

DOI: 10.11992/tis.201703003

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20170704.1702.008.html>

## 带扰动的变频正弦混沌神经网络研究

胡志强<sup>1,2</sup>, 李文静<sup>1,2</sup>, 乔俊飞<sup>1,2</sup>

(1. 北京工业大学信息学部, 北京 100124; 2. 计算智能与智能系统北京市重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 为了研究变频正弦混沌神经网络 (FCSCNN) 的抗扰动能力, 在该混沌神经元的内部状态中分别引入三角函数和小波函数扰动项, 提出了带扰动的变频正弦混沌神经元模型。给出了该混沌神经元的倒分岔图及 Lyapunov 指数的时间演化图, 分析了其动力学特性。利用该模型构建了新型暂态混沌神经网络, 通过选择不同的扰动系数, 将其应用于函数优化和组合优化问题上。仿真实验表明, 在适当的扰动系数下, 变频正弦混沌神经网络能够有效地解决函数优化和组合优化问题, 体现了该模型具有较强的鲁棒性和抗扰动能力。

**关键词:** 扰动; 三角函数; 小波函数; 混沌神经网络; 变频正弦; 组合优化

**中图分类号:** TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2018)04-0493-07

中文引用格式: 胡志强, 李文静, 乔俊飞. 带扰动的变频正弦混沌神经网络研究 [J]. 智能系统学报, 2018, 13(4): 493-499.

英文引用格式: HU Zhiqiang, LI Wenjing, QIAO Junfei. Frequency-conversion sinusoidal chaotic neural network with disturbance feature[J]. CAAI transactions on intelligent systems, 2018, 13(4): 493-499.

## Frequency-conversion sinusoidal chaotic neural network with disturbance feature

HU Zhiqiang<sup>1,2</sup>, LI Wenjing<sup>1,2</sup>, QIAO Junfei<sup>1,2</sup>

(1. Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. Beijing Key Laboratory of Computational Intelligence and Intelligent System, Beijing 100124, China)

**Abstract:** In this paper, we propose a novel frequency-conversion sinusoidal chaotic neuron model with a disturbance feature to study the anti-disturbance ability of the frequency-conversion sinusoidal chaotic neural network (FCSCNN). To do so, we introduce trigonometric function and wavelet function disturbances into the internal state of the chaotic neuron model. We present a reversed bifurcation diagram of the chaotic neuron and a time evolution diagram of the Lyapunov exponent and then analyze the dynamic properties. We constructed a new transient chaotic neural network (TCNN) using the novel chaotic neuron model. By selecting different disturbance coefficients, we performed network function optimization and combinational optimization. Simulation results show that the FCSCNN can effectively solve function optimization and combinational optimization problems with appropriate disturbance coefficients, which demonstrate the strong robustness and anti-disturbance ability of the model.

**Keywords:** disturbance; trigonometric function; wavelet function; chaotic neural network; frequency conversion sinusoidal; combination optimization

自从 Hopfield 和 Tank 提出的 Hopfield 网络 (Hopfield neural network, HNN) 开创性成功解决

旅行商 (traveling salesman problem, TSP) 问题以来, 神经网络在解决优化问题中开始得到广泛关注和应<sup>[1]</sup>。由于 HNN 的算法依然采用传统的梯度下降算法, 极易陷入局部极小点, 导致无法找到最优解<sup>[2]</sup>。Chen 等<sup>[3]</sup>在 Hopfield 网络基础上引入自反馈, 并加入模拟退火 (simulated annealing, SA) 机制, 提出暂态混沌神经网络 (transient chaotic

收稿日期: 2017-03-02. 网络出版日期: 2017-07-04.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (61533002); 国家自然科学基金青年科学基金项目 (61603009); 中国博士后科学基金项目 (2015M570910); 朝阳区博士后研究基金项目 (2015ZZ-6); 北京工业大学基础研究基金项目 (002000514315501).

通信作者: 胡志强. E-mail: [zacharyhu33@163.com](mailto:zacharyhu33@163.com).

ic neural network, TCNN), 通过混沌的遍历性和伪随机性克服了 HNN 局部极小问题。混沌神经网络 (chaotic neural network, CNN) 被证明是解决优化问题的有效工具<sup>[3-7]</sup>。随后, Zhang 等<sup>[4]</sup>采用小波函数作为激励函数, 提出了 WCNN 模型, 用来解决函数优化问题; Liu 等<sup>[5]</sup>在混沌神经元模型中加入迟滞动力, 提出了 HCNN 模型, 并应用于 TSP 问题中; Zhao 等<sup>[6]</sup>引入高斯自反馈项, 提出了 CNNW 模型, 成功应用于组合优化问题。以上学者提出的 CNN 模型, 虽然都在一定程度上提高了全局寻优能力, 但是大都缺乏一定的生物学机制, 无法表征神经元激励与响应的频幅关系, 不能充分体现出复杂多变脑部活动的非线性动力学特征和具有更加丰富的混沌全局搜索性能。因此, Hu 等<sup>[7]</sup>基于脑电波的生物机制, 将变频正弦函数 (frequency conversion sinusoidal, FCS) 与 Sigmoid 函数加权 and 组成非单调激励函数, 提出了变频正弦混沌神经网络 (frequency conversion sinusoidal chaotic neural network, FCSCNN) 模型, 进一步提高了 TCNN 的混沌动力学特性和全局寻优性能, 更准确地解决了函数优化及 TSP 问题, 验证了模型有效性和可行性。

