DOI:10.3969/j.issn.1673-4785.201307007

区间直觉模糊粗糙集的不确定性研究

刘洪伟,王艳平
(辽宁工业大学 理学院,辽宁 锦州 121001)

摘 要:对区间直觉模糊信息系统中近似集的不确定性进行了研究,给出了区间直觉模糊粗糙集的不确定性度量公式。首先在区间直觉模糊近似空间中,定义了一对具有对称性的新的区间直觉模糊上、下近似算子;其次给出了区间直觉模糊集粗糙隶属函数的定义并讨论了相关性质;最后利用区间直觉模糊粗糙隶属函数的区间直觉模糊熵,定义了区间直觉模糊粗糙集的模糊熵,并讨论了区间直觉模糊粗糙集的模糊熵为零的充要条件,证明了在区间直觉模糊近似空间中经典集合和它的余集的粗糙度量是相等的,以此说明定义的合理性。

关键词:粗糙集;模糊集;区间直觉模糊集;区间直觉模糊信息系统;区间直觉模糊关系;近似算子;区间直觉模糊熵;粗糙隶属函数

中图分类号: TP301,O236 **文献标志码**:A **文章编号**:1673-4785(2014)05-0613-05

中文引用格式:刘洪伟,王艳平. 区间直觉模糊粗糙集的不确定性研究[J]. 智能系统学报, 2014, 9(5): 613-617.

英文引用格式:**LIU Hongwei, WANG Yanping. Research on uncertainty of interval-valued intuitionistic fuzzy rough sets[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems**, 2014, 9(5): 613-617.

Research on uncertainty of interval-valued intuitionistic fuzzy rough sets

LIU Hongwei, WANG Yanping
(School of Science, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China)

Abstract: The uncertainty of an approximate set in interval-value intuitionistic fuzzy information system is researched in this paper and the uncertainty measurement formula of interval-value intuitionistic fuzzy rough sets are given. Firstly, a pair of new interval-value intuitionistic fuzzy upper and lower approximation operators with symmetry is defined in the interval-value intuitionistic fuzzy approximation space. Secondly, the corresponding definition of rough membership functions on interval-value intuitionistic fuzzy is given and properties are discussed. Finally, the fuzzy entropy of interval-value intuitionistic fuzzy rough set is defined by interval-value intuitionistic fuzzy entropy of the interval-value intuitionistic fuzzy rough membership functions. The necessary and sufficient conditions when the fuzzy entropy on interval intuitice fuzzy rough set is zero are discussed. In addition, the rough measurement values of classic set and residual set are equal in the interval-value intuitionistic fuzzy approximate space, thereby proving the rationality of the definition.

Keywords: rough sets; fuzzy sets; interval-valued intuitionistic fuzzy sets; interval-value intuitionistic fuzzy information system; interval-valued intuitionistic fuzzy relations; approximation operators; interval-valued intuitionistic fuzzy entropy; rough membership function

粗糙集理论[1]是由波兰数学家 Pawlak 于 1982 年提出的,它是经典集合论的一种推广。这一理论受到数学、计算机与人工智能等方面的研究者的广泛关注。模糊集理论[2]是由 Zadeh 于 1965 年建立的,它已成功应用于国民经济的几乎全部领域,之后

收稿日期:2013-07-05.
基金项目:辽宁省教育厅基金资助项目(L2012226).
通信作者:王艳平. E-mail:weiyanping65@yahoo.com.cn.

