自相似性进行研究的,首先对组稀疏表示模型中相似组的选择过程进行介绍。将清晰图像 X 划分为 n 个重叠的图像块 x_n ,对于每一个图像块 $x_i(i=1,2,\dots,n)$ 从一个搜索窗口中的所有图像块中,利用kNN方法提取出与图像块 x_i 最相似的 m 个相似块,构成相似组

X_i 。基于图像块稀疏表示的相似性^[2],从每一个相似组 X_i 中学习对应的字典 D_i ,则相似组 X_i 可以被稀疏表示为 $X_i=D_iN_i$, N_i 表示稀疏系数。利用 l_1 范数来求解 N_i 的最优值 N_x ,即

$$N_x = \arg \min_{N_i} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \|X_i - D_i N_i\|_F^2 + \lambda \|N_i\|_1 \right) \quad (1)$$

式中: $\|\cdot\|_F$ 表示F范数; $\|\cdot\|_1$ 表示 l_1 范数; λ 是正则化参数,其目的是使保真项与稀疏项之间取得较好的平衡。

噪声图像中相似组 Y_i 的提取方式与清晰图像类似,即 $Y_i = \{y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im}\}$,其中 y_{im} 表示第 i 个相似组 Y_i 的第 m 个相似块,相似组 Y_i 被稀疏表示为 $Y_i = D_i \delta_i$ 。图像去噪则可转化为利用组稀疏表示的形式,从噪声图像 Y 中恢复出潜在的清晰图像 X ,求解噪声图像中稀疏系数 M_i 的最优值 M_y ,可表示为

$$M_y = \arg \min_{M_i} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \|Y_i - \hat{X}_i\|_F^2 + \lambda \|M_i\|_1 \right) \quad (2)$$

式中: $\hat{X}_i = D_i M_i$, \hat{X}_i 表示图像中第 i 个清晰图像块的估计。

1.1 非凸加权 l_p 范数最小化

从噪声中估计稀疏信号,常常使用稀疏凸正则化来进行优化。但在一些图像逆问题中,如图像去模糊、图像去噪等图像恢复问题,利用凸正则化并不能较好地获取准确的稀疏结果。根据文献^[15]中 l_p 稀疏表示优化算法的成功应用,为了获得更准确的稀疏表示结果,将非凸加权 $l_p(0 < p < 1)$ 惩罚函数扩展到组稀疏表示,采用非凸 l_p 范数代替凸 l_1 范数。对于图像去噪,基于组稀疏表示的非凸加权 l_p 范数最小化可表示为

$$M_y = \arg \min_{M_i} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \|Y_i - \hat{X}_i\|_F^2 + \|W_i \cdot M_i\|_p \right)$$

式中: $\|\cdot\|_p$ 表示非凸 l_p 范数; \cdot 表示向量间的点积运算; W_i 表示相似组的权重。权重更新公式为 $w_i = c \times 2\sqrt{2}\sigma^2/\sigma_i$, c 是一个常数, σ_i 表示稀疏系数 M_i 的标准差。

1.2 稀疏误差

由于噪声的影响,从图像 Y 中估计出准确的稀疏系数 M 较为困难。换言之,从式(1)中求出的原始清晰图像 X 的稀疏系数 N ,从式(2)中求出的估计稀疏系数 M ,两者存在误差。大部分图像去噪算法的性能都依赖于稀疏系数的准确性,因此降低稀疏误差的大小至关重要,估计稀疏系数 M 与真实稀疏系数 N 之差 R 为^[18]

$$R = M - N$$

为提高图像去噪的性能,需要增强稀疏系数

M 的准确性,也就是使稀疏误差 R 足够小。因此,式(2)可重写为

$$M_y = \arg \min_{M_i} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \|Y_i - \hat{X}\|_F^2 + \gamma \|M_i - N_i\|_p \right) \quad (3)$$

式中 γ 表示正则化参数。当 $p=1$ 时, l_p 范数服从拉普拉斯分布;当 $p=2$ 时,服从高斯分布;当 $0 < p < 1$ 时,服从超拉普拉斯分布。相关研究结果表明,稀疏误差 R 的分布更逼近于拉普拉斯分布,因此利用 l_1 范数对稀疏误差 R 进行正则化,式(3)可重写为

$$M_y = \arg \min_{M_i} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \|Y_i - \hat{X}\|_F^2 + \gamma \|M_i - N_i\|_1 \right)$$