而人们研究 TCNN 的优化计算方法, 归根结底是希望能够看到其在硬件上的实现, 进而观察和研究混沌神经元的状态和响应, 最终制造出混沌计算机<sup>[8]</sup>。但是, 由于电子元器件或电路的不稳定性, 在一定情况下, 不可避免地会出现不同程度的扰动, 这会对 FCSCNN 性能产生影响, 所以对该模型的抗扰动能力进行实验、评估、比较是很有必要的。因此, 本文针对 FCSCNN 模型, 通过引入不同程度的周期和非周期扰动, 将其应用到函数优化和组合优化问题上, 分析其抗扰动能力, 仿真实验证明了 FCSCNN 具有较强的鲁棒性和抗扰动能力。

### 1 带扰动的变频正弦混沌神经元模型

TCNN 多采用 Sigmoid 函数作为激励函数, 而非单调激励函数比单调 (Sigmoid) 激励函数更容易产生混沌, 在寻优过程中具有更好的全局搜索性能<sup>[9-10]</sup>。基于以上理论以及脑电波的生物机制, FCSCNN 模型获得了较好的优化效果<sup>[7, 11]</sup>。由于来自外界的扰动有周期的和非周期的, 因此本文分别用代表周期扰动的三角函数和非周期扰动的小波函数来进行研究, 在 FCS 神经元模型的基础上加入扰动项, 来分析模型的抗扰动能力。建立如下带扰动的 FCS 混沌神经元模型:

$$x(t) = f(y(t)) \tag{1}$$

$$y(t+1) = ky(t) + \gamma \cdot D(y(t)) - z(t)(x(t) - I_0) \tag{2}$$

$$z(t+1) = (1 - \beta)z(t) \tag{3}$$

$$f(u) = S_1(u, \varepsilon_1) + c \cdot S_2(u, \varepsilon_2) \tag{4}$$

$$S_1(u, \varepsilon_1) = 1 / [1 + \exp(-u/\varepsilon_1)] \tag{5}$$

$$S_2(u, \varepsilon_2) = A \cdot \sin(u/\varepsilon_2) \tag{6}$$

$$D_1(v, \varepsilon_3) = \cos(v/\varepsilon_3) \tag{7}$$

$$D_2(v, \varepsilon_3) = \exp[-(v/\varepsilon_3)^2/2] \cos(5v/\varepsilon_3) \tag{8}$$

式中:  $A = A(0) \exp(-a|u|)$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(0) \exp(-b|u|)$ ,  $D$  为内部扰动项, 采用三角函数扰动  $D_1$  或 Morlet 小波函数扰动  $D_2$ ,  $\gamma$  为扰动系数 (当  $\gamma=0$ ,  $c=0$  时, 模型为 TCNN<sup>[3]</sup>; 当  $\gamma=0$ ,  $c \neq 0$  时, 模型为 FCSCNN<sup>[7]</sup>),  $y(t)$  为神经元内部状态,  $x(t)$  为神经元输出,  $f(\cdot)$  为神经元的激励函数,  $k$  为神经隔膜的阻尼因子 ( $0 \leq k \leq 1$ ),  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  分别为 Sigmoid 函数  $S_1$  和变频正弦函数  $S_2$  的陡度参数 ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ ),  $\varepsilon_3$  为扰动函数的陡度参数 ( $\varepsilon_3 > 0$ ),  $c$  为变频正弦函数的比例系数 ( $0 \leq c \leq 1$ ),  $I_0$  为正值参数,  $z(t)$  为自反馈连接权重 ( $z(t) > 0$ ),  $\beta$  为  $z(t)$  的退火衰减因子 ( $0 \leq \beta \leq 1$ )。

神经元的倒分岔图和最大 Lyapunov 指数可以直观体现出神经元的动力学特性。Lyapunov 指数大于零 (非正无穷), 证明模型具有混沌行为, 并且值越大表明混沌程度越强<sup>[5]</sup>。Lyapunov 指数定义为

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \log \left| \frac{dy(t+1)}{dy(t)} \right| \tag{9}$$

则对于带扰动的 FCS 混沌神经元模型有

$$\begin{aligned} \frac{dy(t+1)}{dy(t)} &= k - z(t) \frac{dx(t)}{dy(t)} + \gamma \cdot \frac{dD(y(t))}{dy(t)} = \\ &k - z(t) \left[ \frac{dS_1(y(t))}{dy(t)} + c \frac{dS_2(y(t))}{dy(t)} \right] + \gamma \cdot \frac{dD(y(t))}{dy(t)} \end{aligned} \tag{10}$$

