DOI:10.3969/j.issn.1673-4785.201312036
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20150302.1105.001.html

一种带有属性偏好的模糊多属性决策方法

吕智颖[1,2], 黄天民[1],梁学章[3]
(1.西南交通大学 数学学院,四川 成都 610031; 2. 齐齐哈尔大学 理学院,黑龙江 齐齐哈尔 161006; 3. 吉林大学 数学学院,吉林 长春 130012)

摘　要:结合投资决策的特点给出了一种模糊多属性决策方法, 其中属性偏好信息以若干个互补判断矩阵形式给出,属性值为梯形模糊数。该方法能充分挖掘判断矩阵的特征信息,给出了互补判断矩阵相似度和属性优势度的定义,从而确定专家权重和属性权重。基于梯形模糊数外接圆的圆心与原点之间所形成的矩形面积来对模糊数排序的方法对方案进行排序和择优。通过对服务行业的项目评估问题说明该方法是求解模糊多属性决策问题的一种有效的工具,并且操作简便、易于在计算机上实现。

关键词:多属性决策;梯形模糊数;互补判断矩阵;相似接近度;优先度指数; 投资决策
中图分类号: TP18;O159　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1673-4785(2015)02-0227-07

中文引用格式:吕智颖,黄天民,梁学章. 一种带有属性偏好的模糊多属性决策方法[J]. 智能系统学报, 2015, 10(2): 227-233.
英文引用格式:Lyu Zhiying, HUANG Tianmin, LIANG Xuezhang. A method for fuzzy multi-attribute decision-making with preference to attribute[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2015, 10(2): 227-233.

A method for fuzzy multi-attribute decision-making with preference to attribute

LYU Zhiying[1,2], HUANG Tianmin[1], LIANG Xuezhang[3]
(1. College of Mathematics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. Department of Mathematics, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China; 3.College of Mathematics, Jilin University, Changchun 130012, China)

Abstract: In this paper, a method for fuzzy multi-attribute decision-making problem considering the characteristics of investment decisions is investigated. The preference information about attribute weights given by the decision makers is in the form of complementary judgment matrixes and the attribute value in the decision matrix is trapezoidal fuzzy number. The attribute weight and expert vectors are received by exploring the feather information of judgment matrixes given by experts about attribute. A new method for ranking alternatives by using ranking trapezoidal fuzzy number based on the area between circumcenter of centroids of a fuzzy number and origin is proposed. Finally, a project evaluation problem for services showed that the proposed method is an effective tool to solve the fuzzy multi-attribute decision-making problems, featuring by simple operations and easy implementation on a computer.

Keywords: multi-attribute decision making; trapezoidal fuzzy number; complementary judgment matrix; similar approach degree; superiority index; investment decision

在多属性决策中,往往需要对方案或属性进行两两比较,形成判断矩阵。在实际的决策过程中,专家受到知识结构、评判水平和个人偏好等众多因素的影响所给出的判断矩阵是不同的,因此需要集结多个专家给出的判断矩阵进行决策。根据判断矩阵

收稿日期:2014-04-01.　　**网络出版日期**:2015-03-02.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(11271041); 中央高校科研业务费专项资金资助项目(swjtu11ZT29).
通信作者:吕智颖. E-mail: lvzhiying1979@163.com.

确定各属性的权重和专家权重的方法在多属性决策中得到了广泛应用[1-3]。在对多属性决策问题进行分析时,由于客观事物的复杂性和不确定性,人类思维的模糊性以及非人为所能控制的估计不精或测量误差等原因,此时采用模糊数来表示决策中出现的不确定信息较为贴切。对模糊数排序[4-7]问题的研究已经受到了国内外学者的广泛关注,并取得了丰富的研究成果。梯形模糊数比三角模糊数的隶属函数更加复杂,并且将区间数或三角模糊数作为特例,因此可以更好地反映属性值的不确定性。目前以梯形模糊数来表示决策信息的多属性决策方法的研究引起了人们的重视,并取得了一定的研究成果[8-10]。