2 基于非凸加权 l_p 范数的稀疏误差约束算法

在图像去噪过程中,由于清晰图像 X 是未知的,求出真实的稀疏系数 N 是非常困难的,但可求出 N 的精确估计来近似表示稀疏系数。目前,用来估计稀疏系数的方法已经有很多相关的研究成果,但是这些相关方法的泛化能力具有一定的局限性,在选择时要取决于清晰图像的先验知识。若有较多类似于清晰图像 X 的训练图像,则可从训练图像中学习到较多清晰图像的先验知识,从而求解更优的稀疏系数。但是,实际情况下,并没有太多类似于清晰图像的训练图像。在本文算法中,采用预滤波对图像进行预处理。

基于上述分析,首先利用 BM3D 方法对噪声图像 Y 进行预滤波处理,得到图像 Y_B ,然后再对 Y_B 进行初始化,从图像 Y_B 中获取组稀疏系数 N 较为准确的估计值,即 $Y_{Bi} = D_i N_i$ 。

为提高去噪算法的性能,本文将稀疏误差约束融合到非凸加权 l_p 范数去噪算法中。图像去噪问题便转化为最小化 l_p 范数和稀疏误差,进而求得最优稀疏系数问题。基于非凸加权 l_p 范数稀疏误差约束最小化可表示为

$$\begin{aligned} M_y = \arg \min_{M_i} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \|Y_i - \hat{X}\|_F^2 + \right. \\ \left. \|W_i \cdot M_i\|_p + \gamma \|M_i - N_i\|_1 \right) = \\ \arg \min_{u_i} (\|y_i - D_i u_i\|_2^2 + \|w_i \cdot u_i\|_p + \\ \gamma \|u_i - v_i\|_1) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: y_i 、 u_i 、 w_i 和 v_i 分别表示 Y_i 、 M_i 、 W_i 和 N_i 的向量;权重更新公式为 $w_i = c \times 2\sqrt{2}\sigma^2/\sigma_i$, c 是一个常数; σ_i 表示稀疏系数 M_i 的标准差;字典 $D_i = [d_1 d_2 \cdots d_K]$, K 表示字典原子的数量; γ 表示正则化参数。

由于式(4)中 $\|w_i \cdot v_i\|_p$ 是非凸 l_p 范数,

$\gamma \|u_i - v_i\|_1$ 是凸 l_1 范数,两者无法同时求解,因此将式(4)拆分为两个子问题:一是求解非凸加权 l_p 范数最小化问题中的稀疏系数,即 u_{pi} ;二是求解稀疏误差约束问题中的稀疏系数,即 u_{ri} 。最后使用均值求解法获得最终的稀疏系数, $u_i = (u_{pi} + u_{ri})/2$ 。则式(4)重写为

$$M_y = \arg \min_{u_i} (\|y_i - D_i u_i\|_2^2 + \frac{1}{2} (\|w_i \cdot u_{pi}\|_p + \gamma \|u_{ri} - v_i\|_1))$$

在非凸加权 l_p 范数最小化问题中,利用广义软阈值算法求解稀疏系数 u_{pi} ,即

$$u_{pi} = S_p^{\text{GST}}(\delta_i; w_i)$$

式中 S_p^{GST} 表示广义软阈值运算符。若 $\delta_i < \tau_p^{\text{GST}}(w_i)$, 则 $u_{pi} = 0$ 是全局最小值,阈值 $\tau_p^{\text{GST}}(w_i) = [2w_i(1-p)]^{\frac{1}{1-p}} + w_i p [2w_i(1-p)]^{\frac{p}{1-p}}$;否则,最小值将在非零点处求得。在稀疏误差约束问题中,利用代理算法求解稀疏系数 u_{ri} :

$$u_{ri} = S_\gamma(D_i^{-1} \hat{x}_i - v_i) + v_i \quad (5)$$

式中: S_γ 表示软阈值运算符; \hat{x}_i 表示第 i 个重构相似组 \hat{X}_i 矩阵的向量。

基于非凸加权 l_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法如算法1。

算法1 基于非凸加权 l_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法

输入 噪声图像 Y , 初始化 $\hat{X} = Y, Y_B, c, d, m, L, J, \sigma, \tau, \zeta, \lambda$;