又被推广到多种广义形式,如直觉模糊集[3]和区间直觉模糊集[4]等。粗糙集和模糊集在处理不确定性和不精确性问题方面都推广了经典集合论,它们都可以用来描述知识的不确定性和不完全性,研究这两种理论之间的关系与融合在理论及应用方面都有重要意义。因此许多学者对此进行了拓展研究,提出了各种广义的粗糙模糊集或模糊粗糙集[5,6],直觉模糊粗糙集和区间直觉模糊(IVIF)粗糙集[7-9]就是其中之一。

1948 年,美国工程师 Shannon 给出了信息度量的数学公式,为研究各种系统不确定性提供了深刻的数学理论与方法。利用 Shannon 给出的熵公式,Zadeh 定义了模糊集合的模糊熵。后来,许多学者提出了多种形式的广义模糊熵度量[10-15]。然而,由于 Shannon 熵不是一种模糊熵,因此不适合用来度量模糊事件的模糊性。为此,Liang 等[16]在 Pawlak 粗糙集模型中提出了一种新的度量,比较客观地描述了粗糙集中的不确定性问题。

但对区间直觉模糊粗糙集的不确定性度量,目前研究的相对较少,所以本文试图对区间直觉模糊粗糙集的不确定性度量问题进行研究。文献[9]在区间直觉模糊近似空间中,定义了一对区间直觉模糊上、下近似算子,并讨论了算子的一些性质。但由于那里定义的上、下近似算子不具有对称性,因而难以给出其不确定性度量。为此,首先定义新的具有对称性的区间直觉模糊粗糙集模型和区间直觉模糊粗糙集的粗糙隶属函数,然后再利用现有的区间直觉模糊熵公式,给出区间直觉模糊粗糙集的不确定性度量。

1 区间直觉模糊粗糙集的基本理论

定义 1[4] (IVIF 集)设 U 是一个非空经典集合,称 U 上形如 $A=\{\langle x,\mu_A(x),\upsilon_A(x)\rangle \mid x\in U\}$ 的三元组为 U 上的一个 IVIF 集。

为方便,将 IVIF 集记为:$A=\{\langle x,[\mu_{AL}(x),\mu_{AU}(x)],[\upsilon_{AL}(x),\upsilon_{AU}(x)]\rangle x\in U\}$.

U 上所有 IVIF 集构成的集合为 IVIF (U).

定义 2 [18] 设 $a_i\in[0,1],i\in J,J=\{1,2,\dots,m\}$,定义

$[a_1,b_1]=[a_2,b_2]$ iff $a_1=a_2,b_1=b_2$;

$[a_1,b_1]\leqslant[a_2,b_2]$ iff $a_1\leqslant a_2,b_1\leqslant b_2$;

$[a_1,b_1]\langle[a_2,b_2]$ iff $[a_1,b_1]\leqslant[a_2,b_2]$ 且 $[a_1,b_1]\neq[a_2,b_2]$.

定义 3 [18] 设 U 是一个非空经典集合,$A,B\in$ IVIF (U),$\forall x\in U$ 规定序及运算如下:

1) $A\subseteq B$ iff $\mu_A(x)\leqslant\mu_B(x)$ 且 $\nu_A(x)\geqslant\nu_B(x)$;

2) $A=B$ iff $\mu_A(x)=\mu_B(x)$ 且 $\nu_A(x)=\nu_B(x)$;

3) $\sim A=\{\langle x,\nu_A(x),\mu_A(x)>\mid x\in U\}$.

本文均假定 U 是非空有限论域,且 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$.

定义 4 [19] (IVIF 关系)设 U 和 W 是非空有限论域。定义在直积空间 $U\times W$ 上的 IVIF 子集为从 U 到 W 之间的二元 IVIF 关系。记为

$$R=\{\langle(x,y),\mu_R(x,y),\upsilon_R(x,y)\rangle x\in U,y\in W\}$$

定义 5 设 (U,R) 是 IVIF 近似空间,即 R 是 U 上的任一 IVIF 关系。$\forall A\in IVIF(U)$,则 A 在近似空间 (U,R) 的下近似 $\underline{R}(A)$、上近似 $\bar{R}(A)$ 是一对 IVIF 集:

$$\underline{R}(A)=\{\langle x,\inf[\mu_A(y)\vee\nu_R(x,y)],\ \sup[\nu_A(y)\wedge\mu_R(x,y)]\rangle y\in U\}$$

$$\bar{R}(A)=\{\langle x,\sup[\mu_A(y)\wedge\mu_R(x,y)],\ \inf[\nu_A(y)\vee\nu_R(x,y)]\rangle y\in U\} \tag{1}$$