式 (10) 中第 2 项表达式同文献 [7], 第 3 项如下:

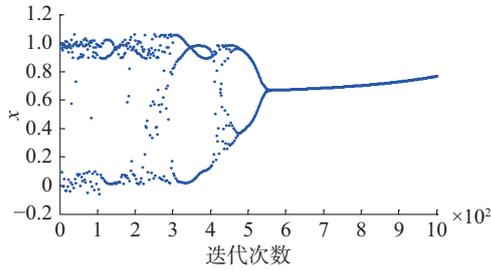
$$\frac{dD_1(y(t))}{dy(t)} = -\frac{1}{\varepsilon_3} \sin(y(t)/\varepsilon_3) \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \frac{dD_2(y(t))}{dy(t)} &= -\frac{y(t)}{\varepsilon_3^2} \exp[-0.5(\frac{y(t)}{\varepsilon_3})^2] \cos(\frac{5y(t)}{\varepsilon_3}) - \\ &\frac{5}{\varepsilon_3} \exp[-0.5(\frac{y(t)}{\varepsilon_3})^2] \sin(\frac{5y(t)}{\varepsilon_3}) \end{aligned} \tag{12}$$

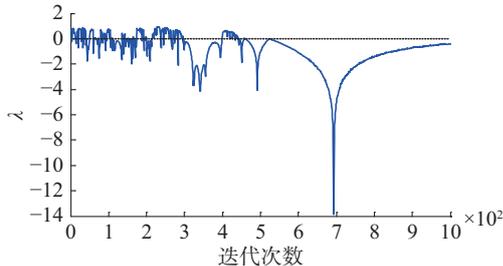
由文献 [7] 可知, 相同模型参数下, 提出的 FCS 混沌神经元比标准的暂态混沌神经元具有更复杂和更丰富的混沌动力学行为, 具有更多的正值 Lyapunov 指数, 并且混沌搜索的时间更长, 这都为混沌全局寻优提供了良好的动力学基础。证实了提出的新的混沌神经元模型的有效性和可行性。

进而, 为了验证 FCS 混沌神经元模型的鲁棒性和抗扰动能力, 当设置扰动项为三角函数扰动时, 当选取参数  $k=1$ ,  $\beta=0.004$ ,  $\varepsilon_1=0.02$ ,  $I_0=0.65$ ,  $z(0)=0.9$ ,  $A(0)=0.6$ ,  $\varepsilon_2(0)=0.02$ ,  $a=6$ ,  $b=1$ ,  $c=0.25$ ,

$\varepsilon_3=0.1$  固定不变时, 分别取  $\gamma=0.002$  和  $\gamma=0.02$  时, FCS 神经元的倒分岔图和最大 Lyapunov 指数时间演化图分别如图 1 ~ 2 所示。



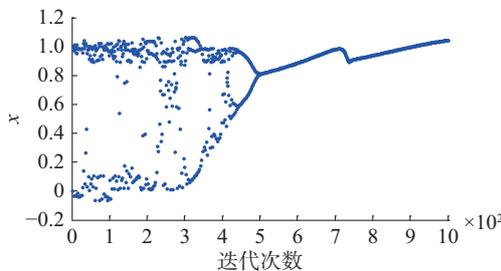
(a) 神经元倒分岔图



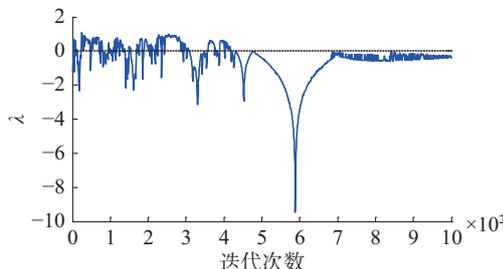
(b) 最大Lyapunov指数时间演化图

图 1 带三角函数扰动 ( $\gamma=0.002$ ) 的 FCS 神经元倒分岔图和最大 Lyapunov 指数图

Fig. 1 The reversed bifurcation and the time evolution of the maximal Lyapunov exponent of the FCS neuron within trigonometric function disturbance ( $\gamma=0.002$ )



(a) 神经元倒分岔图



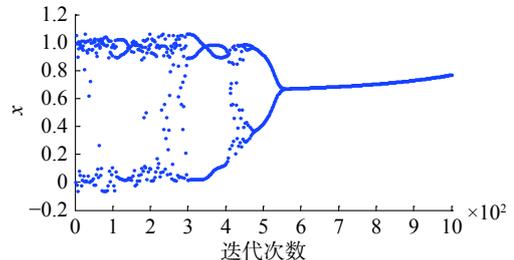
(b) 最大Lyapunov指数时间演化图

图 2 带三角函数扰动 ( $\gamma=0.02$ ) 的 FCS 神经元倒分岔图和最大 Lyapunov 指数图

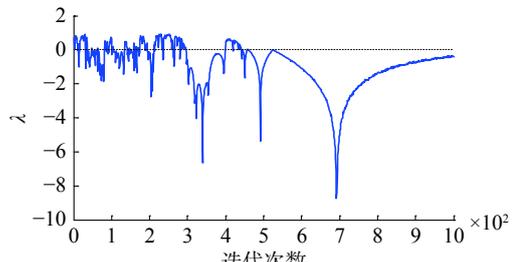
Fig. 2 The reversed bifurcation and the time evolution of the maximal Lyapunov exponent of the FCS neuron within trigonometric function disturbance ( $\gamma=0.02$ )