输出 去噪图像 \hat{X}^{t+1} 。

1) 利用公式 $Y^{t+1} = \hat{X}^t + \lambda(Y - \hat{X}^t)$ 对输入的噪声图像 Y 进行归一化;

2) 判断 Y^{t+1} 和 Y_B 的结构相似性与 Y^t 和 Y_B 的结构相似性的差值是否小于阈值 τ ;

3) 若 $\text{SSIM}(Y^{t+1}, Y_B) - \text{SSIM}(Y^t, Y_B) < \tau$, 在图像 Y^{t+1} 中进行相似块选取;否则,在图像 Y_B 中进行相似块选取;

4) 通过 kNN 方法对每一个图像块 y_i 和 Y_{Bi} 进行筛选,构建相似组 Y_i^{t+1} 和 Y_{Bi}^{t+1} ;

5) 对相似组 Y_i 进行 PCA 操作,构建字典 D_i^{t+1} ;

6) 由 $Y_{Bi} = D_i N_i$ 和 $Y_i = D_i \delta_i$ 分别求解第 $t+1$ 次稀疏系数 N_i^{t+1} 和 δ_i^{t+1} ;

7) 根据 $w_i = c \times 2\sqrt{2}\sigma^2/\sigma_i$ 求解第 $t+1$ 次权重 W_i^{t+1} ;

8) 利用广义软阈值算法求解 l_p 范数中的稀疏系数 u_{pi} ;

9) 利用代理算法来求解误差约束中的稀疏系数 u_{ri} ;

10) 通过求解 u_{pi} 和 u_{ri} 的均值来计算第 $t+1$ 次

稀疏系数 \mathbf{M}_i^{t+1} ;

11) 根据 $\mathbf{X}_i^{t+1} = \mathbf{D}_i^{t+1} \mathbf{M}_i^{t+1}$ 求得估计图像块 \mathbf{X}_i^{t+1} ;

12) 根据加权平均合并图像块 \mathbf{X}_i^{t+1} 形成去噪图像 $\hat{\mathbf{X}}^{t+1}$;

13) 结束。

由算法1可知,对于一个大小为 $d^2 \times m$ 的矩阵,其中 d 表示算法1中图像块 y_i 的宽度和高度, m 是一个相似组中相似块的数量,在每次迭代中构建字典(算法1中5))是主计算,时间复杂度为 $O(\min\{d^2 m^2, d^4 m\})$ 。广义软阈值算法(算法1中8))仅需要 $O(Km)$,其中 K 表示广义软阈值算法中的迭代次数。因此,本文所提出的基于非凸加权 l_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法的时间复杂度为 $J \times S \times O(\min\{d^2 m^2, d^4 m\} + Km)$, J 表示算法1的迭代次数, S 表示一个滑动窗口中图像块的总数。

本文所提算法采用非凸加权 l_p 范数作为正则项来保证图像中关键信息的稀疏性,降低了算法的时间消耗。由于图像中噪声的影响,从噪声图

像中求解的稀疏系数与真实的稀疏系数具有一定的误差,因此本文算法引入了稀疏误差约束,提出了基于非凸加权 l_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法。该算法利用稀疏误差约束,获取更精确的稀疏系数,提高了算法的去噪性能。

3 实验分析

为验证本文提出的基于非凸加权 l_p 范数稀疏误差约束图像去噪算法的有效性,采用如图1所示的测试图像进行仿真实验,将本文算法与几种相关的经典算法 BM3D^[9]、EPLL^[20]、NCSR^[18]、WNNM^[19]、AST-NLS^[21]、MSEPLL^[22] 进行实验对比分析。为保证实验的可行性和有效性,本文采用与文献[15]中相同的参数设置进行实验。本次实验环境为:CPU为AMD Athlon(tm) II X4 645 Processor,内存4 GB,系统为Windows 7,实验软件为MATLAB-R2016。



图1 去噪实验的所有测试图像

Fig. 1 All test images for the denoising experiments

为获取噪声图像,对测试图像加入了高斯白噪声,噪声标准差分别为20、30、40、50,对图像加入不同的噪声,会选择不同尺寸的重叠块。当噪声标准差 $\sigma \leq 20$ 时,重叠块的大小为 6×6 ;当噪声标准差 $20 < \sigma \leq 50$ 时,重叠块的大小为 7×7 ,选择相似块的搜索窗口大小为 30×30 ,每个窗口选择的相似块个数为60, $\tau = 0.0001$ 。当 $\sigma \leq 30$ 时, (c, ζ, λ) 为 $(0.2, 0.18, 0.67)$;否则, (c, ζ, λ) 为 $(0.3, 0.22, 0.67)$ 。为评估本文算法的去噪性能,本文使用图像的峰值信噪比(PSNR)作为实验结果的评价标准,本文算法与所有对比算法的PSNR值如表1~4所示。

