

DOI: 10.11992/tis.201704023

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20180425.0911.002.html>

## 非线性布尔网络系统模糊建模与动态性能分析

吕红丽<sup>1</sup>, 宋玉晶<sup>1</sup>, 段培永<sup>2</sup>

(1. 山东建筑大学 信息与电气工程学院, 山东 济南 250101; 2. 山东师范大学 信息科学与工程学院, 山东 济南 250014)

**摘 要:** 针对非线性系统难以精确建模与动态性能分析的基本控制问题, 基于模糊动态模型把布尔网络系统理论推广到非线性布尔网络系统, 建立了模糊动态布尔网络控制系统的模型。引入模糊动态模型, 对非线性布尔网络进行模糊建模, 分别建立了非线性布尔网络系统的局部模型和全局模型。从系统的局部意义和全局意义上, 对系统进行了能控性、能观性、稳定性等动态性能分析。最后, 以多输入多输出的非线性布尔网络系统实例为具体研究对象, 建立了系统的局部模型和全局模型, 并对动态性能进行了仿真分析, 得到了实验结果。实验结果表明, 模糊动态布尔网络控制系统对非线性布尔网络系统的建模是有效的, 动态性能分析是合理的, 对模糊动态布尔网络控制系统的进一步分析有重要意义。

**关键词:** 模糊动态模型; 布尔网络; 半张量积; 局部模型; 全局模型; 能控性; 能观性; 稳定性

**中图分类号:** TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2018)05-0707-09

中文引用格式: 吕红丽, 宋玉晶, 段培永. 非线性布尔网络系统模糊建模与动态性能分析[J]. 智能系统学报, 2018, 13(5): 707-715.

英文引用格式: LYU Hongli, SONG Yujing, DUAN Peiyong. Fuzzy modeling and dynamic analysis of nonlinear Boolean networks systems[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2018, 13(5): 707-715.

## Fuzzy modeling and dynamic analysis of nonlinear Boolean networks systems

LYU Hongli<sup>1</sup>, SONG Yujing<sup>1</sup>, DUAN Peiyong<sup>2</sup>

(1. School of Information and Electrical Engineering, Shandong Jianzhu University, Ji'nan 250101, China; 2. School of Information Science and Engineering, Shandong Normal University, Ji'nan 250014, China)

**Abstract:** Considering the difficulty in accurately modeling nonlinear systems and analyzing their dynamic properties, the Boolean network system theories are extended to the nonlinear Boolean network system based on a fuzzy dynamic model, establishing a model of fuzzy dynamic Boolean network control systems. The fuzzy dynamic model is introduced to build a fuzzy model of nonlinear Boolean network, establishing the local and global models of the nonlinear Boolean network systems. The dynamic properties, which include controllability, observability, and stability of the system, are analyzed from the local and global meanings of the system. Finally, a multi-input multi-output nonlinear Boolean network system is taken as a numerical example, and the local and global models of the system are established. The dynamic properties are simulated and analyzed, and the experimental results are obtained. The results show that the fuzzy dynamic Boolean network control system is effective in modeling nonlinear Boolean network systems and reasonably analyzes the dynamic properties, which is of great significance for further analysis of the fuzzy dynamic Boolean network control systems.

**Keywords:** fuzzy dynamical model; Boolean network; semi-tensor product; local model; global model; controllability; observability; stability

收稿日期: 2017-04-19. 网络出版日期: 2018-04-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61374187, 61403237).

通信作者: 宋玉晶. E-mail: [xiaosongyj@qq.com](mailto:xiaosongyj@qq.com).

1965 年, Zadeh<sup>[1]</sup>首次提出基于模糊集合的模糊数学概念。1974 年, Mamdani<sup>[2]</sup>首先将模糊数学

理论应用于工业控制中,实现了对锅炉和蒸汽机的模糊控制,使模糊控制从理论走向实际应用。1985年,日本学者 Takagi 等<sup>[3]</sup>又提出了以线性精确数学表达式为模糊规则后件的 T-S 模糊模型,将模糊控制系统与线性控制系统有效地结合起来。随后国内外学者基于 T-S 模糊模型,研究了非线性系统的大量控制问题,得到了丰富的模糊控制理论研究成果<sup>[4-9]</sup>。在 T-S 模糊模型的基础上, Feng 等<sup>[5-6]</sup>提出了模糊动态模型 (fuzzy dynamical model)。其主要思想是,构造一组线性模型,分别描述系统的动态特性,通过局部线性模型的加权组合得到系统的全局非线性动态模型。文献<sup>[10]</sup>中提出了一种离散时间模糊控制系统,将非线性离散时间系统作为模糊控制系统的后件部分,分析了系统的动态性能。

1969年, Kauffman<sup>[11]</sup>首先提出布尔网络模型,布尔网络是关于布尔状态变量的一种简单的逻辑动力系统,是当前学者专家们共同关心的热点问题。针对布尔网络研究缺少有效的数学工具问题,程代展教授在文献<sup>[12]</sup>中首次提出矩阵半张量积方法。这种方法将逻辑运算转换成代数运算,使得许多经典的处理量变过程的数学工具可直接用来分析逻辑动态系统。在文献<sup>[13]</sup>中,程代展教授将这种方法应用于布尔网络,将逻辑动态控制系统转化为普通离散时间系统,提出了一系列关于布尔网络的新理论。随后在文献<sup>[14-17]</sup>中研究了布尔网络系统的能控能观性等性质,形成了布尔控制网络分析设计的完整理论框架。之后,学者们在控制理论方面对线性布尔网络系统做了大量的深入研究<sup>[18-23]</sup>,但是没有针对非线性布尔网络系统进行分析 and 研究。

为了解决非线性布尔网络的数学建模与分析问题,利用模糊动态模型的非线性特点,将模糊动态模型和布尔控制网络相结合,建立了模糊动态布尔网络系统的局部模型和全局模型,并且分别分析了系统局部模型和全局模型的能控性、能观性和稳定性。

## 1 预备知识

### 1.1 数学符号说明

为了叙述方便,文中用到的记号列表如下:  $\mathcal{M}_{m \times n}$  表示所有  $m \times n$  矩阵的集合,  $\otimes$  表示矩阵的张量积;  $\text{Col}(\mathbf{A})$  ( $\text{Row}(\mathbf{A})$ ) 为矩阵  $\mathbf{A}$  的列 (行) 集合;  $\text{Col}(\mathbf{A}_i)$  ( $\text{Row}(\mathbf{A}_i)$ ) 为矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $i$  列 (行); 记  $\delta_n^i$  是单位矩阵  $\mathbf{I}_n$  的第  $i$  列;  $\mathcal{A}_n = \{\delta_n^i | i = 1, 2, \dots, n\}$ ;  $\mathcal{D}_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ ,  $k \geq 2$ 。记逻辑变量: 真  $\sim T-1$ , 假  $\sim F-0$ , 则