目前对于模糊多属性决策问题的研究主要集中在属性权重的确定和模糊决策矩阵的排序问题上。本文在以上研究的基础上,研究一种属性值为梯形模糊数、属性偏好以互补判断矩阵形式给出的不确定模糊多属性决策[11-12]问题。集结专家们给出的关于属性两两比较的结果以形成群的偏好,给出了判断矩阵相似接近度和属性优势度的定义,进而确定专家权重和属性权重。基于加权平均法对规范化的模糊属性值进行集结,根据文献[4]给出的模糊数的排序方法对方案进行排序和择优。

1 模糊多属性决策方法

对带有属性偏好的模糊多属性决策问题基本模型可以描述成:

决策问题的备选方案集为 $A = \{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$,评价方案的属性集为 $C = \{c_1, c_2, \cdots, c_m\}$,梯形模糊数规范化[9]决策矩阵可表示为 $\boldsymbol{F} = (\tilde{f}_{ij})_{n\times m}$,其中梯形模糊数 $\tilde{f}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$ 为方案 A_i 在属性 c_j 下的属性值,属性权重向量为 $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \cdots \quad \omega_m]$,$\sum_{i=1}^{m}\omega_i = 1$。决定属性偏好的专家集为 $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_t\}$,专家的权重向量为 $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_t]$,$\sum_{i=1}^{t}\lambda_i = 1$,专家 e_k 针对属性集 C 给出的偏好信息为互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}_k = (p_{ij}^k)_{m\times m}$。假设 $N = \{1, 2, \cdots, n\}$,$M = \{1, 2, \cdots, m\}$,$T = \{1, 2, \cdots, t\}$,决策的目的是找出最优方案或对方案进行优劣排序。

1.1 权重的确定

基于判断矩阵信息得到属性权重的方法主要分为:1)专家赋权;2)属性赋权。这 2 个步骤均基于专家给出的判断矩阵,认为判断矩阵中蕴含了反映属性权重和专家权重的全部信息。

首先给出关于属性集 C 的互补判断矩阵定义。

定义 1 称矩阵 $\boldsymbol{P}_k = (p_{ij}^k)_{m\times m}$ 为互补判断矩阵,如果对 $\forall i \in M$,$p_{ii}^k = 0.5$ 且对 $\forall i,j \in M$,$p_{ij}^k + p_{ji}^k = 1$,其中 $0 \leqslant p_{ij}^k \leqslant 1$ 表示专家 e_k 认为属性 c_i 对属性 c_j 的相对重要程度,$c_i, c_j \in C$。

由互补判断矩阵的定义知:

1)若 $p_{ij}^k > 0.5$,则专家 e_k 认为属性 c_i 优于属性 c_j,记为 $c_i^k > c_j^k$;

2)若 $0 \leqslant p_{ij}^k < 0.5$,则专家 e_k 认为属性 c_i 劣于属性 c_j,记为 $c_i^k < c_j^k$;

3)若 $p_{ij}^k = 0.5$,则专家 e_k 认为属性 c_i 与属性 c_j 同样重要,记为 $c_i^k = c_j^k$。

在应用判断矩阵进行决策的过程中,要求判断矩阵具有较好的一致性,现给出互补判断矩阵可接受一致性的定义。

定义 2 若在专家 e_k 给出的关于属性集合 C 的比较结果中出现形如 $c_i^k > c_j^k > c_l^k > c_i^k$ 的情形,称这种现象为循环现象,其中 $i, j, l \in M$。若集合 C 的元素间的优劣关系具有传递性且不存在循环现象,称关于 C 的互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}_k$ 具有可接受一致性。

通过定义 1 可以得出每个专家对属性集的排序,根据定义 2 可以判断 $\boldsymbol{P}_k$ 是否具有可接受一致性,如果不具有可接受一致性,应根据一些办法进行相应的调整[13],使其具有一致性。

为了得到属性的优劣排序,给出如下定义。

定义 3 对于专家 e_k $(k \in T)$,$c_i, c_j \in C$,记

$$r_{ij}^k = \begin{cases} 1, & c_i^k > c_j^k \\ 0.5, & c_i^k = c_j^k \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

称 $r_{ij} = \sum_{k=1}^{t} r_{ij}^k$ 为 c_i 优于 c_j 的优先度指数,$R_i = \sum_{j=1}^{m} r_{ij}$ 为 $c_i (i \in M)$ 在 C 中的优先度指数。