从表1~4可知,PSNR值随着标准差的增加逐渐降低,本文算法的大部分PSNR值都高于其他算法的PSNR值,且PSNR的平均值均高于其他

相关算法的PSNR平均值。本文算法与相关算法的PSNR值进行比较,表1中PSNR值提升最高的是NCSR算法,提高了4.34 dB;表2中PSNR值提升最高的是EPLL算法,提高了3.69 dB;表3和表4中PSNR值提升最高的是BM3D算法,分别提高了3.48 dB和3.66 dB。本文算法与相关算法的PSNR平均值进行比较,其中提升最高的是表3中的EPLL算法,平均提升了1.9 dB,提高最低的是表4中的WNNM算法,平均提升了0.30 dB。本文算法在非凸加权 l_p 范数的基础上增加了稀疏误差约束,在获取有效估计稀疏系数的基础上,降低估计稀疏系数与真实稀疏系数之差,学习更精确的先验知识,取得了更好的去噪性能,验证了本文算法的可行性和有效性。

表1 不同去噪算法在标准差 $\sigma=20$ 下的 PSNR 结果Table 1 Denoising PSNR results of different denoising algorithms under standard deviations $\sigma=20$

dB

图像	算法						本文方法
	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	AST-NLS	MSEPLL	
Barbara	31.77	29.76	31.72	32.19	31.43	30.36	31.93
Monarch	30.35	30.48	30.69	31.10	30.89	30.32	31.17
Foreman	34.54	34.05	30.52	34.72	34.55	34.09	34.86
Couple	30.76	30.54	30.56	30.82	30.68	31.06	32.55
House	33.77	32.98	33.97	34.01	33.87	33.27	34.08
Lin	32.83	32.56	32.42	33.01	33.81	32.80	34.08
Parrot	29.96	29.97	32.16	30.19	32.42	31.52	33.03
Goldhill	30.72	30.49	30.61	30.81	30.06	30.58	30.36
C.man	30.28	30.34	30.48	30.75	30.48	30.59	31.47
Boat	29.69	30.66	30.74	31.00	30.76	30.92	31.26
Leaves	29.08	30.76	30.59	30.74	30.14	30.63	31.12
Lena	31.60	32.61	32.92	33.12	31.59	32.85	32.86
Peppers	31.14	31.17	31.26	31.53	31.36	31.23	31.86
Airplane	30.44	32.41	32.58	32.82	32.71	32.49	33.06
平均值	31.21	31.34	31.52	31.92	31.77	31.60	32.41

表2 不同去噪算法在标准差 $\sigma=30$ 下的 PSNR 结果Table 2 The PSNR results of different denoising algorithms under standard deviations $\sigma=30$

dB

图像	算法						本文方法
	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	AST-NLS	MSEPLL	
Barbara	29.18	27.56	28.90	29.56	29.31	27.72	29.60
Monarch	28.36	28.35	28.46	28.91	28.73	28.49	28.96
Foreman	32.69	29.66	32.78	33.01	32.79	32.34	33.35
Couple	30.08	28.61	28.57	28.98	30.30	30.42	30.68
House	32.08	31.22	32.07	32.52	32.26	31.71	32.69
Lin	30.95	30.72	30.84	30.96	30.83	30.96	31.05
Parrot	29.13	28.07	30.38	28.33	30.52	30.29	30.61
Goldhill	28.44	28.40	28.25	28.58	28.37	28.41	28.61
C.man	28.63	28.36	28.58	28.80	28.72	28.37	29.31
Boat	29.11	28.89	28.94	29.24	28.92	28.74	28.92
Leaves	27.82	27.38	28.14	28.62	28.46	27.26	28.64
Lena	29.55	31.61	29.43	29.83	29.52	29.46	30.08
Peppers	29.28	28.35	31.11	29.48	29.35	29.67	30.56
Airplane	27.56	30.41	30.70	30.87	31.02	30.96	31.21
平均值	29.49	29.11	29.80	29.84	29.94	29.63	30.31