序对 $(\underline{R}(A),\bar{R}(A))$ 称为 IVIF 粗糙集。

根据定义 5 可以直接验证近似算子(1)具有下述性质。

定理 1 设 (U,R) 是 IVIF 近似空间,对任意的 $A,B\in IVIF(U)$,有

1) $\underline{R}(A)=\sim\bar{R}(\sim A)$, $\bar{R}(A)=\sim\underline{R}(\sim A)$;

2) $\underline{R}(A\cap B)=\underline{R}(A)\cap\underline{R}(B)$;

3) $\bar{R}(A\cup B)=\bar{R}(A)\cup\bar{R}(B)$;

4) $A\subseteq B\Rightarrow\underline{R}(A)\subseteq\underline{R}(B)$;

5) $A\subseteq B\Rightarrow\bar{R}(A)\subseteq\bar{R}(B)$;

6) $\underline{R}(A\cup B)\supseteq\underline{R}(A)\cup\underline{R}(B)$;

7) $\bar{R}(A\cap B)\subseteq\bar{R}(A)\cap\bar{R}(B)$。

2 区间直觉模糊集的粗糙隶属函数

定义 6 设 (U,R) 是 IVIF 近似空间,对 $\forall A\in$ IVIF (U),$x\in U$,x 关于 A 的粗糙隶属函数 $R(A)$:IVIF $(U)\to F(U)$ 定义为

$$R(A)(x)=\{\langle x,[\mu_{R(A)L}(x,y),\mu_{R(A)U}(x,y)],\ [\upsilon_{R(A)L}(x,y),\upsilon_{R(A)U}(x,y)]\rangle x\in U\}$$

式中:

$$\mu_{R(A)L}(x)=\frac{\sum_{y\in U}\mu_{AL}(y)\wedge\mu_{RL}(x,y)}{\sum_{y\in U}\mu_{RL}(x,y)}$$

$$\mu_{R(A)U}(x)=\frac{\sum_{y\in U}\mu_{AU}(y)\wedge\mu_{RU}(x,y)}{\sum_{y\in U}\mu_{RU}(x,y)}$$

$$v_{R(A)L}(x)=\frac{\sum_{y\in U}v_{AL}(y)\wedge(1-v_{RL}(x,y))}{\sum_{y\in U}(1-v_{RL}(x,y))}$$

$$v_{R(A)U}(x)=\frac{\sum_{y\in U}v_{AU}(y)\wedge(1-v_{RU}(x,y))}{\sum_{y\in U}(1-v_{RU}(x,y))}\quad(2)$$

定理 2　设 (U,R) 是 IVIF 近似空间,粗糙隶属函数具有性质:

1) $\forall A,B\in$ IVIF (U),若 $A\subseteq B$,则

$$R(A)\subseteq R(B)$$

2)若 $A\in P(U)$,则 $R(\sim A)=\sim R(A)$。

证明　1) $\forall A,B\in$ IVIF (U),若 $A\subseteq B$,即对 $\forall x\in U$ 有

$$\mu_{AL}(x)\leqslant\mu_{BL}(x)$$
$$\mu_{AU}(x)\leqslant\mu_{BU}(x)$$
$$v_{AL}(x)\geqslant v_{BL}(x),v_{AU}(x)\geqslant v_{BU}(x)$$

则显然有 $R(A)(x)\leqslant R(B)(x)$,因此 $R(A)\subseteq R(B)$。

2)若 $A\in P(U)$,则 $\forall x\in U$,当 $\forall x\in A$ 时,$\mu_A(x)=[1,1],v_A(x)=[0,0]$。由式(2)可得

$$R(A)(x)=\{\langle x,[1,1],[0,0]\rangle\mid x\in A\}$$
$$\sim R(A)(x)=\{\langle x,[0,0],[1,1]\rangle\mid x\in A\}$$