为了得到属性的优劣排序,给出如下定义。

定义 4 对 $\forall c_i, c_j \in C$,$e_k \in E$,2 个属性间不同的序关系可定义为

1)$c_i \geqslant c_j$ 当且仅当对 $\forall k \in T$,有 $c_i^k \geqslant c_j^k$ 且存在 $k_0 \in T$ 满足 $c_i^{k_0} > c_j^{k_0}$;

2) $c_i > c_j$ 当且仅当对 $\forall k \in T$ 都有 $c_i^k > c_j^k$。

定义 5　设 c_p 为 C 中的一个属性,则有:

1)如果存在 $c_i \in C$, 使得 $c_p \leqslant c_i$ 成立,则称 c_p 为 C 中的劣属性;

2)如果不存在 $c_i \in C$, 使得 $c_p \leqslant c_i$ 成立,则称 c_p 为 C 中的非劣属性;

3)如果对 $\forall c_i \in C$, 都有 $c_i \leqslant c_p$, 则称 c_p 为 C 中的优属性;

4)如果对 $\forall c_i \in C\ (i \neq p)$, 都有 $c_i < c_p$, 则称 c_p 为 C 中的最优属性。

从上述的定义可以得到:

引理 1:

1)如果 c_p 为 C 中的优属性,则有 $R_p = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant m} R_j$;

2)设 $c_p, c_q \in C$, 如果 $c_q \leqslant c_p$, 则有① $r_{qq} < r_{pq}$; ② $R_q < R_p$;

3)令 c_p 为 C 中的一个属性,如果 $R_p = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant m} R_j$, 则 c_p 为 C 中的一个非劣属性。

定理 1　设 $c_p, c_q \in C$, 如果 $R_q = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant m, j \neq p} R_j$, 则 c_q 为 $C' = C \backslash \{c_p\}$ 中的非劣属性。

证明　假设 c_q 不是 C' 中的非劣属性,则存在 $c_k \in C'$, 使得 $c_q \leqslant c_k$。因此由引理 1 中 2)知 $R_q < R_k$, 这与 $R_q = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant m, j \neq p} R_j$ 矛盾,定理 1 得证。

定理 2　设 $c_p, c_h, c_q \in C$, $R_p = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant m} R_j$, 这里 R_j 是 c_j 的优先度指数。如果 $|R_h - R_q| > t - 1$, 则 c_h 和 c_q 的序关系在 $C' = C \backslash c_p$ 中是不变的。

证明　因为 $R_p = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant m} R_j$,由引理 1 中 3)知 c_p 为 C 中的一个非劣属性。

现证明对 $\forall j \in M$, 均有 $r_{jp} \leqslant t - 1$。假设不成立,则存在 $c_{j_0} \in C$, 使得 $r_{j_0 p} = t$ 或者 $r_{j_0 p} = t - 1/2$。因此对 $\forall k \in T$, 都有 $r_{j_0 p}^k \geqslant \dfrac{1}{2}$ 且存在 $k_0 \in T$, 使得 $r_{j_0 p}^{k_0} = 1$。从而对 $\forall k \in T$, 都有 $c_p^k \leqslant c_{j_0}^k$ 且存在 $k_0 \in T$, 使得 $c_p^{k_0} < c_{j_0}^{k_0}$ 成立。故由定义 4,有 $c_p \leqslant c_{j_0}$。再由引理 1 中的 2)有 $R_p < R_{j_0}$ 与 $R_p = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant m} R_j$ 矛盾。

又由于 $r_{jp} \geqslant 0$, 对 C 中任意的属性 c_h 和 c_q, 有

$$1 - t \leqslant r_{hp} - r_{qp} \leqslant t - 1$$

相应地,

$$R'_h - R'_q = (R_h - r_{hp}) - (R_q - r_{qp}) = (R_h - R_q) + (r_{qp} - r_{hp})$$

式中:R'_h 和 R'_q 分别是 c_h 和 c_q 在 $C' = C \backslash \{c_p\}$ 中的优先度指数。

由于 $|R_h - R_q| > t - 1$, 有:当 $R_h > R_q$ 时, $R'_h > R'_q$; 当 $R_h < R_q$ 时, $R'_h < R'_q$。

以上 2 个定理表明在属性的优劣排序中,找到了 C 中最优的属性后,下一个最优属性是剩余属性中的最优属性。定理 1 表明如果 $c_i\ (i \in M)$ 在 C 中的优先度指数最大,它就是最优属性。