表3 不同去噪算法在标准差 $\sigma=40$ 下的 PSNR 结果Table 3 Denoising PSNR results of different denoising algorithms under standard deviations $\sigma=40$

dB

图像	算法						本文方法
	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	AST-NLS	MSEPLL	
Barbara	27.33	25.63	27.36	27.79	27.51	26.04	27.89
Monarch	26.74	26.35	26.85	26.18	27.30	27.06	27.58
Foreman	31.11	28.32	31.59	31.54	31.27	31.05	31.75
Couple	29.13	27.16	27.24	26.65	28.89	29.15	29.44
House	30.65	29.94	30.80	30.23	30.91	30.47	31.42

续表 3

图像	算法						
	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	AST-NLS	MSEPLL	本文方法
Lin	29.52	27.83	29.45	29.80	29.39	29.68	29.88
Parrot	28.59	27.42	28.96	27.89	29.03	28.94	29.32
Goldhill	27.21	25.64	27.02	27.25	27.08	27.18	27.35
C.man	26.78	26.96	27.12	27.58	27.41	27.08	27.54
Boat	26.09	26.46	27.65	27.97	27.31	27.42	28.32
Leaves	25.69	24.79	26.24	27.01	26.86	25.72	27.14
Lena	27.83	27.98	28.01	28.38	28.12	28.05	28.38
Peppers	27.42	27.71	30.07	27.21	27.44	28.62	29.86
Airplane	26.45	27.03	29.28	26.80	28.96	28.84	29.93
平均值	27.90	27.09	28.40	28.02	28.39	28.24	28.99

表 4 不同去噪算法在标准差 $\sigma=50$ 下的 PSNR 结果Table 4 Denoising PSNR results of different denoising algorithms under standard deviations $\sigma=50$

dB

图像	算法						
	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	AST-NLS	MSEPLL	本文方法
Barbara	26.45	24.82	26.25	26.69	26.41	25.06	26.72
Monarch	28.51	25.77	25.76	26.18	26.10	25.93	26.20
Foreman	30.24	29.26	30.56	30.85	30.60	30.04	31.01
Couple	26.46	26.23	26.19	27.45	27.90	28.23	28.30
House	29.69	28.76	29.62	30.23	30.13	29.47	30.33
Lin	28.71	28.28	28.40	28.83	28.50	28.69	28.90
Parrot	26.89	25.83	27.88	27.80	28.06	27.90	28.23
Goldhill	26.27	26.36	26.06	26.45	26.22	26.28	26.32
C.man	26.13	26.03	26.15	26.42	26.34	26.12	26.62
Boat	26.78	26.65	26.67	26.97	26.62	26.94	26.73
Leaves	24.75	24.36	24.96	25.49	25.51	24.42	25.69
Lena	28.07	28.42	27.02	27.16	27.08	26.97	27.40
Peppers	26.68	26.62	28.07	26.81	26.84	26.82	28.77
Airplane	25.10	27.88	28.18	28.44	28.89	27.32	28.76
平均值	27.20	26.81	27.27	27.56	27.51	27.16	27.86

通过各算法 PSNR 的实验对比,表明了本文方法性能的优势。同时,为更好地体现本文算法的优越性,实验对比分析了几种相关算法在相同运行环境下的运行时间。各算法的平均运行时间如表 5 所示。

从表 5 可以看出,本文算法的运行时间在 89.64 s 左右,由于本文算法在去噪过程中采用自

适应的相似块选取方法,依据图像的结构自相似性,排除非相似块的干扰,快速准确地构建相似组,因此在与算法 EPLL、NCSR、WNNM、AST-NLS 和 MSEPLL 比较时,本文算法运行效率较高,节省更多的运行时间。虽然本文算法在运行时间上逊于 BM3D 算法,但在 PSNR 值上远高于 BM3D 算法。通过上述分析,本文算法具有更好的有效性。

表 5 相关算法在 14 个测试图像下的平均运行时间

Table 5 Average run time with related methods for the 14 test images

算法	BM3D	EPLL	NCSR	WNNM	AST-NLS	MSEPLL	本文算法
时间/s	2.67±0.04	103.78±2.56	374.01±9.47	169.32±1.43	327.16±2.94	185.74±2.34	89.64±7.62