又因 $\sim A=([0,0],[1,1])$ 故 $R(\sim A)(x)=\{\langle x,[0,0],[1,1]\rangle\mid x\in A\}$ 可得 $R(\sim A)=\sim R(A)$。

当 $\forall x\notin A$ 时,有 $\mu_A(x)=[0,0],v_A(x)=[1,1]$. 由式(2)可以得到:

$$R(A)(x)=\{\langle x,[0,0],[1,1]\rangle\mid x\notin A\}$$

此时 $\sim R(A)(x)=\{\langle x,[1,1],[0,0]\rangle\mid x\notin A\}$,又因 $\sim A=([1,1],[0,0])$,故 $R(\sim A)(x)=\{\langle x,[1,1],[0,0]\rangle\mid x\notin A\}$,可得 $R(\sim A)=\sim R(A)$.因此,$R(\sim A)=\sim R(A)$。

3　区间直觉模糊熵

定义 7[10]　称映射 E: IVIF $(U)\to[0,1]$ 为区间直觉模糊集的一个区间直觉模糊熵。对 $\forall A\in$ IVIF (U),如果 E 满足如下条件:

条件 1　$E(A)=0$,当且仅当 A 为分明集;

条件 2　$E(A)=1$,当且仅当

$$[\mu_{AL}(x),\mu_{AU}(x)]=[v_{AL}(x),v_{AU}(x)]$$

条件 3　对 $\forall A\in$ IVIF (U),$E(A)=E(\sim A)$;

条件 4　对于任意 $A,B\in$ IVIF (U),$\forall x\in U$,当 $\mu_{BL}(x)\leqslant v_{BL}(x)$,$\mu_{BU}(x)\leqslant v_{BU}(x)$ 时,有 $A\subseteq B$;或者 $\mu_{BL}(x)\geqslant v_{BL}(x)$,$\mu_{BU}(x)\geqslant v_{BU}(x)$ 时,有 $B\subseteq A$,则 $E(A)\leqslant E(B)$.

定理 3[20]　对 $\forall A\in$ IVIF (U),定义

$$E(A)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[2-|\mu_{AL}(x_i)-v_{AL}(x_i)|-|\mu_{AU}(x_i)-v_{AU}(x_i)|+\pi_{AL}(x_i)+\pi_{AU}(x_i)/2+|\mu_{AL}(x_i)-v_{AL}(x_i)|+|\mu_{AU}(x_i)-v_{AU}(x_i)|+\pi_{AL}(x_i)+\pi_{AU}(x_i)]\quad(3)$$

则 $E(A)$ 为 A 的区间直觉模糊熵。

4　区间直觉模糊粗糙集不确定性度量

定义 8　设 (U,R) 是 IVIF 近似空间, $A\in$ IVIF (U),则 IVIF 粗糙集 $(\underline{R}(A),\bar{R}(A))$ 的模糊性度量 IVIF$R(A)$ 定义为粗糙隶属函数的区间直觉模糊熵:

$$\mathrm{IVIF}R(A)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[2-|\mu_{R(A)L}(x_i)-v_{R(A)L}(x_i)|-|\mu_{R(A)U}(x_i)-v_{R(A)U}(x_i)|+\pi_{R(A)L}(x_i)+\pi_{R(A)U}(x_i)/2+|\mu_{R(A)L}(x_i)-v_{R(A)L}(x_i)|+|\mu_{R(A)U}(x_i)-v_{R(A)U}(x_i)|+\pi_{R(A)L}(x_i)+\pi_{R(A)U}(x_i)]\quad(4)$$

定理 4　设 U 是非空有限论域,R 是 U 上自反区间直觉模糊关系,即对 $\forall x\in U$,有 $\mu_R(x,x)=[1,1],v_R(x,x)=[0,0]$,$A\in$ IVIF (U),则 IVIF$R(A)=0$ 当且仅当 A 是经典集合且是可定义的。