专家们形成的群体决策应尽量接近于每一个专家的偏好效用或意见,给专家赋权时,由不同的专家给出的判断矩阵越接近,表明专家的意见越一致。因此可以采用互补判断矩阵间的相似性度量来决定专家的权重。

定义 6　设 P_u 和 P_v 为专家 e_u 和 e_v 给出的关于属性偏好的互补判断矩阵,其中 $e_u, e_v \in E$, 定义 2 个互补判断矩阵的相似接近度为

$$s(P_u, P_v) = \frac{\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{m} (p_{ij}^u + p_{ij}^v) - \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{m} |p_{ij}^u - p_{ij}^v|}{\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{m} (p_{ij}^u + p_{ij}^v) + \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{m} |p_{ij}^u - p_{ij}^v|} \tag{1}$$

从而可以构造相似性矩阵 $\boldsymbol{S}$ 为

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 1 & s_{12} & \cdots & s_{1t} \\ s_{21} & 1 & \cdots & s_{2t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_{t1} & s_{t2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

式中:$s_{uv} = s(P_u, P_v)$, 如果 $u = v$, 则有 $s_{uv} = 1$。专家 e_u 的平均相似接近度为

$$A(e_u) = \frac{1}{t-1} \sum_t s_{uv} \tag{2}$$

通过 $A(e_u)$ 来确定专家 e_u 的权重为

$$\lambda_u = \frac{A(e_u)}{\sum_{u=1}^{t} A(e_u)} \tag{3}$$

设 $\boldsymbol{P}_k = (p_{ij}^k)_{m \times m}\ (k \in T)$ 为专家 e_k 给出的关于属性集 C 的互补判断矩阵,根据定义 1 可以得出专家 e_k 给出的属性的优劣顺序。由定义 2 判断 $\boldsymbol{P}_k$ 是否具有可接受一致性,如果 $\boldsymbol{P}_k$ 不具有可接受一致性,必须进行相应的调整,否则无法判断属性的优劣。如果 $\boldsymbol{P}_k$ 具有可接受一致性,当考虑到专家的权重时,可将属性 c_i 优于 c_j 的优先度指数定义为

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^{t} \lambda_k r_{ij}^k$$

从而得出属性 c_i 在 C 中的优先度指数 R_i, 即

$$R_i = \sum_{j=1}^{m} r_{ij} = \sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{m} \lambda_k r_{ij} \tag{4}$$

通过属性 c_i 在 C 中的优先度指数 R_i 来判定属性的权重,其中

$$\omega_i = R_i / (\sum_{i=1}^{m} R_i), i \in M \tag{5}$$

综上,专家权重和属性权重的计算过程如图 1。

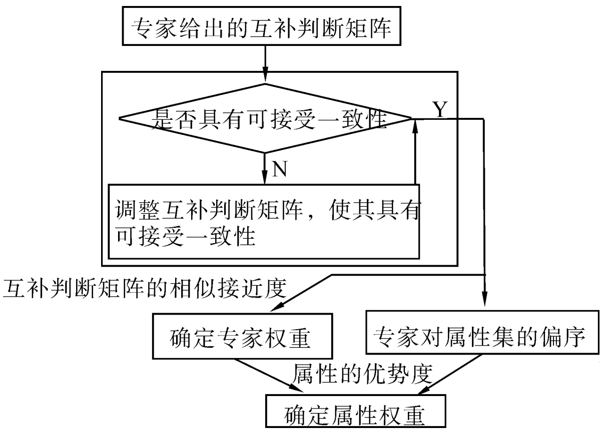


图 1 属性权重的确定

Fig.1 The step of determining the attribute weights

1.2 方案的排序或择优

梯形模糊数通常用 4 个参数来表示一个区间数[14],例如 $\tilde{P} = (a, b, c, d)$, 且 $a \leqslant b \leqslant c \leqslant d$, 其中 a 和 d 分别表示区间数取值的上限和下限, (b, c) 表示区间数在此范围内可能性最大。

当用区间模糊数表示一个模糊量时,为了覆盖整个取值范围,区间可能会取得过大并且认为在整个区间内,取值是均等的,结果容易产生较大的偏差。用梯形模糊数进行决策时,不仅保留了参数的取值区间,而且还能突出取值可能性最大的范围,可以弥补区间数的不足。