为显示去噪算法的视觉效果,本文采用噪声标准差为 $\sigma=40$ 的 House 测试图像进行了仿真实

验,实验结果如图 2 所示。从图 2 测试图像的右下角窗口可以清晰地看出,其他的去噪算法包含

了更多的噪声,同时产生了很多的伪影。如图2(c)所示,由于EPLL算法忽略了图像的非局部自相似性,其纹理和结构边缘处的细节信息存在严重丢失,影响了直观视觉感受。本文所提算法是基于非凸加权 l_p 范数进行研究的,利用图像的非局部自相似性,在有效去除图像噪声的同时更好地保留了图像的纹理特征,如图2(i)所示。通过上述分析可知,本文所提出的算法具有较好的去噪性能,不仅可以获得较高的PSNR值,同时还产生了更好的视觉感受。

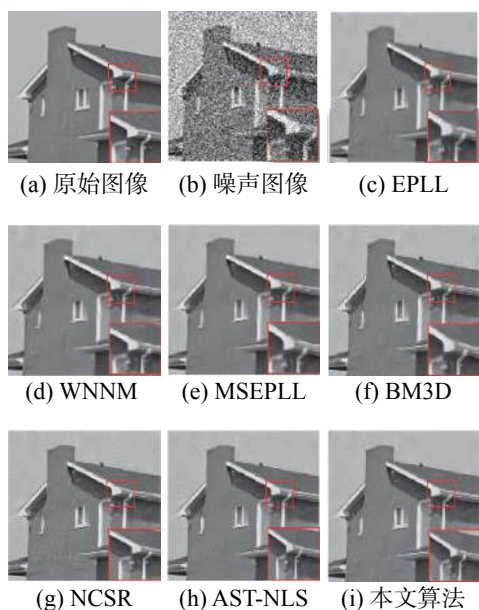


图2 House测试图像的去噪结果
Fig. 2 Denoising results of House test images

4 结束语

本文基于非凸加权 l_p 范数算法的研究,将稀疏误差约束融入到非凸加权 l_p 范数优化算法中,提出了一种基于非凸加权 l_p 范数稀疏误差约束的图像去噪算法,将图像去噪问题转化为降低误差约束,寻找最优稀疏系数问题。为了更好地求解最优稀疏系数,本文分别使用广义软阈值算法和代理算法来求解非凸 l_p 范数中的稀疏系数和误差约束中的稀疏系数。实验结果表明,本文所提出的算法可以鲁棒地求解稀疏系数,求得更高的峰值信噪比,以及更高的运行效率,并产生了较好的视觉效果,具有较大的实用性和有效性。

参考文献:

- [1] CHAMBOLLE A. An algorithm for total variation minimization and applications[J]. *Journal of mathematical imaging and vision*, 2004, 20: 89–97.
- [2] 邓承志. 图像稀疏表示理论及其应用研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- [3] DENG Chengzhi. Research on image sparse representation theory and its applications[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2008.
- [3] 练秋生, 张伟. 基于图像块分类稀疏表示的超分辨率重构算法[J]. *电子学报*, 2012, 40(5): 920–925.
- LIAN Qiusheng, ZHANG Wei. Image super-resolution algorithms based on sparse representation of classified image patches[J]. *Acta electronica sinica*, 2012, 40(5): 920–925.
- [4] DAI Tao, XU Zhiya, LIANG Haoyi, et al. A generic denoising framework via guided principal component analysis[J]. *Journal of visual communication and image representation*, 2017, 48: 340–352.
- [5] 郝红侠, 刘芳, 焦李成, 等. 采用结构自适应窗的非局部均值图像去噪算法[J]. *西安交通大学学报*, 2013, 47(12): 71–76.
- HAO Hongxia, LIU Fang, JIAO Licheng, et al. A non-local means algorithm for image denoising using structure adaptive window[J]. *Journal of Xi'an jiaotong university*, 2013, 47(12): 71–76.
- [6] ZUO Chenglin, JOVANOVIĆ L, GOOSSENS B, et al. Image denoising using quadtree-based nonlocal means with locally adaptive principal component analysis[J]. *IEEE signal processing letters*, 2016, 23(4): 434–438.
- [7] ZHANG Kai, ZUO Wangmeng, CHEN Yunjin, et al. Beyond a gaussian denoiser: residual learning of deep cnn for image denoising[J]. *IEEE transactions on image processing*, 2017, 26(7): 3142–3155.
- [8] 陈轶鸣, 夏景明, 陈轶才, 等. 结合稀疏表示与神经网络的医学图像融合[J]. *河南科技大学学报(自然科学版)*, 2018, 39(2): 40–47.
- CHEN Yiming, XIA Jingming, CHEN Yicai, et al. Medical image fusion combining sparse representation and neural network[J]. *Journal of Henan University of Science and Technology (natural science)*, 2018, 39(2): 40–47.
- [9] 解凯, 张芬. 基于过完备表示的图像去噪算法[J]. *电子学报*, 2013, 41(10): 1911–1916.
- XIE Kai, ZHANG Fen. Overcomplete representation base image denoising algorithm[J]. *Acta electronica sinica*, 2013, 41(10): 1911–1916.
- [10] BUDIANTO, LUN D P. Robust fringe projection profilometry via sparse representation[J]. *IEEE transactions on image processing*, 2016, 25(4): 1726–1739.
- [11] ZHANG Jian, ZHAO Debin, GAO Wen. Group-based sparse representation for image restoration[J]. *IEEE transactions on image processing*, 2014, 23(8): 3336–3351.
- [12] 占美全, 邓志良. 基于 L_1 范数的总变分正则化超分辨率图像重建[J]. *科学技术与工程*, 2010, 10(28): 6903–