$\mathcal{D} = \{0, 1\}$ ;  $f: \mathcal{D}^n \rightarrow \mathcal{D}$  称为逻辑函数;  $\mathbf{L} \in \mathcal{M}_{n \times r}$ , 称  $\mathbf{L}$  为逻辑矩阵, 如果  $\text{Col}(\mathbf{L}) \subset \mathcal{A}_m$ ,  $m \times r$  维逻辑矩阵全体记为  $\mathcal{L}_{m \times r}$ ; 设矩阵  $\mathbf{L} \in \mathcal{M}_{n \times r}$ 。其中,  $\text{Col}(\mathbf{L}) \subset \mathcal{A}_n$ , 称  $\mathbf{L}$  为逻辑矩阵, 可简记为  $\mathbf{L} = \delta_n [i_1 \ i_2 \ \dots \ i_r]$ ; 矩阵  $\mathbf{B} \in \mathcal{M}_{m \times n}$  为布尔矩阵, 如果  $\mathbf{B}$  中  $(b_{i,j}) \in \mathcal{D}$ ,  $m \times n$  维布尔矩阵全体记为  $\mathcal{B}_{m \times n}$ 。

### 1.2 模糊动态模型

模糊动态模型是非线性复杂系统模糊建模中一种典型的模糊建模方法。模糊动态模型每条规则的后件部分是一种状态空间形式的局部线性系统, 因此对于局部的线性模型可以采用线性系统的理论体系去研究, 然后通过模糊推理得到全局意义下的模糊控制系统的分析和设计。

一个  $m$  个输入  $n$  个输出的非线性系统, 其模糊  $s$  控制器可表示为  $\Sigma \in f(y_1 \times y_2 \times \dots \times y_n \times x_1 \times x_2 \times \dots \times x_m)$ , 其中  $\{x_i\}$  是模糊控制器的输入, 论域为  $E_{x_i}$ ,  $\{y_i\}$  是模糊控制器的输出, 论域为  $E_{y_i}$ 。将模糊变量  $x_i, y_j$  按照隶属度函数进行模糊化,  $E_{x_i} = \{x_1^i, x_2^i, \dots, x_{a_i}^i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 分别对应于“负大”“负中”... 是基于隶属度的模糊集合;  $E_{y_j} = \{y_1^j, y_2^j, \dots, y_{\beta_j}^j\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , 分别对应于“负大”“负中”... 是基于隶属度的模糊集合。

假设总共有  $N$  条模糊规则, 则第  $k$  条模糊规则为  $R_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , 其模糊规则为

$$R_k: \text{if } x_1 \text{ is } A_{1k}, x_2 \text{ is } A_{2k}, \dots, x_m \text{ is } A_{mk} \\ \text{Then } \begin{cases} y_{1k} = p_{0k}^1 + p_{1k}^1 x_1 + \dots + p_{ik}^1 x_i + \dots + p_{mk}^1 x_m \\ \vdots \\ y_{jk} = p_{0k}^j + p_{1k}^j x_1 + \dots + p_{ik}^j x_i + \dots + p_{mk}^j x_m \\ \vdots \\ y_{nk} = p_{0k}^n + p_{1k}^n x_1 + \dots + p_{ik}^n x_i + \dots + p_{mk}^n x_m \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $A_{ik}$  是一个模糊集合;  $y_{jk}$  是第  $k$  条模糊规则的第  $j$  个输出,  $j = 1, 2, \dots, n$ ;  $p_{ik}^j$  是第  $k$  条模糊规则结论中第  $j$  个输出的线性多项式函数中变量  $x_i$  项的系数, 一般为常数项, 特别的  $p_{0k}^j$  通常可以归一化为 1。

对于第  $k$  条规则  $R_k$ , 如果已知输入  $x_1 = x_1^*$ ,  $x_2 = x_2^*, \dots, x_m = x_m^*$ , 则在结论部分的输出  $y_{jk}$  可以由线性多项式函数计算得到:

$$y_{jk}^* = p_{1k}^j x_1^* + p_{2k}^j x_2^* + \dots + p_{mk}^j x_m^* \quad (2)$$

每条规则的激活度  $\mu_i$  为

$$\begin{cases} \mu_1 = \mu_{A_{11}}(x_1^*) \wedge \mu_{A_{21}}(x_2^*) \wedge \dots \wedge \mu_{A_{m1}}(x_m^*) \\ \vdots \\ \mu_k = \mu_{A_{1k}}(x_1^*) \wedge \mu_{A_{2k}}(x_2^*) \wedge \dots \wedge \mu_{A_{mk}}(x_m^*) \\ \vdots \\ \mu_N = \mu_{A_{1N}}(x_1^*) \wedge \mu_{A_{2N}}(x_2^*) \wedge \dots \wedge \mu_{A_{mN}}(x_m^*) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\mu_{A_{ik}}(x_i^*)$  表示论域中第  $i$  个元素对  $A_{ik}$  的隶属度,  $\wedge$  是取小运算。

模糊动态模型的输出  $y_j$  是由所有  $k$  条规则 ( $k=1,2,\dots,N$ ) 的输出  $y_{jk}^*$  加权平均得到的。模型的输出为

$$Y_j = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k \cdot y_{jk}^*}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (4)$$

一般取  $\sum_{k=1}^N \mu_k = 1$ , 则式 (4) 全局模型输出简化为  $Y_j = \sum_{k=1}^N \mu_k \cdot y_{jk}^*$ 。

### 1.3 逻辑的矩阵表示

矩阵的半张量积是中科院系统所程代展教授在文献[12]中提出的一种新的矩阵乘法, 即设  $A \in M_{m \times n}$ ,  $B \in M_{p \times q}$ :

1) 如果  $n=p$ , 则称  $A$  与  $B$  满足等维数关系;

2) 果  $n=tp$  (记为  $A \triangleright B$ ), 或者  $nt=p$  (记  $A \triangleleft B$ ), 则称  $A$  与  $B$  满足倍维数关系, 否则称一般维数关系。矩阵乘积在倍维数关系下的一种推广如定义 1。