当扰动为 Morlet 小波函数时, 选取参数  $k=1$ ,  $\beta=0.004$ ,  $\varepsilon_1=0.02$ ,  $I_0=0.65$ ,  $z(0)=0.9$ ,  $A(0)=0.6$ ,  $\varepsilon_2(0)=$

$0.02$ ,  $a=6$ ,  $b=1$ ,  $c=0.25$ ,  $\varepsilon_3=2.5$  固定不变时, 分别取  $\gamma=0.002$  和  $\gamma=0.02$  时, FCS 神经元的倒分岔图和最大 Lyapunov 指数时间演化图如图 3、图 4 所示。



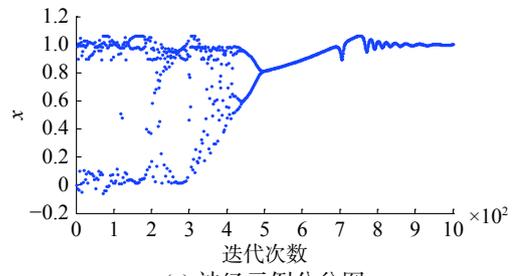
(a) 神经元倒分岔图



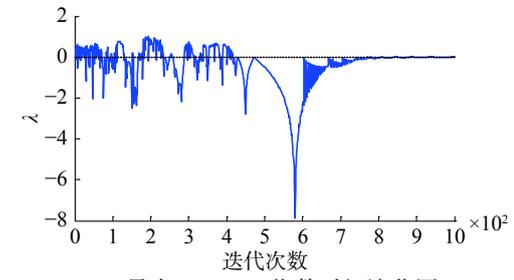
(b) 最大Lyapunov指数时间演化图

图 3 带 Morlet 小波扰动 ( $\gamma=0.002$ ) 的 FCS 神经元倒分岔图和最大 Lyapunov 指数图

Fig. 3 The reversed bifurcation and the time evolution of the maximal Lyapunov exponent of the FCS neuron within Morlet function disturbance ( $\gamma=0.002$ )



(a) 神经元倒分岔图



(b) 最大Lyapunov指数时间演化图

图 4 带 Morlet 小波扰动 ( $\gamma=0.02$ ) 的 FCS 神经元倒分岔图和最大 Lyapunov 指数图

Fig. 4 The reversed bifurcation and the time evolution of the maximal Lyapunov exponent of the FCS neuron within Morlet function disturbance ( $\gamma=0.02$ )

由图 1~4 可知, 在神经元内部加入三角函数或小波函数扰动项, 进行动力学特性对比分析。在扰动系数  $\gamma$  为 0.002 时, 两类不同的扰动下, 神

经元的动力学特性都只是发生微小的变动,并没有发生明显的改变。在扰动系数  $\gamma$  为 0.02 时,两类不同的扰动下,神经元的动力学特性都发生了较明显的变化,随着扰动系数的增大,动力学特性变动更加剧烈,动力学演变过程开始受到影响,但是整体的倒分岔特点和混沌程度并没有受到本质改变,依旧保持原有形态。证明了在一定程度扰动项作用下,FCSCNN 混沌神经元模型具有一定鲁棒性和抗扰动能力。

## 2 带扰动的 FCS 混沌神经网络模型

利用上述带扰动的 FCS 混沌神经元模型,构建得到了如下带扰动的 FCSCNN 模型:

$$x_i(t) = f(y_i(t)) \quad (13)$$

$$\alpha \left[ \sum_{j=1, j \neq i}^N w_{ij} x_j(t) + I_i \right] - z_i(t) [x_i(t) - I_0] \quad (14)$$

$$z_i(t+1) = (1-\beta)z_i(t) \quad (15)$$

$$f(u) = S_1(u, \varepsilon_1) + c \cdot S_2(u, \varepsilon_2) \quad (16)$$

$$S_1(u, \varepsilon_1) = 1/[1 + \exp(-u/\varepsilon_1)] \quad (17)$$

$$S_2(u, \varepsilon_2) = A \cdot \sin(u/\varepsilon_2) \quad (18)$$

$$D_1(v, \varepsilon_3) = \cos(v/\varepsilon_3) \quad (19)$$

$$D_2(v, \varepsilon_3) = \exp[-(v/\varepsilon_3)^2/2] \cos(5v/\varepsilon_3) \quad (20)$$

式中:  $\alpha$  为正比例参数,  $w_{ij}$  为神经元  $i$  和神经元  $j$  间的连接权值 ( $w_{ij}=w_{ji}$ ,  $w_{ii}=0$ ),  $I_i$  是第  $i$  个神经元阈值,其他参数定义同带扰动的 FCS 神经元模型。