证明　($\Leftarrow$) 设 A 是经典集合且是可定义的,则 $\underline{R}(A)=A=\bar{R}(A)$.分 2 种情况讨论:

1)对 $\forall x\in A$,有

$[1,1]=\mu_A(x)=\mu_{\underline{R}(A)}(x)=\inf_{y\notin A}\{v_R(x,y)\}\leqslant[1,1]$, 即对 $\forall y\notin A$,应有 $v_R(x,y)=[1,1]$,则 $\mu_R(x,y)=[0,0]$,所以由式(2)得

$$\mu_{R(A)L}(x)=\frac{\sum_{y\in U}\mu_{RL}(x,y)\wedge\mu_{AL}(y)}{\sum_{y\in U}\mu_{RL}(x,y)}=$$

$$\frac{\sum_{y\in A}\mu_{RL}(x,y)\wedge\mu_{AL}(y)+\sum_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)\wedge\mu_{AL}(y)}{\sum_{y\in A}\mu_{RL}(x,y)+\sum_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)}=$$

$$\frac{\sum_{y\in A}\mu_{RL}(x,y)\wedge 1+\sum_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)\wedge 0}{\sum_{y\in A}\mu_{RL}(x,y)+\sum_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)}=$$

$$\frac{\sum_{y\in A}\mu_{RL}(x,y)\wedge 1+\sum_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)\wedge 0}{\sum_{y\in A}\mu_{RL}(x,y)+\sum_{y\notin A}0}=1$$

同理可知

$$\mu_{R(A)U}(x)=1,v_{R(A)}(x)=[0,0]$$

2)对 $\forall x\notin A$,有 $[1,1]=v_A(x)=v_{\bar{R}(A)}(x,y)=$

$\inf\limits_{y\in A}\{\boldsymbol{v}_R(x,y)\} \leqslant [1,1]$

即对 $\forall y \in A$，应有 $\boldsymbol{v}_R(x,y)=[1,1]$，则 $\mu_R(x,y)=[0,0]$，所以由式(2)得

$$\mu_{R(A)L}(x)=\frac{\sum\limits_{y\in U}\mu_{RL}(x,y)\wedge\mu_{AL}(y)}{\sum\limits_{y\in U}\mu_{RL}(x,y)}=$$

$$\frac{\sum\limits_{y\in A}\mu_{RL}(x,y)\wedge\mu_{AL}(y)+\sum\limits_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)\wedge\mu_{AL}(y)}{\sum\limits_{y\in A}\mu_{RL}(x,y)+\sum\limits_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)}=$$

$$\frac{\sum\limits_{y\in A}0\wedge 1+\sum\limits_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)\wedge 0}{\sum\limits_{y\in A}0+\sum\limits_{y\notin A}\mu_{RL}(x,y)}=0$$

同理可得

$$\mu_{R(A)U}(x)=0,\boldsymbol{v}_{R(A)}(x)=[1,1]$$

由 1)、2)可知，当 A 退化为经典集合时：

$$\forall x\in U$$

$$2-|\mu_{R(A)L}(x_i)-\boldsymbol{v}_{R(A)L}(x_i)|-|\mu_{R(A)U}(x_i)-\boldsymbol{v}_{R(A)U}(x_i)|+\pi_{R(A)L}(x_i)+\pi_{R(A)U}(x_i)=0$$

故 $\mathrm{IVIF}R(A)=0$。

($\Rightarrow$) 设 $\mathrm{IVIF}R(A)=0$，由定义 8 可知，对 $\forall x\in U$，应有

$$2-|\mu_{R(A)L}(x_i)-\boldsymbol{v}_{R(A)L}(x_i)|-|\mu_{R(A)U}(x_i)-\boldsymbol{v}_{R(A)U}(x_i)|+\pi_{R(A)L}(x_i)+\pi_{R(A)U}(x_i)=0$$