**定义 1**<sup>[13]</sup> 设  $X$  为  $n=pq$  维行向量,  $Y$  为  $p$  维列向量。将  $X$  等分成  $X=(X^1, X^2, \dots, X^p)$ , 这里  $X^i \in \mathbf{R}^q, i=1,2,\dots,p$ 。那么,  $X$  和  $Y$  的半张量积记作  $X \triangleright Y$ , 定义为一个行向量:

$$X \triangleright Y = \sum_{i=1}^p X^i Y_i \in \mathbf{R}^q \quad (5)$$

类似的,

$$Y^T \triangleright X^T = \sum_{i=1}^p Y_i (X^i)^T \in \mathbf{R}^q \quad (6)$$

为一列向量。

普通矩阵乘法是半张量积的特殊形式, 普通矩阵乘法具有的性质, 对于半张量积几乎都成立, 此外还具有一些特有的性质。

**定理 1**<sup>[13]</sup> 设  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  为一个逻辑函数, 在向量形式下  $f: \mathcal{A}_{2^n} \rightarrow \mathcal{A}$  则存在唯一的逻辑矩阵  $M_f \in \mathcal{L}_{2 \times 2^n}$ , 称为  $f$  的结构矩阵, 使得

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = M_f \triangleright x \quad (7)$$

式中  $x = \triangleright_{i=1}^n x_i$ 。常用的逻辑算子及其结构矩阵分别为

$$\begin{aligned} M_{\wedge} &= \delta_2[1 \ 2 \ 2 \ 2], & M_{\vee} &= \delta_2[1 \ 1 \ 1 \ 2], \\ M_{\rightarrow} &= \delta_2[1 \ 2 \ 1 \ 1], & M_{\nabla} &= \delta_2[2 \ 1 \ 1 \ 2]. \end{aligned}$$

### 1.4 布尔(控制)网络

**定义 2**<sup>[13]</sup> 1) 布尔网络的动态方程为

$$\begin{cases} x_1(t+1) = f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \\ x_2(t+1) = f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \\ \vdots \\ x_n(t+1) = f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $f_i: \mathcal{D}^{n+m} \rightarrow \mathcal{D}, i=1,2,\dots,n$ ; 为逻辑函数;  $x_i(t) \in \mathcal{D}, i=1,2,\dots,n$  为状态变量。

2) 布尔控制网络是指一个含有输入输出的布尔网络, 其动态方程为

$$\begin{cases} x_1(t+1) = f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), \dots, u_m(t)) \\ x_2(t+1) = f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), \dots, u_m(t)) \\ \vdots \\ x_n(t+1) = f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), \dots, u_m(t)) \\ y_j(t) = h_j(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $x_i(t) \in \mathcal{D}, i=1,2,\dots,n$  为状态变量;  $u_i(t) \in \mathcal{D}, i=1,2,\dots,m$  为控制变量;  $y_i(t) \in \mathcal{D}, i=1,2,\dots,p$  为输出变量;  $f_i: \mathcal{D}^{n+m} \rightarrow \mathcal{D}, i=1,2,\dots,n$ ;  $h_i: \mathcal{D}^n \rightarrow \mathcal{D}, i=1,2,\dots,p$  为逻辑函数。

在向量表达式下令  $x = \triangleright_{i=1}^n x_i, u = \triangleright_{i=1}^m u_i$  及  $y = \triangleright_{i=1}^p y_i$ , 利用定理 1 可知:

**定理 2**<sup>[13]</sup> 利用向量表达式

1) 布尔网络的动态方程式 (8) 可表示为

$$X(t+1) = LX(t), \quad L \in \mathcal{L}_{2^n \times 2^n} \quad (10)$$

2) 布尔控制网络的动态方程式 (9) 可表示为

$$\begin{cases} X(t+1) = LU(t)X(t) \\ Y(t) = HX(t) \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $L \in \mathcal{L}_{2^n \times 2^n}, H \in \mathcal{L}_{2^p \times 2^n}, L, H$  称为结构矩阵。

## 2 非线性布尔网络系统的基本概念

**定义 3** 1) 一个多输入多输出的非线性布尔网络系统可以表示成模糊动态布尔网络模型 (fuzzy dynamic Boolean network model, FDBNM), 即

$$\begin{aligned} R^k: & \text{ if } z_1 \text{ is } F_1^k \text{ and } \dots z_i \text{ is } F_i^k \dots z_n \text{ is } F_n^k \\ \text{Then } & \begin{cases} X(t+1) = L_k U(t) X(t) \\ Y(t) = H_k X(t) \end{cases}, \quad k=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (12)$$

简记为

$$\begin{aligned} R^k: & \text{ if } z_1 \text{ is } F_1^k \text{ and } \dots z_i \text{ is } F_i^k \dots z_n \text{ is } F_n^k \\ \text{Then } & LM_k = [\mu_k(z), (L_k, H_k)], \quad k=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (13)$$

2) 第  $k$  个 FDBNM 为

$$FDBNMLM_k = [\mu_k(z), (L_k, H_k)] \quad (14)$$

式中:  $\mu_k(z)$  是模糊推理集合  $F^k$  的隶属函数;  $F^k = \prod_{i=1}^n F_i^k, \mu_k(z) = \mu_{F_1^k}(z_1) \wedge \mu_{F_2^k}(z_2) \wedge \dots \wedge \mu_{F_n^k}(z_n), \sum_{k=1}^N \mu_k(z); (L_k, H_k)$  为局部模型的结构矩阵,  $(L_k, H_k)$  也称为 FDBNM 的第  $k$  个子系统。

这里,  $R_k, k=1,2,\dots,N$  为系统的第  $k$  条模糊规则, 也称为第  $k$  个模糊子系统,  $N$  为总的模糊规则数;  $z_1, z_2, \dots, z_n$  为规则前件语言变量;  $F_i^k$  为模糊集, 其隶属度函数设为三角形函数, 记作  $\mu_{F_i^k}$ ;  $(X(t+1), Y(t))$  是系统的输出;  $U(t)$  是输出部分布尔控制网络的控制变量;  $(L_k, H_k)$  为系统的结构矩阵。

对给定的输入信号  $z_1 = z_1^*, z_2 = z_2^*, \dots, z_n = z_n^*$ , 利用三角形隶属函数将其模糊化, 对每条规则的激活度  $\mu_k(z)$  采用 max-min 方法:

$$\begin{cases} \mu_1(z) = \mu_{F_1^1}(z_1^*) \wedge \mu_{F_2^1}(z_2^*) \wedge \cdots \wedge \mu_{F_n^1}(z_n^*) \\ \vdots \\ \mu_k(z) = \mu_{F_1^k}(z_1^*) \wedge \mu_{F_2^k}(z_2^*) \wedge \cdots \wedge \mu_{F_n^k}(z_n^*) \\ \vdots \\ \mu_N(z) = \mu_{F_1^N}(z_1^*) \wedge \mu_{F_2^N}(z_2^*) \wedge \cdots \wedge \mu_{F_n^N}(z_n^*) \end{cases}$$