下面给出梯形模糊数的定义如下:

定义 7[4] 一个模糊数 $\tilde{P} = (a, b, c, d; \omega)$ 被称为梯形模糊数,如果其隶属函数为

$$\mu_{\tilde{p}}(t) = \begin{cases} \dfrac{\omega(t-a)}{b-a}, a \leqslant t \leqslant b \\ \omega, b \leqslant t \leqslant c \\ \dfrac{\omega(t-d)}{c-d}, c \leqslant t \leqslant d \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

式中: $-\infty < a \leqslant b \leqslant c \leqslant d < +\infty$, $0 \leqslant \omega \leqslant 1$ 是一个常数,如果 $\omega = 1$, 则 $\tilde{P} = (a, b, c, d; 1)$ 是一个正规梯形模糊数,也可记为 $\tilde{P} = (a, b, c, d)$ 。

文献[4]将梯形模糊数 $\tilde{P}$ 分成 3 个平面图形,分别为三角形 ABP, 矩形 $BPQC$ 和三角形 QCD, 如图 2 所示。记这 3 个图形的中心点分别为 G_1、G_2 和 G_3, 该文证明了这三点不在一条直线上,从而构成了三角形。

定义 8[4] 设 $\tilde{P} = (a, b, c, d; \omega)$ 是 R 上的一个梯形模糊数,三角形 $G_1G_2G_3$ 的外接圆的圆心坐标为

$$(\bar{x}_0, \bar{y}_0) = (\frac{a + 2b + 2c + d}{6}, \frac{(2a + b - 3c)(2d + c - 3b) + 5\omega^2}{12\omega}) \tag{6}$$

圆心 $A_{\tilde{P}}$ 与坐标原点之间所形成的矩形面积为

$$g_{\tilde{p}} = (\bar{x}_0)_{\tilde{P}} (\bar{y}_0)_{\tilde{P}} \tag{7}$$

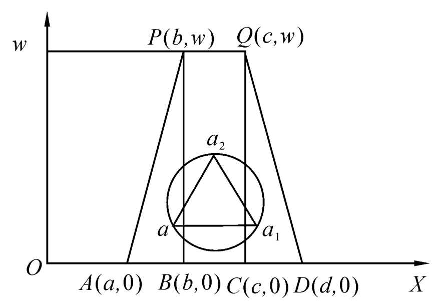


图 2 梯形模糊数

Fig.2 Trapezoidal fuzzy number

文献[4]根据梯形模糊数 $\tilde{P}$ 通过式(6)和式(7)得出的 $g_{\tilde{P}}$ 的值来比较模糊数的大小, $g_{\tilde{P}}$ 越大,则相应的梯形模糊数 $\tilde{P}$ 越大,并证明了其合理性。因此可以用这种模糊数排序的方法来对方案进行排序或择优。

基于简单加权平均法则对规范化的决策矩阵 $\boldsymbol{F} = (\tilde{f}_{ij})_{n\times m}$ 及权重向量 $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \cdots \quad \omega_m]$ 进行集结,得到各方案的模糊综合评估值为

$$\tilde{\boldsymbol{F}}_i = (a_i, b_i, c_i, d_i) = \sum_{j=1}^{m} \tilde{f}_{ij}\omega_j =$$

$$(\sum_{j=1}^{m} a_{ij}\omega_j, \sum_{j=1}^{m} b_{ij}\omega_j, \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\omega_j, \sum_{j=1}^{m} d_{ij}\omega_j), i \in N$$

设将 $\tilde{F}_i$ 分成如图 2 的 3 部分后得到的外接圆心 $O_i = (f_i^x, f_i^y)$ 与原点之间形成的矩形面积为 $S_i = f_i^x f_i^y$, 则 S_i 越大,方案 A_i 越优。