亦即

$$(1-|\mu_{R(A)L}(x_i)-\boldsymbol{v}_{R(A)L}(x_i)|)+(1-|\mu_{R(A)U}(x_i)-\boldsymbol{v}_{R(A)U}(x_i)|)+\pi_{R(A)L}(x_i)+\pi_{R(A)U}(x_i)=0$$

故可得，$\mu_{R(A)}(x_i)=[1,1]$，$\boldsymbol{v}_{R(A)}(x_i)=[0,0]$ 或者 $\mu_{R(A)}(x_i)=[0,0]$，$\boldsymbol{v}_{R(A)}(x_i)=[1,1]$. 再由定义 6 及 R 是自反的区间直觉模糊关系(即 $\mu_R(x,x)=[1,1]$，$\boldsymbol{v}_R(x,x)=[0,0]$)可得：当 $\mu_{R(A)}(x_i)=[1,1]$，$\boldsymbol{v}_{R(A)}(x_i)=[0,0]$ 时，$\mu_A(x)=[1,1]$，$\boldsymbol{v}_A(x)=[0,0]$；当 $\mu_{R(A)}(x_i)=[0,0]$，$\boldsymbol{v}_{R(A)}(x_i)=[1,1]$ 时，$\mu_A(x)=[0,0]$，$\boldsymbol{v}_A(x)=[1,1]$。

可知，A 是经典集合。

由以上证明可知，当 $\mathrm{IVIF}R(A)=0$ 时，A 是经典集合。所以 $\forall x\in U$，$\mu_A(x)=[1,1]$，$\boldsymbol{v}_A(x)=[0,0]$ 或 $\mu_A(x)=[0,0]$，$\boldsymbol{v}_A(x)=[1,1]$。

3) 若 $x\in A$，即 $\mu_A(x)=[1,1]$，$\boldsymbol{v}_A(x)=[0,0]$，由式(2)可知：

$$R(A)(x)=\{\langle x,[1,1],[0,0]\rangle x\in U\}$$

则对 $\forall y\notin A$，有 $\mu_R(x,y)=[0,0]$，$\boldsymbol{v}_R(x,y)=[1,1]$

因此，$\mu_{\underline{R}(A)}(x)=\inf\limits_{y\notin A}\{\boldsymbol{v}_R(x,y)\}=[1,1]=\mu_A(x)$，于是有 $\boldsymbol{v}_{\underline{R}(A)}(x)=[0,0]=\boldsymbol{v}_A(x)$。

又因为

$$\mu_{\bar{R}(A)}(x)=\sup\limits_{y\in A}\{\mu_R(x,y)\}=\mu_R(x,x)=[1,1]=\mu_A(x)$$

于是有

$$\boldsymbol{v}_{\bar{R}(A)}(x)=[0,0]=\boldsymbol{v}_A(x)$$

因此，$\underline{R}(A)=A=\bar{R}(A)$。

4) 若 $x\notin A$，即 $\mu_A(x)=[0,0]$，$\boldsymbol{v}_A(x)=[1,1]$，则

$$\boldsymbol{v}_{\underline{R}(A)}=\sup\limits_{y\notin A}\{\mu_R(x,y)\}=\mu_R(x,x)=[1,1]=\boldsymbol{v}_A(x)$$

于是有　$\mu_{\underline{R}(A)}(x)=[0,0]=\mu_A(x)$.

又因为由式(2)可知，$R(A)(x)=\{\langle x,[0,0],[1,1]\rangle x\in U\}$。

因 $x\notin A$，则 $\forall y\in A$，有 $\mu_R(x,y)=[0,0]$，$\boldsymbol{v}_R(x,y)=[1,1]$，所以

$$\boldsymbol{v}_{\bar{R}(A)}(x)=\inf\limits_{y\in A}\{\boldsymbol{v}_R(x,y)\}=[1,1]=\boldsymbol{v}_A(x)$$

从而 $\mu_{\bar{R}(A)}(x)=[0,0]=\mu_A(x)$。

因此，$\underline{R}(A)=A=\bar{R}(A)$。

由 3)、4)可知，A 是可定义的。

定理 5　设 (U,R) 是 IVIF 近似空间，则 $A\in P(U)$，有 $\mathrm{IVIF}R(\sim A)=\mathrm{IVIF}R(A)$.