3) 使用加权平均法解模糊, 可得 FDBNM 的全局模型为

$$\begin{cases} X(t+1) = LU(t)X(t) \\ Y(t) = HX(t) \end{cases} \quad (15)$$

简记为

$$GM = [\mu(z), (L, H)]$$

式中:  $L = \sum_{k=1}^N \mu_k(z) L_k$ ,  $H = \sum_{k=1}^N \mu_k(z) H_k$ ,  $L, H$  为全局模型的结构矩阵。  $\mu(z) = \mu_1(z) \vee \cdots \vee \mu_k(z) \vee \cdots \vee \mu_N(z)$ 。

**定义 4** 1) 对于模糊动态布尔网络控制系统的局部模型式 (14),  $G$  固定, 如果存在控制变量  $U_0$ , 能使方程式 (14) 从初始状态  $X(U, 0) = X_0$  到达终端状态  $X(U, t) = X_d$ , 则称  $X_d$  从  $X_0$  经过  $t$  步是能控的。如果存在控制变量  $U$ , 使式 (14) 能从任意初始状态  $X_0$  到达  $X(T) = X_d$ , 则称模糊动态布尔网络控制系统的局部模型是能控的。

2) 对于模糊动态布尔网络控制系统的局部模型式 (15), 如果存在控制变量  $U_0$ , 能使方程式 (15) 从初始状态  $X(U, 0) = X_0$  到达终端状态  $X(U, t) = X_d$ , 则称  $X_d$  从  $X_0$  经过  $t$  步是能控的。如果式 (15) 能从任意初始状态  $X_0$  到达  $X(T) = X_d$ , 则称模糊动态布尔网络控制系统的局部模型是能控的。

**定义 5** 1) 对于模糊动态布尔网络控制系统的局部模型式 (14), 对任意给定的初始状态如果至少存在一个布尔控制序列, 使初始状态能由输出序列唯一地确定, 则称局部模型是状态能观测的。

2) 对于模糊动态布尔网络控制系统的局部模型式 (15), 对任意给定的初始状态如果至少存在一个布尔控制序列, 使初始状态能由输出序列唯一地确定, 则称全部模型是状态能观测的。

**定义 6** 1) 对于模糊动态布尔网络控制系统的局部模型式 (14), 如果经过固定步数  $T_0$ , 存在一个不动点  $X_e$ , 使得对于局部模型的任意的初始状态  $X(0) = (x_1^0, x_2^0, \cdots, x_n^0)$ , 都有  $X(t) = X(e), t \geq T_0$ , 则称系统的局部模型是能稳定的。

2) 对于模糊动态布尔网络控制系统的局部模型式 (15), 如果经过固定步数  $T_0$ , 存在一个不动点  $X_e$ , 使得对于全局模型的任意的初始状态  $X(0) = (x_1^0, x_2^0, \cdots, x_n^0)$ , 都有  $X(t) = X(e), t \geq T_0$ , 则称系统的全局模型是能稳定的。

### 3 非线性布尔网络系统动态性能分析

系统局部模型的布尔控制网络系统 (14) 的结构矩阵可以等分为  $2^m$  块<sup>[13]</sup>, 即

$$L_k = [\text{Blk}_1(L_k) \text{Blk}_2(L_k) \cdots \text{Blk}_{2^m}(L_k)] = [B_{k1}, B_{k2}, \cdots, B_{k2^m}] \quad (16)$$

式中:  $\text{Blk}_i(L_k)$  是矩阵  $L_k$  的第  $i$  个  $n \times n$  的块;  $B_i \in \mathcal{L}_{2^n \times 2^n}$ ,  $i = 1, 2, \cdots, 2^m$ 。令

$$M_k = \sum_{i=1}^{2^m} \text{Blk}_i(L_k) \quad (17)$$

#### 3.1 能控性

首先引用布尔矩阵的布尔乘法及布尔幂的定义<sup>[13]</sup>。

1) 设  $\alpha, \beta, \alpha_i \in \mathcal{D}, i = 1, 2, \cdots, n$ , 则布尔加法定义为

$$\begin{cases} \alpha +_{\mathcal{B}} \beta = \alpha \vee \beta \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i = \alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \cdots \vee \alpha_n \end{cases} \quad (18)$$

2) 设  $A = (a_{ij}) \in \mathcal{B}_{m \times n}, B = (b_{ij}) \in \mathcal{B}_{n \times p}$ , 则布尔乘法定义为

$$A \triangleright_{\mathcal{B}} B = C \in \mathcal{B}_{m \times p} \quad (19)$$

式中:  $c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}, i = 1, 2, \cdots, m, j = 1, 2, \cdots, p$ 。

3) 设  $A \triangleright_{\mathcal{B}} A$  有定义, 则布尔幂定义为

$$A^{(k)} = \underbrace{A \triangleright_{\mathcal{B}} A \triangleright_{\mathcal{B}} \cdots \triangleright_{\mathcal{B}} A}_k \quad (20)$$

对于模糊动态布尔网络控制系统的局部模型式 (14), 定义能控性矩阵为<sup>[13]</sup>

$$C_k = \sum_{j=1}^{2^{(m+n)}} \mathcal{B} \sum_{i=1}^{2^m} \mathcal{B} \text{Bli}_i(L_k^{(j)}) = \sum_{j=1}^{2^{(m+n)}} \mathcal{B} M_k^{(j)} \in \mathcal{B}_{2^m \times 2^n} \quad (21)$$

**定理 3** 1) 当且仅当矩阵  $C_k > 0$  时, 局部模型式 (14) 是能控的。

2) 当且仅当矩阵  $C > 0$  时, 全局模型式 (15) 是能控的, 即  $C = \sum_{k=1}^N \mu_k(z) C_k$ 。

**证明** 通过数学归纳法来证明。

当  $j = 1$  时, 由式 (17) 知, 当  $M_k > 0$  时, 存在一个控制序列使状态  $X_0$  到  $X_d$ , 显然局部模型式 (14) 是能控的; 假设当  $j = k'$  时,  $C_k = \sum_{k'=1}^{2^{m+n}} M_k^{(k')} > 0$ , 式 (14) 能控, 则当  $j = k' + 1$  时,  $C_k = \sum_{k'=0}^{2^{m+n}} M_k^{(k'+1)} = \sum_{k'=1}^{2^{m+n}} M_k^{(k')} + M_k$ , 因为  $\sum_{k'=1}^{2^{m+n}} M_k^{(k')} > 0, M_k > 0$ , 可知  $C_k > 0$ , 且存在控制序列使局部模型式 (14) 能控。