2 应用案例

在投资决策过程中,对投资方案进行经济评价

是非常重要的环节,尤其是对长期投资的评价更显重要,因为长期投资数额大、回收期长,如果决策失误,投资者将承担巨大的损失。由于运用传统的财务指标进行投资价值评估具有单一性、滞后性、预算松弛和数据操纵等局限性,因此有必要引入非财务指标评估体系。20世纪90年代初,卡普兰和诺顿创造出平衡计分卡。他们认为,在知识作为第一生产力要素的信息社会中,影响企业经营成败的关键因素有财务、客户、内部流程和学习与成长方面[15]。对服务行业的战略投资是一个多风险、多目标的决策问题,该问题信息量少、不充分,具有模糊性。此外,服务性行业个体性较强,很难搜集到有效的数据记录,而本文给出的模糊多属性决策方法对样本的要求量较低,在分析和处理相关数据方面有其特有的优势,将其引入平衡计分卡将为服务行业投资的价值评价提供更为可靠的依据。

现有某风险投资公司决定选择一个服务性行业进行投资,选取了5个上市公司,记为A_1、A_2、A_3、A_4和A_5。利用平衡计分卡的4个因素作为投资产业的评价属性,分别记为c_1财务,c_2客户,c_3内部流程和c_4学习与成长。采用专家调查法,根据专家经验并对所得数据进行统计整理,得专家e_1、e_2、e_3和e_4给出的关于属性偏好的互补判断矩阵分别为$\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{P}_2$、$\boldsymbol{P}_3$和$\boldsymbol{P}_4$。

$$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix}0.5&0.2&0.6&0.4\\0.8&0.5&0.9&0.7\\0.4&0.1&0.5&0.3\\0.6&0.3&0.7&0.5\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix}0.5&0.63&0.72&0.77\\0.37&0.5&0.6&0.67\\0.28&0.4&0.5&0.58\\0.23&0.33&0.42&0.5\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_3=\begin{bmatrix}0.5&0.4&0.51&0.7\\0.6&0.5&0.62&0.89\\0.49&0.38&0.5&0.64\\0.3&0.11&0.36&0.5\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_4=\begin{bmatrix}0.5&0.6&0.5&0.35\\0.4&0.5&0.45&0.2\\0.5&0.55&0.5&0.3\\0.65&0.8&0.7&0.5\end{bmatrix}$$

由于评估指标具有不同的量纲和类型,指标间具有不可共度性,因此在评估前要将属性值进行规范化,本文采用文献[9]的规范化方法将属性值规范化到无量纲区间[0,1]。根据专家意见和统计数据等确定每个企业规范化后的评价信息为梯形模糊决策矩阵$\boldsymbol{F}$。试确定最佳投资企业。

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}(0.214,0.251,0.264,0.268)&(0.185,0.189,0.189,0.210)&(0.851,0.860,0.874,0.912)&(0.543,0.552,0.581,0.640)\\(0.161,0.165,0.170,0.172)&(0.161,0.172,0.180,0.185)&(0.916,0.943,0.952,0.960)&(0.714,0.765,0.810,0.850)\\(0.180,0.185,0.185,0.190)&(0.174,0.283,0.300,0.325)&(0.731,0.752,0.764,0.770)&(0.851,0.860,0.874,0.912)\\(0.170,0.182,0.185,0.190)&(0.214,0.251,0.264,0.268)&(0.843,0.852,0.891,0.921)&(0.916,0.943,0.952,0.960)\\(0.265,0.274,0.290,0.298)&(0.180,0.185,0.185,0.190)&(0.714,0.765,0.810,0.850)&(0.843,0.852,0.891,0.921)\end{bmatrix}$$

专家给出的对各项指标的评价都是模糊的,通过对属性重要性的比较给出了互补判断矩阵,专家很难直接得到决策结果。

下面利用MATLAB软件并根据本文给出的决策方法,具体决策步骤如下:

1)首先由定义1,得

专家e_1给出的属性的优劣顺序为$c_4^1>c_2^1>c_1^1>c_3^1$;专家e_2给出的属性的优劣顺序为$c_1^2>c_2^2>c_3^2>c_4^2$;专家e_3给出的属性的优劣顺序为$c_2^3>c_1^3>c_3^3>c_4^3$;专家e_4给出的属性的优劣顺序为$c_4^4>c_1^4\sim c_3^4>c_2^4$。显然,在每个专家对属性的比较结果中没有出现循环现象且具有传递性,则由定义2可判断$\boldsymbol{P}_j\ (j=1,2,\cdots,4)$均具有可接受一致性。