FCSCNN 采用传统的 Hopfield 网络的优化机制<sup>[12]</sup>。由于自反馈的存在,网络会表现出混沌特性。在演化初期,选择合适的网络参数,并且具有较大的自反馈连接权重初值  $z(0)$ ,利用混沌的遍历性和伪随机性在相空间内按照一定“分形”结构进行“自抑制”的不重复全局搜索,避免陷入局部极小<sup>[13]</sup>。根据式 (15),随着退火衰减因子  $\beta$  的作用,  $z$  值不断进行减小,网络随之从混沌态经历倒分岔过程过渡到稳态,直至完全退化为 Hopfield 网络,收敛到优化值。FCSCNN 模型中动力学特性和优化能力敏感的依赖于网络参数 ( $k, \alpha, z, \beta, \varepsilon_1, \varepsilon_2, I_0$ ) 的选择。 $k$  表征记忆保留或遗忘内部状态的能力;  $\alpha$  表征能量函数对混沌动力学特性的影响,决定着网络演化和混沌动力的比例;  $\beta$  表征自反馈项的退火速度,决定着混沌特性的退化快慢。参数之间相互影响,需要选择合理的搭配才能获得好的优化效果。反之,则无法得到最优解甚至失去优化能力。

当加入扰动后,从图 1~4 的神经元动力学特性仿真分析可知,扰动的会影响随着扰动系数增

大而增加,当扰动过大,会改变甚至会完全破坏 FCS 神经元模型的混沌动力学特性。这将影响 FCS 模型混沌搜索遍历性和伪随机性的动力学特性,不能很好利用自身的自抑制进行全局搜索。因此,要保持良好的寻优能力,除了选择合适的网络参数外,还需要控制扰动在适当的范围内。对于在扰动条件下能否依然较好地解决优化问题,将在不同程度的扰动项作用下,采用 FCSCNN 模型解决函数优化和组合优化问题,进一步验证模型的抗扰动能力。

## 3 带扰动的 FCSCNN 模型在优化问题中的应用

根据 Hopfield 的优化机制有如下规则<sup>[14]</sup>:

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum_{j=1, j \neq i}^N w_{ij} x_j(t) + I_i = -\frac{\partial E}{\partial x_i} \quad (21)$$

在设置好模型参数后,将问题的目标函数映射为网络的能量函数,将网络的动力学演化过程视为目标函数的寻优过程,当网络收敛到稳定点时,对应的神经元输出即为所求得优化问题的解。

### 3.1 在函数优化中的应用

优化函数 1:

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 0.7)^2 [(x_2 + 0.6)^2 + 0.1] + (x_2 - 0.5)^2 [(x_1 + 0.4)^2 + 0.15] \quad (22)$$

函数  $f$  的最小值为 0, 最小值点为 (0.7, 0.5); 局部极小点为 (0.6, 0.4), (0.6, 0.5) 和 (0.7, 0.4)。在 FCSCNN 模型中,选取参数如下:  $k=1, \alpha=0.1, \beta=0.2, \varepsilon_1=0.08, I_0=0.56, z_1(0)=z_2(0)=0.1, A(0)=0.4, \varepsilon_2(0)=0.08, a=6, b=1, c=0.25$ 。随机初始化神经元输出  $x_1, x_2$  的值,扰动系数  $\gamma$  分别取 0.002, 0.02 和 0.2。对比 FCSCNN 模型在不同扰动和不同扰动系数下的函数优化能力,进行 10 次独立实验取均值,每次网络演化 50 步,实验结果如表 1 所示。

表 1 带扰动 FCSCNN 求解函数 1 优化问题结果  
Table 1 The optimization results of the FCSCNN with disturbances for function 1

扰动	$\gamma$	$x_1$	$x_2$	$E$
无	0.000	0.699 99	0.500 00	$3.000 \times 10^{-22}$
	0.002	0.706 46	0.507 24	$1.274 \times 10^{-4}$
三角	0.020	0.750 4	0.565 07	$8.880 \times 10^{-3}$
	0.200	—	—	—
小波	0.002	0.694 72	0.507 37	$1.110 \times 10^{-4}$
	0.020	0.666 84	0.558 59	$6.007 \times 10^{-3}$
	0.200	—	—	—

优化函数 2:

$$f(x_1, x_2) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2 \quad (23)$$

函数  $f$  的最小值为 0, 最小值点为 (1, 1)。最优解位于一个平滑、狭长的抛物线形山谷内, 函数为优化算法提供的信息比较有限。传统梯度下降法方向几乎与最小值的最佳方向垂直, 很难辨别搜索方向, 查找最优解变得十分困难。在 FC-SCNN 模型中, 选取参数如下:  $k=1, \alpha=1.0 \times 10^{-5}, \beta=0.01, \varepsilon_1=8.0 \times 10^{-4}, I_0=0.65, z_1(0)=z_2(0)=0.8, A(0)=0.4, \varepsilon_2(0)=0.08, a=6, b=1, c=0.25$ 。随机初始化神经元输出  $x_1, x_2$  的值, 扰动系数  $\gamma$  分别取 0.002、0.02 和 0.2。对比 FCSCNN 模型在不同扰动和不同扰动系数下的函数优化能力, 进行 10 次独立实验取均值, 每次网络演化 5 000 步, 实验结果如表 2 所示:

表 2 带扰动 FCSCNN 求解函数 2 优化问题结果

Table 2 The optimization results of the FCSCNN with disturbances for function 2

扰动	$\gamma$	$x_1$	$x_2$	$E$
无	0.000	0.988 29	0.976 68	$1.372 7 \times 10^{-4}$
	0.002	1.029 5	1.028 9	$9.677 3 \times 10^{-2}$
三角	0.020	1.034 6	1.026 4	$1.944 4 \times 10^{-1}$
	0.200	—	—	—
小波	0.002	1.031 5	1.033 2	$9.647 1 \times 10^{-2}$
	0.200	—	—	—

由表 1、2 仿真实验可知, 当扰动系数  $\gamma$  为 0(无扰动)时, FCSCNN 模型均具有很好的全局寻优性能, 找到了全局最优解; 当扰动系数  $\gamma$  为 0.002 时, 模型依然保持了较好的全局搜索能力, 能够比较接近全局最优解; 当扰动系数  $\gamma$  为 0.02 时, 模型的寻优能力均出现明显下降。由于扰动系数  $\gamma$  的增大, 扰动项对模型的动力学演化过程和混沌全局性能的影响越大。适当 ( $\gamma \leq 0.002$ ) 的扰动系数下, 网络可以保持全局寻优能力, 当扰动项过大 ( $\gamma \geq 0.2$ ), 会影响甚至破坏模型的寻优水平。为了更好地验证实验结果, 选择复杂的组合优化问题进一步实验分析。

### 3.2 在组合优化中的应用

旅行商 (traveling salesman problem, TSP) 问题描述如下:

假定有  $N$  个城市, 给出它们的位置和相互距离, 要求寻找一条闭合路径, 每个城市仅且被访问一次, 回到起始城市, 要求这条路径的距离最短。

问题对应的目标函数<sup>[14]</sup> 为

$$E = \frac{W_1}{2} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^N x_{ij} - 1 \right)^2 + \sum_{j=1}^N \left( \sum_{i=1}^N x_{ij} - 1 \right)^2 \right] + \frac{W_2}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (x_{k,j+1} + x_{k,j-1}) x_{ij} d_{ik} \quad (24)$$

式中:  $x_{ij}$  为神经元的输出, 它表示城市  $i$  于第  $j$  个被访问;  $W_1$  和  $W_2$  分别为与约束和关于路径长度的代价函数对应的耦合系数;  $d_{ij}$  为城市  $i$  和城市  $j$  之间的距离。

选取 10 个城市归一化后的坐标, 取值分别为: (0.400 0, 0.443 9), (0.243 9, 0.146 3), (0.170 7, 0.229 3), (0.229 3, 0.716 0), (0.517 1, 0.941 4), (0.873 2, 0.653 6), (0.687 8, 0.521 9), (0.848 8, 0.360 9), (0.668 3, 0.253 6), (0.619 5, 0.263 4)。该 10 个城市 TSP 问题满足条件最短路径长度为 2.677 6<sup>[14]</sup>, 最优路径如图 5 所示。

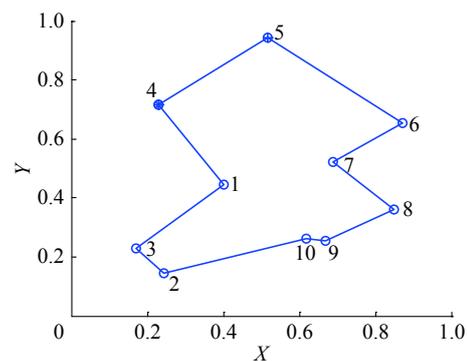


图 5 10 城市 TSP 问题的最短路径

Fig. 5 The optimal distance of 10 city TSP

在 FCSCNN 模型中, 选取参数如下:  $k=1, \alpha=0.05, \beta=0.05, \varepsilon_1=0.05, I_0=0.65, z(0)=0.8, A(0)=0.4, \varepsilon_2(0)=0.08, a=6, b=1, c=0.25, W_1=1, W_2=1$ 。随机初始化神经元输出  $x_{ij}$  的值, 对比 FCSCNN 模型在不同扰动和不同扰动系数下的组合优化能力, 进行 500 次独立实验, 每次网络演化 1 000 步, 实验结果如表 3 所示:

由表 3 可知, 带扰动的 FCSCNN 模型在解决 10 城市旅行商问题时: 三角扰动系数  $\gamma$  小于 0.005 的情况下, 合法路径比率均在 95% 以上, 最优路径比率均在 88% 以上; 小波扰动系数  $\gamma$  小于 0.01 的情况下, 合法比均在 96% 以上, 最优比均在 90% 以上。可认为适当的扰动对网络模型的混沌全局寻优能力影响不大。但是随着扰动系数的增大, 合法比和最优比均呈下降趋势, 扰动项的影响过大时, 甚至失去寻优能力。同时, 当前的扰动参数下, FCSCNN 模型对 Morlet 小波扰动的鲁棒性比三角函数扰动要好。

表 3 带扰动 FCSCNN 求解 10 城市 TSP 问题结果

Table 3 The optimization results of the FCSCNN with disturbances for 10 city TSP

扰动	$\gamma$	NLP	NOP	RLP/%	RGM/%
无	0.000	500	482	100	96.4
	0.002	480	466	96.0	93.2
	0.005	476	440	95.2	88.0
三角	0.010	453	412	90.6	82.4
	0.020	432	282	86.4	56.4
	0.200	—	—	—	—
小波	0.002	493	476	98.6	95.2
	0.005	484	467	96.8	93.4
	0.010	485	459	97.0	91.8
	0.020	472	404	94.4	80.8
	0.200	467	43	93.4	8.60

注: 合法路径数(number of legitimate path, NLP)、最优路径数(number of optimal path, NOP)、合法比率(rate of legitimate path, RLP)、最优比率(rate of global minima, RGM)。

选取 30 个城市归一化后的坐标, 取值分别为: (0.41, 0.94), (0.37, 0.84), (0.54, 0.67), (0.25, 0.62), (0.07, 0.64), (0.02, 0.99), (0.68, 0.58), (0.71, 0.44), (0.54, 0.62), (0.83, 0.69), (0.64, 0.60), (0.18, 0.54), (0.22, 0.60), (0.83, 0.46), (0.91, 0.38), (0.25, 0.38), (0.24, 0.42), (0.58, 0.69), (0.71, 0.71), (0.74, 0.78), (0.87, 0.76), (0.18, 0.40), (0.13, 0.40), (0.82, 0.07), (0.62, 0.32), (0.58, 0.35), (0.45, 0.21), (0.41, 0.26), (0.44, 0.35), (0.04, 0.50)。该 30 个城市 TSP 问题满足条件最短路径长度为 4.237 406<sup>[6]</sup>, 最优路径如图 6 所示。

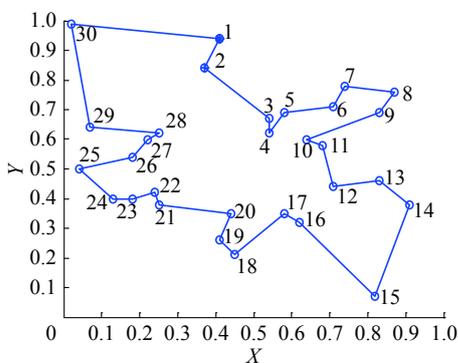


图 6 30 城市 TSP 归一化坐标的最短路径

Fig. 6 The optimal distance of 30 city TSP

在 FCSCNN 模型中, 选取参数如下:  $k=1, \alpha=0.006, \beta=0.001, \varepsilon_1=0.04, I_0=0.65, z(0)=0.8, A(0)=0.4, \varepsilon_2(0)=0.08, a=6, b=1, c=0.25, W_1=1, W_2=1$ 。随机初始

化神经元输出  $x_{ij}$  的值, 对比 FCSCNN 模型在不同扰动和不同扰动系数下的组合优化能力, 进行 200 次独立实验, 每次网络演化 10 000 步, 实验结果如表 4 所示:

表 4 带扰动 FCSCNN 求解 30 城市 TSP 问题结果

Table 4 The optimization results of the FCSCNN with disturbances for 30 city TSP

扰动	$\gamma$	NLP	NOP	RLP/%	RGM/%
无	0.000	193	61	96.5	30.5
	0.002	141	52	70.5	26.0
	0.005	122	29	61.0	14.5
三角	0.010	114	14	57.0	7.00
	0.020	42	5	20.0	2.50
	0.200	—	—	—	—
小波	0.002	146	56	73.0	28.0
	0.005	135	49	67.5	24.5
	0.010	102	38	51.0	19.0
	0.020	78	31	39.0	15.5
	0.200	—	—	—	—

由表 4 可知, 30 城市的旅行商问题具有更高的复杂度, 需要更多的演化步数, 这也是 TCNN 类模型在解决不同问题时需要不同的参数搭配的原因。三角扰动系数  $\gamma$  小于 0.002 的情况下, 合法路径比率均在 70% 以上, 最优路径比率均在 25% 以上; 小波扰动系数  $\gamma$  小于 0.005 的情况下, 合法比均在 65% 以上, 最优比均在 20% 以上。同样的可认为较小的扰动对网络模型的混沌全局寻优能力影响不大。在适当扰动强度内, 网络表现出一定的抗扰动能力。