同理可证, 当矩阵  $C > 0$  时, 全局模型式 (15) 是能控的。



### 3.2 能观性

能观性所表示的是输出  $y(t)$  反映状态变量  $x(t)$  的能力,与控制作用没有直接关系。

为了找到能观性矩阵,对于第  $k$  个局部模型,定义一组矩阵集合<sup>[13]</sup>:  $\Omega_{ki} \in \mathcal{L}_{2^n \times 2^n}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$  其表达式为

$$\begin{cases} \Omega_{k0} = \{H_k\} \\ \Omega_{k1} = \{H_k B_i | i = 1, 2, \dots, 2^m\} \\ \vdots \\ \Omega_{ks} = \{H_k B_{i_1} B_{i_2} \cdots B_{i_s} | i_1, i_2, \dots, i_s = 1, 2, \dots, 2^m\} \end{cases} \quad (22)$$

式中  $\Omega_{k(s+1)} \subset \bigcup_{i=1}^s \Omega_{ki}$ , 记  $s^*$  为使之成立的最小正整数。从  $\Omega_{ki}$  中选取矩阵  $\Gamma_{ki}$ :

$$\begin{cases} \Gamma_{k0} = H_k \\ \Gamma_{k1} = [H_k B_1 \ H_k B_2 \cdots H_k B_{2^m}]^T \\ \Gamma_{k2} = [H_k B_1 \ B_1 H_k B_1 B_2 \cdots H_k B_{2^m} B_{2^m}]^T \end{cases} \quad (23)$$

令

$$O_k = [\Gamma_{k0} \ \Gamma_{k1} \ \cdots \ \Gamma_{ks^*}]^T \quad (24)$$

式中  $O_k$  称为系统局部模型式 (14) 的能观测矩阵。

**定理 4** 1) 设系统局部模型式 (14) 是能控的,那么局部模型式 (14) 是能观的,当且仅当

$$\text{Rank}(O_k) = 2^n \quad (25)$$

2) 设系统全局模型式 (14) 是能控的,那么全局模型式 (17) 是能观的,当且仅当

$$\text{Rank}(O) = 2^n \quad (26)$$

式中  $O = \sum_{k=1}^N \mu_k(z) O_k$ 。

**证明**<sup>[16]</sup> 对给定的状态  $X_0$ , 可以观测  $HX_0$ , 因为系统是能控的,所以使用不同的控制序列  $U_i$ , 可以观测  $H L U_i$ , 故  $H L U_{i_1} L U_{i_2} \cdots L U_{i_s} X_0$  是可观测的。因为  $s \geq k_0$ , 没有增加之前集合的线性独立的行数,线性独立行数对初始状态的辨识是无用的,只有当  $O$  包含所有不同列,即  $\text{Rank}(O) = 2^n$  时,初始状态才能辨识,全局模型是能观测的。

### 3.3 稳定性

对于布尔系统式 (8) 和布尔控制系统式 (9) 记  $\chi = \mathcal{D}^n$  为它们的状态空间。点  $X \in \chi$  可以表示为  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , 逻辑映射  $F: \chi \rightarrow \chi$ , 逻辑映射形式为<sup>[13]</sup>

$$\begin{cases} z_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ z_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases} \quad (27)$$

简记为  $Z = F(X)$ ,  $X, Z \in \chi$ 。

**定义 7**<sup>[13]</sup> 逻辑映射  $F$  的关联矩阵  $I(F) = (b_{ij})$  是一个  $n \times n$  矩阵, 定义为

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & x_j(t+1) \text{ 依赖于 } x_i(t) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (28)$$

记  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ ,  $F = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$ , 则式 (14) 对

应的布尔网络的逻辑映射可简记为

$$\begin{cases} X(t+1) = F(X(t), U(t)) \\ X(t) \in \mathcal{D}^n, U(t) \in \mathcal{D}^m \end{cases} \quad (29)$$

同理式 (15) 对应的布尔控制网络的逻辑映射可简记为

$$X(t+1) = F_k(X(t), U(t)) \quad (30)$$

式中  $X(t) \in \mathcal{D}^n, U(t) \in \mathcal{D}^m$ 。

**定理 5**<sup>[13]</sup> 1) 设  $\xi$  是式 (14) 的一个不动点, 则  $X(k) \nabla \xi \leq I(F_k)^j \times (X(0) \nabla \xi)$ , 如果存在  $j > 0$ , 使得  $[I(F_k)]^{(j)} = 0$ , 则称局部模型是能稳定的。

2) 设  $\xi$  是式 (15) 的一个不动点, 则  $X(k) \nabla \xi \leq I(F)^j \times (X(0) \nabla \xi)$ , 如果存在  $j > 0$ , 使得  $[I(F)]^{(j)} = 0$ , 则称全部模型是能稳定的。其中  $F = \sum_{k=1}^N \mu_k(z) F_k$ 。

**证明**<sup>[14]</sup> ①必要性: 如果系统的局部模型是稳定的, 即系统是收敛的, 则  $T$  步后 ( $T$  为极短的时间段), 所有的状态收敛到  $\xi$ , 所以当  $j > T$  时成立。

②充分性: 假设存在  $j > 0$ , 使  $[I(F_k)]^{(j)} = 0$  成立, 那么对于任意的  $X$  有  $F_k^j(X) = \xi$ ,  $X(t) \in \mathcal{D}^n$ 。故对任意步数  $t \geq j$ ,  $F_k^t(X) = F_k^j(F_k^{t-j}(X)) = \xi$ , 得证。

同理可证全局模型时系统的稳定性。

## 4 实验仿真

根据第 3 节介绍的模糊动态布尔网络控制系统, 本节选取多输入多输出模糊模型进行非线性模糊建模及其能控性、能观性分析。

$$\begin{aligned} R^1: & \text{if } z_1 \text{ is } F_1, z_2 \text{ is } F_2 \\ & \text{Then } \begin{cases} x_1(t+1) = x_2(t) \wedge u_1(t) \\ x_2(t+1) = x_3(t) \vee u_2(t) \\ x_3(t+1) = x_1(t) \\ y_1(t) = x_1(t) \\ y_2(t) = \neg x_2(t) \end{cases} \\ R^2: & \text{if } z_1 \text{ is } F_2, z_2 \text{ is } F_1 \\ & \text{Then } \begin{cases} x_1(t+1) = x_3(t) \wedge u_1(t) \\ x_2(t+1) = \neg u_2(t) \\ x_3(t+1) = x_1(t) \vee x_2(t) \\ y_1(t) = x_1(t) \\ y_2(t) = x_2(t) \vee x_3(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (31)$$