2)根据式(1)~(3)计算出决定属性偏好的专家的权重为

$$\lambda_1=0.184,\ \lambda_2=0.416,\ \lambda_3=0.228,\ \lambda_4=0.172$$

3)由定义3得出属性c_i的优先度指数矩阵$\boldsymbol{U}_i=(r_{ij}^k)_{4\times4}\ (k=1,2,\cdots,4)$分别为

$$\boldsymbol{U}_1=\begin{array}{c}\\c_1\\c_2\\c_3\\c_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}e_1&e_2&e_3&e_4\end{array}\\\begin{bmatrix}0.5&0.5&0.5&0.5\\0&1&0&1\\1&1&1&0.5\\0&1&1&0\end{bmatrix}\end{array}$$

$$\boldsymbol{U}_2 = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\boldsymbol{U}_3 = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\boldsymbol{U}_4 = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \end{array}$$

4)由式(4)计算每个属性 c_i 在 C 中的优先度指数分别为 $R_1 = 2.415\,5$, $R_2 = 2.564$, $R_3 = 1.371\,5$, $R_4 = 1.649$ 进而由式(5)计算属性的权重为 $\omega_1 = 0.302$, $\omega_2 = 0.321$, $\omega_3 = 0.171$, $\omega_4 = 0.206$。 可见客户的权重最大,其次是财务指标的权重,这与服务性行业的服务性有很大的联系,因此顾客的满意度对投资能否实起到了关键的作用。

5)由式(8)集结权重向量 $\boldsymbol{\omega}$ 和模糊决策矩阵 $\boldsymbol{F}$, 得到如图 3 所示的关于每个备选方案 $A_i, i = 1, 2, \cdots, 5$ 的模糊评价值为

$$F_1 = (0.381, 0.397, 0.410, 0.436)$$
$$F_2 = (0.404, 0.424, 0.439, 0.451)$$
$$F_3 = (0.411, 0.452, 0.463, 0.481)$$
$$F_4 = (0.453, 0.475, 0.489, 0.499)$$
$$F_5 = (0.434, 0.448, 0.469, 0.486)$$

6)模糊综合评估值 $F_i, (i = 1, 2, \cdots, 5)$ 按照如图 2 所示的方法分块后得到的外接圆的圆心坐标分别为

$$O_1 = (0.405, 0.416)$$
$$O_2 = (0.430, 0.416)$$
$$O_3 = (0.454, 0.416)$$
$$O_4 = (0.480, 0.416)$$
$$O_5 = (0.459, 0.416)$$

进而又因式(9)得出这些点与坐标原点之间形成的矩形面积即方案的综合评价值分别为 $S_1 = 0.168$, $S_2 = 0.179$, $S_3 = 0.189$, $S_4 = 0.200$, $S_4 = 0.190$。

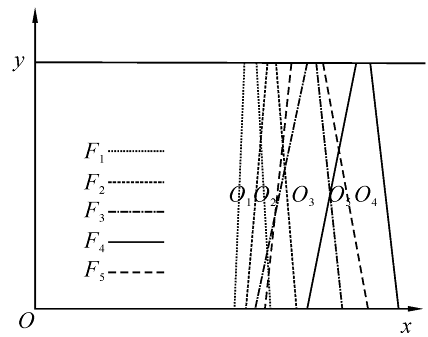


图 3 梯形模糊数

Fig.3 Trapezoidal fuzzy numbers and their circumcenters of centroids

综上,得出方案的优劣顺序为

$$A_4 > A_5 > A_3 > A_2 > A_1$$

从而得出最佳投资公司为 A_4, 其次为 A_5。

3 结束语

本文基于判断矩阵信息获得属性权重,并且给出了一种方案排序或择优的方法,从而丰富和发展了模糊多属性决策方法。采用正的梯形模糊数表达专家的评估意见并且给出了互补判断矩阵相似度和属性优势度的定义更能反映专家偏好的模糊性,使模型更加符合实际情况,计算简便,避免了规划求解的繁琐过程。该方法可以弥补平衡计分卡的不足,有助于企业对投资评价做出更为科学准确的判断,便于管理人员在实践中应用。

参考文献:

[1]张荣,刘思峰. 一种基于判断矩阵信息的多属性群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(2): 373-375.
ZHANG Rong, LIU Sifeng. Multi-attribute decision making method based on the information of judgment matrixes[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(2): 373-375.