## 4 结束语

为了验证的具有非线性激励函数且比标准的暂态混沌神经元模型具有更丰富混沌动力学特性的新型混沌神经网络模型—FCSCNN 的抗扰动能力, 在该模型内部状态中分别引入三角函数和小波函数扰动项, 分析带扰动的 FCS 混沌神经元的动力学特性。通过神经元倒分岔图和最大 Lyapunov 指数图可知, 扰动的引入会影响网络模型的动力学演化过程, 进而会对全局寻优性能产生影响。通过函数优化和组合优化问题的仿真实验, 证实了这种影响会随着扰动系数的增大而增加, 但一定范围内, FCSCNN 模型对三角扰动和 Morlet 扰动均具有一定鲁棒性和抗扰动能力, 选取合适的模型参数, 依然可以保持较好的全局搜索能力, 获得最优解。

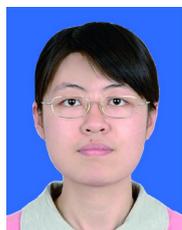
## 参考文献:

- [1] HOPFIELD J J, TANK D W. "Neural" computation of decisions in optimization problems[J]. *Biological cybernetics*, 1985, 52(3): 141–152.
- [2] WANG Jiahai, CAI Yiqiao, YIN Jian. Multi-start stochastic competitive Hopfield neural network for frequency assignment problem in satellite communications[J]. *Expert systems with applications*, 2011, 38(1): 131–145.
- [3] CHEN Luonan, AIHARA K. Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos[J]. *Neural networks*, 1997, 8(6): 915–930.
- [4] ZHANG Jiahai, XU Yaoqun. Wavelet chaotic neural networks and their application to continuous function optimization[J]. *Natural science*, 2009, 1(3): 204–209.
- [5] LIU Xiangdong, XIU Chunbo. A novel hysteretic chaotic neural network and its applications[J]. *Neurocomputing*, 2007, 70(13/14/15): 2561–2565.
- [6] ZHAO Lin, SUN Ming, CHENG Jianhua, et al. A novel chaotic neural network with the ability to characterize local features and its application[J]. *IEEE transactions on neural networks*, 2009, 20(4): 735–742.
- [7] 胡志强, 李文静, 乔俊飞. 变频正弦混沌神经网络及其应用[J]. *物理学报*, 2017, 66(9): 090502.  
HU Zhiqiang, LI Wenjing, QIAO Junfei. Frequency conversion sinusoidal chaotic neural network and its application[J]. *Acta physica sinica*, 2017, 66(9): 090502.
- [8] HSU C C, GOBOVIC D, ZAGHLOUL M E, et al. Chaotic neuron models and their VLSI circuit implementations[J]. *IEEE transactions on neural networks*, 1996, 7(6): 1339–1350.
- [9] SHUAI Jianwei, CHEN Zhenxiang, LIU Riutang, et al. Self-evolution neural model[J]. *Physics letters A*, 1996, 221(5): 311–316.
- [10] POTAPOV A, ALI M K. Robust chaos in neural networks[J]. *Physics letters A*, 2000, 277(6): 310–322.
- [11] SIH G C, TANG K K. Sustainable reliability of brain rhythms modeled as sinusoidal waves with frequency–amplitude trade-off[J]. *Theoretical and applied fracture mechanics*, 2012, 61: 21–32.
- [12] 韩广, 乔俊飞, 韩红桂, 等. 基于 Hopfield 神经网络的污水处理过程优化控制[J]. *控制与决策*, 2014, 29(11): 2085–2088.  
HAN Guang, QIAO Junfei, HAN Honggui, et al. Optimal control for waste-water treatment process based on Hopfield neural network[J]. *Control and decision*, 2014, 29(11): 2085–2088.
- [13] CHEN S S. Chaotic simulated annealing by a neural network with a variable delay: design and application[J]. *IEEE transactions on neural networks*, 2011, 22(10): 1557–1565.
- [14] GARCÍA L, TALAVÁN P M, YÁÑEZ J. Improving the Hopfield model performance when applied to the traveling salesman problem[J]. *Soft computing*, 2017, 21(14): 3891–3905.

## 作者简介:



胡志强, 男, 1988 年生, 博士研究生, 主要研究方向为混沌动力学、混沌神经网络、污水处理建模与仿真、智能优化算法。发表学术论文 6 篇, 其中被 SCI 收录 2 篇, EI 收录 2 篇。



李文静, 女, 1985 年生, 讲师, 博士。主要研究方向为神经计算、人工神经网络、模式识别。申请发明专利 1 项。作为项目负责人先后获得国家自然科学基金青年项目、中国博士后第 57 批面上资助、北京市博士后科研活动经费资助。近五年来, 发表学术论文 10 余篇, 其中 SCI 收录 8 篇。



乔俊飞, 男, 1968 年生, 教授, 博士生导师。中国人工智能学会科普工作委员会主任, 中国自动化学会理事, 主要研究方向为智能信息处理、智能控制理论与应用。获教育部科技进步奖一等奖和北京市科学技术奖三等奖各 1 项。获得发明专利 20 余项。发表学术论文 100 余篇, 其中被 SCI 收录 20 余篇, EI 收录 60 余篇。