其代数表达式为

$$\begin{aligned} R^1: & \text{if } z_1 \text{ is } F_1, z_2 \text{ is } F_2 \\ & \text{Then } \begin{cases} x(t+1) = L_1 u(t) x(t) \\ y(t) = H_1 x(t) \end{cases} \\ R^2: & \text{if } z_1 \text{ is } F_2, z_2 \text{ is } F_1 \\ & \text{Then } \begin{cases} x(t+1) = L_2 u(t) x(t) \\ y(t) = H_2 x(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

则整个系统模糊状态方程可表示为式 (15), 其中  $L_1 = \delta_8[11552266135724685555666657576868]$ ,  $L_2 = \delta_8[317531757575753175317586868686]$ ,  $H_1 = \delta_4[2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 4 \ 3 \ 4 \ 3]$ ,  $H_2 = \delta_4[1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3 \ 4]$ ,  $L = \mu_1(z)L_1 + \mu_2(z)L_2$ ,  $H = \mu_1(z)H_1 + \mu_2(z)H_2$ ,  $\mu_1 = \mu_{F_{11}}(z_1) \wedge \mu_{F_{21}}(z_2)$ ,  $\mu_2 = \mu_{F_{12}}(z_1) \wedge \mu_{F_{22}}(z_2)$ 。

由选取的模糊模型, 规则 1 和规则 2 时的状态变量、输入变量和输出变量的初始状态可分别设为

$$\begin{cases} x_1(0) = 0, & x_2(0) = 1, & x_3(0) = 0 \\ u_1(0) = 1, & u_2(0) = 0 \\ y_1(0) = 0, & y_2(0) = 0 \end{cases}$$

#### 4.1 能控性

由式 (16), 将规则 1 时的结构矩阵等分为 4 块:

$$\mathbf{L}_1 = [\text{Blk}_1(\mathbf{L}_1) \text{ Blk}_2(\mathbf{L}_1) \text{ Blk}_3(\mathbf{L}_1) \text{ Blk}_4(\mathbf{L}_1)] = [\mathbf{B}_{11} \mathbf{B}_{12} \mathbf{B}_{13} \mathbf{B}_{14}]$$

$$\mathbf{B}_{11} = \delta_8[1 \ 1 \ 5 \ 5 \ 2 \ 2 \ 6 \ 6], \quad \mathbf{B}_{12} = \delta_8[1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8],$$

$$\mathbf{B}_{13} = \delta_8[5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6], \quad \mathbf{B}_{14} = \delta_8[5 \ 7 \ 5 \ 7 \ 6 \ 8 \ 6 \ 8]$$

则

$$\mathbf{M}_1 = \sum_{i=1}^{2^m} \mathcal{B} \text{Blk}_i(\mathbf{L}_1) = \sum_{i=1}^4 \mathcal{B} \text{Blk}_i(\mathbf{L}_1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其能控性矩阵为

$$\mathbf{C}_1 = \sum_{j=1}^{2^{m+n}} \mathcal{B} \sum_{i=1}^m \mathcal{B} \mathbf{B}_{1i}^{(j)} = \sum_{j=1}^{2^5} \mathcal{B} \mathbf{M}_1^{(j)} = 10^{12} \times \begin{bmatrix} 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 0.810 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 \\ 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 5.555 \ 6 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 \\ 0.810 \ 5 & 1.311 \ 5 & 0.500 \ 9 & 0.810 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 0.810 \ 5 & 1.311 \ 5 \\ 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 0.810 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 \\ 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 5.555 \ 6 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 \\ 3.433 \ 5 & 5.555 \ 6 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 5.555 \ 6 & 8.989 \ 1 & 3.433 \ 5 & 5.555 \ 6 \\ 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 0.810 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 \\ 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 1.311 \ 5 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 & 5.555 \ 6 & 2.122 \ 0 & 3.433 \ 5 \end{bmatrix} > 0$$

故规则 1 时的局部模型是可控的。

由 MATLAB 仿真知, 规则 1 时控制变量和状态变量的关系如图 1(a) 所示。

同理, 规则 2 时有:

$$\mathbf{B}_{21} = \delta_8[3 \ 1 \ 7 \ 5 \ 3 \ 1 \ 7 \ 5], \quad \mathbf{B}_{22} = \delta_8[7 \ 5 \ 7 \ 5 \ 7 \ 5 \ 7 \ 5],$$

$$\mathbf{B}_{23} = \delta_8[3 \ 1 \ 7 \ 5 \ 3 \ 1 \ 7 \ 5], \quad \mathbf{B}_{24} = \delta_8[8 \ 6 \ 8 \ 6 \ 8 \ 6 \ 8 \ 6]$$

$$\mathbf{M}_2 = \sum_{i=1}^{2^m} \mathcal{B} \text{Blk}_i(\mathbf{L}_2) = \sum_{i=1}^4 \mathcal{B} \text{Blk}_i(\mathbf{L}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其能控性矩阵有

$$\mathbf{C}_2 = \sum_{j=1}^{2^{m+n}} \mathcal{B} \sum_{i=1}^m \mathcal{B} \mathbf{B}_{2i}^{(j)} = \sum_{j=1}^{2^5} \mathcal{B} \mathbf{M}_2^{(j)} = 10^{11} \times \begin{bmatrix} 1.298 \ 6 & 1.836 \ 5 & 0.918 \ 2 & 1.298 \ 6 & 1.298 \ 6 & 1.836 \ 5 & 0.918 \ 2 & 1.298 \ 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.836 \ 5 & 2.597 \ 2 & 1.298 \ 6 & 1.836 \ 5 & 1.836 \ 5 & 2.597 \ 2 & 1.298 \ 6 & 1.836 \ 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.135 \ 1 & 4.433 \ 7 & 2.216 \ 8 & 3.135 \ 1 & 3.135 \ 1 & 4.433 \ 7 & 2.216 \ 8 & 3.135 \ 1 \\ 3.135 \ 1 & 4.433 \ 7 & 2.216 \ 8 & 3.135 \ 1 & 3.135 \ 1 & 4.433 \ 7 & 2.216 \ 8 & 3.135 \ 1 \\ 4.433 \ 7 & 6.270 \ 1 & 3.135 \ 1 & 4.433 \ 7 & 4.433 \ 7 & 6.270 \ 1 & 3.135 \ 1 & 4.433 \ 7 \\ 4.433 \ 7 & 6.270 \ 1 & 3.135 \ 1 & 4.433 \ 7 & 4.433 \ 7 & 6.270 \ 1 & 3.135 \ 1 & 4.433 \ 7 \end{bmatrix} = 0$$