[2]陈晓红,刘益凡. 基于区间数群决策矩阵的专家权重确定方法及其算法实现[J].系统工程与电子技术, 2010, 329(10): 2128-2131.
CHEN Xiaohong, LIU Yifan. Expert weights determination

method and realization algorithm based on interval numbers group decision matrices[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 329 (10): 2128-2131.

[3]宋光兴,邹平.多属性群决策中专家的权重确定方法[J]. 系统工程, 2001, 19(4): 84-89.
SONG Guangxing, ZOU Ping. The method of determining the weight of the decision-maker in multi-attribute group decision making[J]. Systems Engineering, 2001, 19(4): 84-89.

[4]RAO P B , SHANKAR N R. Ranking fuzzy numbers with an area method using circumcenter of centroids[J]. Fuzzy Information and Engineering, 2013, 1: 3-18.

[5]ABBASBANDY S. A new approach for ranking of trapezoidal fuzzy numbers[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2009, 57 (3): 413-419.

[6]CHU T C, TASAO C T. Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and original point[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2002, 43: 111-117.

[7]YU V F, CHI H T X , DAT L Q, et al. Ranking generalized fuzzy numbers in fuzzy decision making based on the left and right transfer coefficients and areas[J]. Applied Mathematics Modeling, 2013, 37: 8106-8117.

[8]魏存平,邱菀华,王新哲.一种新的模糊群体决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2001(7): 81-86.
WEI Cunping, QIU Wanhua, WANG Xinzhe. A new approach of group decision making under fuzzy preference[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2001(7): 81-86.

[9]吕智颖,黄天民,靳凤霞. 模糊多属性格序决策的冗余指标的消除策略[J]. 数学的实践与认识, 2013, 43(10): 173- 181.
LV Zhiying, HUANG Tianmin, JIN Fengxia. Fuzzy multiple attribute lattice decision making method based on the elimination of redundant similarity index[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2013, 43(10): 173-181.

[10]XIAO Z, XIA S, GONG K, et al. The trapezoidal fuzzy soft set and its application in MCDM[J]. Appl Math Modell, 2012, 36: 5844-5855.

[11]冯珊,郭四海. 采办协同工程中的不确定多属性决策技术[J]. 智能系统学报, 2010, 5(4): 283-291.
FENG Shan, GUO Sihai. Uncertain multiple attribute decision making techniques in a cooperative engineering environment[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2010, 5(4): 283-291.

[12]赵克勤.基于集对分析的不确定多属性决策模型与算法[J]. 智能系统学报, 2010, 5(1): 41-50.
ZHAO Keqin. Decision making algorithm based on set pair analysis for use when facing multiple uncertain attributes[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2010, 5(1): 41-50.

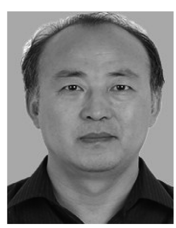
[13]樊治平,姜艳萍. 互补判断矩阵一致性改进方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2003, 24(1): 98-101.
FAN Zhiping, JIANG Yanping. Improving method for the consistency of reciprocal judgement matrix[J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2003, 24(1): 98-101.

[14]朱方霞,陈华友. 区间多属性决策问题研究综述[J]. 模糊系统与数学, 2013, 27(3): 149-159.
ZHU Fangxia, CHEN Huayou. An review on the interval multi-attribute decision making problem[J]. Fuzz Systems and Mathematics, 2013, 27(3): 149-159.

[15]罗伯特·卡普兰,大卫·诺顿.平衡计分卡—化战略为行动[M]. 广州:广东经济出版社, 2005: 49-59.

作者简介:

吕智颖,女,1979 年生,讲师,博士研究生,主要研究方向为智能系统决策、模糊决策,发表学术论文 10 余篇。



黄天民,男,1958 年生,教授,博士生导师,主要研究方向为智能系统优化与控制、智能信息处理及其在电气系统中的应用。发表学术论文 50 余篇,出版著作 1 部。

梁学章,男,1939 年生,教授,博士生导师,主要研究方向为数值逼近。发表学术论文 147 篇 ,其中被 SCI 收录 18 篇, 被 EI 收录 32 篇, 被 ISTP 收录 27 篇,出版专著 5 部。