- 6906.
- ZHAN Meiquan, DENG Zhiliang. L_1 norm of total variation regularization based super resolution reconstruction for images[J]. *Science technology and engineering*, 2010, 10(28): 6903–6906.
- [13] 杨平先, 陈明举. 一种基于 L_1 范数的非局部变分图像复原模型[J]. *液晶与显示*, 2017, 32(8): 635–641.
- YANG Pingxian, CHEN Mingju. A nonlocal total variation based on L_1 norm for image recovery[J]. *Chinese journal of liquid crystals and displays*, 2017, 32(8): 635–641.
- [14] 张艳艳, 陈苏婷, 葛俊祥, 等. 自适应非凸稀疏正则化下自适应光学系统加性噪声的去除[J]. *物理学报*, 2017, 66(12): 368–375.
- ZHANG Yanyan, CHEN Suting, GE Junxiang, et al. Removal of additive noise in adaptive optics system based on adaptive nonconvex sparse regularization[J]. *Acta physica sinica*, 2017, 66(12): 368–375.
- [15] ZHA Zhiyuan, LIU Xin, HUANG Xiaohua, et al. Analyzing the group sparsity based on the rank minimization methods[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo. Hong Kong, China, 2017: 883–888.
- [16] ZUO Wangmeng, MENG Deyu, ZHANG Lei, et al. A generalized iterated shrinkage algorithm for non-convex sparse coding[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision. Sydney, NSW, Australia, 2013: 217–224.
- [17] ZHANG Xiaoqun, BURGER M, BRESSON X, et al. Bregmanized nonlocal regularization for deconvolution and sparse reconstruction[J]. *SIAM journal on imaging sciences*, 2010, 3(3): 253–276.
- [18] DONG Weisheng, ZHANG Lei, SHI Guangming, et al. Nonlocally centralized sparse representation for image restoration[J]. *IEEE transactions on image processing*, 2013, 22(4): 1620–1630.
- [19] GU Shuhang, XIE Qi, MENG Deyu, et al. Weighted nuclear norm minimization and its applications to low level vision[J]. *International journal of computer vision*, 2017, 121(2): 183–208.
- [20] LUO Enming, CHAN S H, NGUYEN T Q. Adaptive image denoising by mixture adaptation[J]. *IEEE transactions on image processing*, 2016, 25(10): 4489–4503.
- [21] LIU Hangfan, XIONG Ruiqin, ZHANG Jian, et al. Image denoising via adaptive soft-thresholding based on non-local samples[C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Boston, MA, USA, 2015: 484–492.
- [22] PAPYAN V, ELAD M. Multi-scale patch-based image restoration[J]. *IEEE transactions on image processing*, 2016, 25(1): 249–261.

作者简介:



徐久成,男,1963年生,教授,中国计算机学会副理事长,主要研究方向为粒计算、粗糙集、数据挖掘和生物信息学。先后主持和参加国家级及省部级项目10余项,其中主持国家自然科学基金项目3项。发表学术论文120余篇。



王楠,女,1993年生,硕士研究生,主要研究方向为机器学习、计算机视觉。



王煜尧,男,1994年生,硕士研究生,主要研究方向为机器学习、计算机视觉。