故规则 2 时的局部模型是不可控的。

由图 1 可知, 规则 1 时的局部模型是可控的, 规则 2 时的局部模型是不可控的, 与实验计算结果是一致的。

#### 4.2 能观性

由  $\Omega_{k(s+1)} \subset \bigcup_{i=1}^s \Omega_i$ , 知  $s = 3$ , 则式 (25) 中  $\Gamma_{10}$ 、 $\Gamma_{11}$ 、

$\Gamma_{12}$ 、 $\Gamma_{13}$  分别为  $\mathbf{H}_1 = \delta_4[2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 4 \ 3 \ 4 \ 3]$

$$\Gamma_{10} = \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \mathbf{B}_{11} \\ \mathbf{H}_1 \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{H}_1 \mathbf{B}_{13} \\ \mathbf{H}_1 \mathbf{B}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{12} = \begin{bmatrix} H_1 B_{11} B_{11} \\ \vdots \\ H_1 B_{12} B_{11} \\ \vdots \\ H_1 B_{13} B_{11} \\ \vdots \\ H_1 B_{14} B_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{8 \times 64}^T$$

$\Gamma_{12}$  为  $64 \times 8$  维的布尔矩阵, 由于篇幅的限制, 上式中只列出了一部分。

$$\Gamma_{13} = \begin{bmatrix} H_1 B_{11} B_{11} B_{11} \\ H_1 B_{11} B_{11} B_{12} \\ \vdots \\ H_1 B_{14} B_{14} B_{13} \\ H_1 B_{14} B_{14} B_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{8 \times 256}^T$$

$\Gamma_{13}$  为  $256 \times 8$  维的布尔矩阵, 由于篇幅的限制, 上式中只列出了一部分。

$$\mathbf{O}_1 = \begin{bmatrix} \Gamma_{10} \\ \Gamma_{11} \\ \Gamma_{12} \\ \Gamma_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{8 \times 340}^T$$

$\mathbf{O}_1$  为  $340 \times 8$  维的布尔矩阵, 由于篇幅的限制, 文中只列出了一部分。

可得,  $\text{Rank}(\mathbf{O}_1) - 7 < 2^3 = 8$ 。

由 MATLAB 仿真知, 规则 1 时输出变量和状态变量的关系如图 2 所示。由图 2 知, 虽然规则 1 时的局部模型是能控的, 但是是不能观测的; 规则 2 时的局部模型是不可控的, 故也是不能观测的, 与实验计算结果是一致的。

#### 4.3 稳定性

规则 1 时, 式 (33) 对应的布尔网络的逻辑映射为  $X(t+1) = F_1(X(t))$ ,  $X \in \mathcal{D}^3$ 。

关联矩阵为

$$I(F_1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$[I(F_1)]^{(5)} = I(F_1) \neq 0$ , 即  $[I(F_1)]^{(k)} \neq 0$ , 则规则 1 下的局部模型是不稳定的。

规则 2 时, 式 (31) 对应的布尔网络的逻辑映射为  $X(t+1) = F_2(X(t))$ ,  $X \in \mathcal{D}^3$ 。

关联矩阵为

$$I(F_2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$[I(F_2)]^{(3)} = 0$ , 则规则 2 下的局部模型是稳定的。

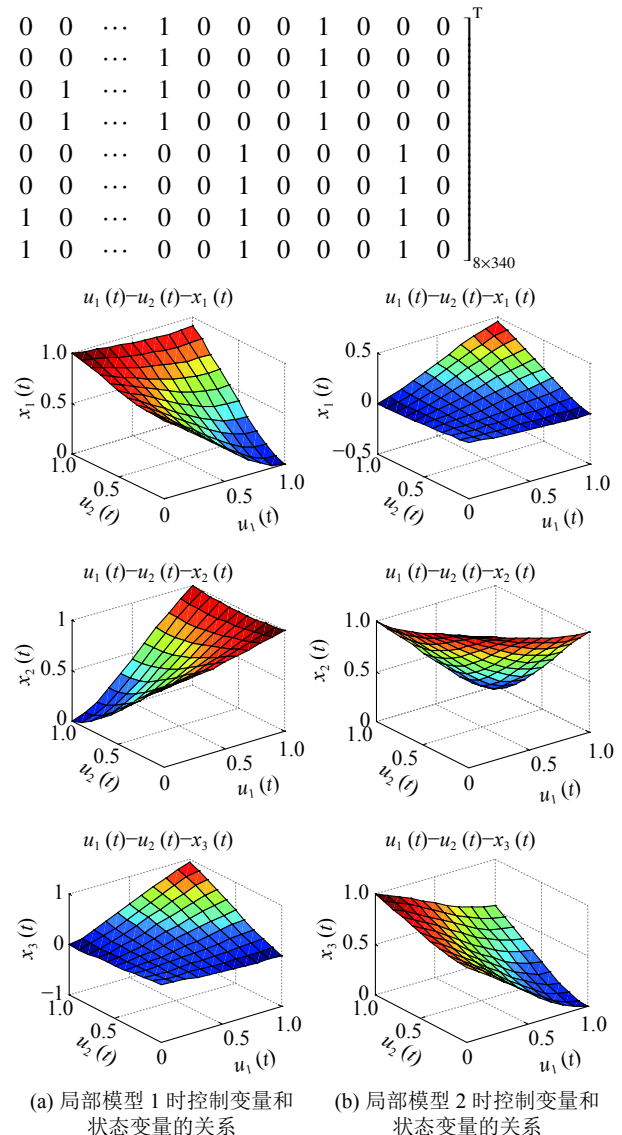


图 1 控制变量和状态变量的关系

Fig. 1 Schematic diagram of relationship between the control variables and state variables

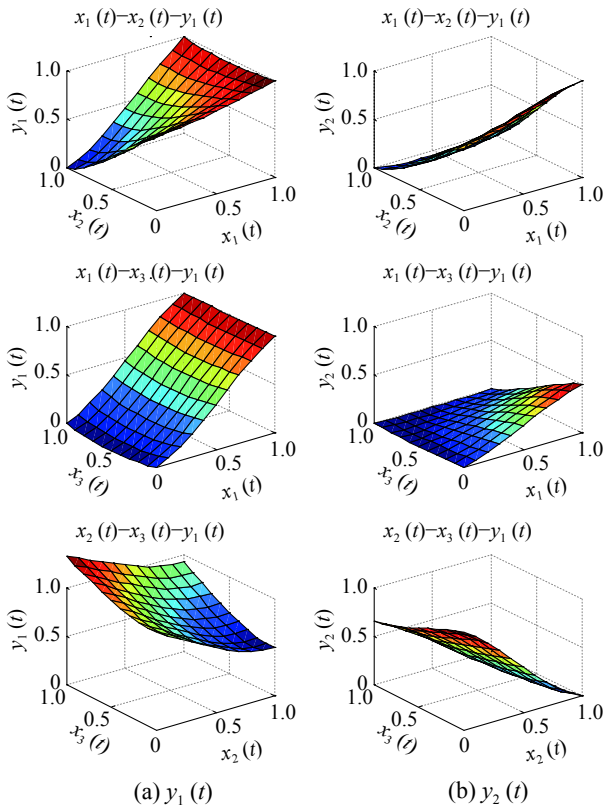


图2 输出变量和状态变量的关系

Fig. 2 Schematic diagram of relationship between the output variables and state variables under rule 1

综上所述, 整个系统模糊状态方程可表示为式(15), 其中, 取 $\mu_1 = 1, \mu_2 = 0$ , 则 $L = L_1, H = H_1, F = F_1, C = C_1 > 0, \text{Rank}(O) = \text{Rank}(O_1) = 7 < 2^3 = 8$ , 因此系统的全局模型是能控不能观且不稳定的。

## 5 结束语

通过具体实例仿真分析可知, 对于布尔网络系统, 可以实现非线性模糊建模和动态性能分析。利用模糊动态模型的非线性特点, 将模糊动态模型和布尔控制网络相结合, 分别建立了模糊动态布尔网络控制系统的局部模型和全局模型, 并且对其能控性、能观性和稳定性进行了分析。

## 参考文献:

- [1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and control, 1965, 8(3): 338–353.
- [2] MAMDANI E H. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant[J]. Proceedings of the institution of electrical engineers, 1974, 121(12): 1585–1588.
- [3] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE transactions on systems man and cybernetics, 1985, 15(1): 116–132.
- [4] ABONYI J, NAGY L, SZEIFERT F. Fuzzy model-based predictive control by instantaneous linearization[J]. Fuzzy sets and systems, 2001, 120(1): 109–122.
- [5] FENG G. A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems[J]. IEEE transactions on fuzzy systems, 2006, 14(5): 676–697.
- [6] CAO S G, REES N W, FENG G. Analysis and design for a class of complex control systems part I: fuzzy modelling and identification[J]. Automatica, 1997, 33(6): 1017–1028.
- [7] CAO S G, REES N W, FENG G. Analysis and design for a class of complex control systems part II: fuzzy controller design[J]. Automatica, 1997, 33(6): 1029–1039.
- [8] SILVA L F P, LEITE V J S, CASTELAN E B, et al. Stabilization of time-delay nonlinear discrete-time systems with saturating actuators through T-S models[J]. IFAC proceedings volumes, 2014, 47(3): 11000–11005.
- [9] ZHANG Changzhu, FENG Gang, Qiu Jianbin, et al. T-S fuzzy-model-based piecewise  $H_\infty$  output feedback controller design for networked nonlinear systems with medium access constraint[J]. Fuzzy sets and systems, 2014, 248: 86–105.
- [10] CAO Shuguang, REES N W, FENG Gang. Analysis and design of fuzzy control systems using dynamic fuzzy-state space models[J]. IEEE transactions on fuzzy systems, 1999, 7(2): 192–200.
- [11] KAUFFMAN S A. Metabolic stability and epigenesis in randomly constructed genetic nets[J]. Journal of theoretical biology, 1969, 22(3): 437–467.
- [12] Cheng D Z, Qi H S. Semi-tensor Product of Matrices Theory and Application[M]. Beijing: Science Press, 2007.
- [13] 程代展, 齐洪胜, 赵寅. 布尔网络的分析与控制——矩阵半张量积方法[J]. 自动化学报, 2011, 37(5): 529–540. CHENG Daizhan, QI Hongsheng, ZHAO Yan. Analysis and control of boolean networks: a semi-tensor product approach[J]. Acta automatica sinica, 2011, 37(5): 529–540.
- [14] CHENG Daizhan, QI Hongsheng, LI Zhiqiang, et al. Stability and stabilization of Boolean networks[J]. International journal of robust and nonlinear control, 2011, 21(2): 134–156.
- [15] CHENG Daizhan, LI Zhiqiang, QI Hongsheng. Realization of boolean control networks[J]. Automatica, 2010, 46(1): 62–69.
- [16] CHENG Daizhan, QI Hongsheng. Controllability and observability of boolean control networks[J]. Automatica, 2009, 45(7): 1659–1667.
- [17] CHENG Daizhan. Disturbance decoupling of boolean control networks[J]. IEEE transactions on automatic con-



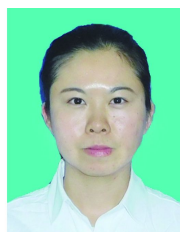
- trol, 2011, 56(1): 2–10.
- [18] CHENG Daizhan, QI Hongsheng. A linear representation of dynamics of boolean networks[J]. IEEE transactions on automatic control, 2010, 55(10): 2251–2258.
- [19] CHENG Daizhan, QI Hongsheng, LI Zhiqiang. Model construction of boolean network via observed data[J]. IEEE transactions on neural networks, 2011, 22(4): 525–536.
- [20] CHENG Danzhan, QI Hongsheng. State–space analysis of boolean networks[J]. IEEE transactions on neural networks, 2010, 21(4): 584–594.
- [21] CHENG Daizhan, QI Hongsheng, LI Zhiqiang. Feedback decomposition of boolean control networks[M]//Analysis and Control of Boolean Networks. London: Springer, 2011: 297–311.
- [22] 宋金利, 肖会敏, 李志强. 布尔控制网络的部分变量可控性[J]. 中国科学: 信息科学, 2016, 46(3): 338–349.
- SONG Jinli, XIAO Huimin, LI Zhiqiang. Partial variables controllability of Boolean control networks[J]. Scientia sinica informationis, 2016, 46(3): 338–349.
- [23] 李志强, 宋金利. 布尔控制网络的能控性与能观性[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(6): 760–764.
- LI Zhiqiang, SONG Jinli. Controllability and observabil-

ity of boolean control networks[J]. Control theory and applications, 2013, 30(6): 760–764.

#### 作者简介:



吕红丽, 女, 1978 年生, 副教授, 主要研究方向为复杂系统建模控制与仿真、智能环境与网络化控制。发表学术论文 20 余篇。



宋玉晶, 女, 1990 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为智能环境与网络化控制。



段培永, 男, 1968 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为模糊控制、神经控制、数据挖掘、建筑智能环境与网络化控制研究。主持科研项目 10 余项, 发表学术论文 70 余篇, 被 SCI、EI 收录 30 余篇。