证明　由定理 2 可知，$\forall A\in P(U)$，则 $R(\sim A)=\sim R(A)$. 即

$$R(\sim A)(x)=\sim R(A)(x)=\{\langle x,[\boldsymbol{v}_{R(A)L}(x,y),\boldsymbol{v}_{R(A)U}(x,y)],[\mu_{R(A)L}(x,y),\mu_{R(A)U}(x,y)]|x\in U\}$$

再由定义 8 的公式直接可得 $\mathrm{IVIF}R(\sim A)=\mathrm{IVIF}R(A)$.

定理 4 和定理 5 说明了什么样的 IVIF 粗糙集是“确定的”，什么样的集合和它的余集的 IVIF 粗糙性度量是相等的。

5　结束语

区间直觉模糊粗糙集的不确定性不仅来自近似空间，也来自被近似的集合的模糊性。建立一个区间直觉模糊粗糙集模型以后，如何对其不确定性进行度量是一个重要课题。本文通过将区间直觉模糊粗糙集的隶属函数定义为一个区间直觉模糊集，从而可以利用现有文献的区间直觉模糊熵公式，实现了区间直觉模糊粗糙集的不确定性度量，它在不确定性分析方面具有应用价值，值得进一步研究。

参考文献：

[1] PAWLAK Z. Rough sets [J]. Theoretional Journal of Com-

puter and Information Sciences, 1982(11): 341-356.

[2]ZADEH L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control,1965(8):338-353.

[3] ATANASSOV K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(2): 87-96.

[4]ATANASSOV K, GARGOV G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.

[5]张文修,吴伟志,梁吉业,等.粗糙集理论与方法[M].北京:科学出版社, 2001: 55-73.

[6]张文修,姚一豫,梁怡.粗糙集与概念格[M].西安:西安交通大学出版社, 2006: 61-84.

[7] ZHANG Z M. An interval-valued rough intuitionistic fuzzy set model [J]. International Journal of General Systems, 2010, 39(2): 135-164.

[8]张瑜,王艳平.直觉模糊粗糙集模型[J].辽宁工业大学学报:自然科学版,2008,28(6):414-420.

ZHANG Yu, WANG Yanpng. Intuitionistic fuzzy rough sets [J]. Journal of Liaoning University of Technology :Natural Science Edition, 2008, 28(6): 414-420.

[9]王艳平,孙静,陈美薇,区间直觉模糊粗糙集模型[J].计算机工程与应用,2011,47 (24):37-42.

WANG Yanping, SUN Jing, CHEN Meiwei. Interval-valued intuitionistic fuzzy rough sets[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47 (24): 37-42.

[10]魏翠萍,高志海,郭婷婷. 一个基于三角函数的直觉模糊熵公式[J].控制与决策,2012, 27(4): 571-574.

WEI Cuiping, GAO Zhihai, GUO Tingting. An intuitionistic fuzzy entropy measure based on trigonometric function [J].Control and Decision, 2012, 27(4): 571-574.

[11]BURILLO P, BUSTINCE H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 305-316.

[12]SZMIDT E, KACPRZYK J. Entropy for intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 467-477.

[13]郭效之. 模糊不确定性度量的探讨及扩展[D]. 西安:西北大学,2004: 48-50.

GUO X Z. The discussion and extension of fuzzy uncertainty measure[D]. Xi 'an: northwestern university, 2004: 48-50.

[14]屈克,汤磊,荣文静. 区间直觉模糊集熵的构造及其基本性质[J].重庆文理学院学报:自然科学版,2010, 29(3): 21-24.

QU K, TANG L, RONG W J. The construction and basic properties of entropy of interval- valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Journal of Chongqing University of Arts and Sciences : Natural Science Edition, 2010, 29(3): 21-24.

[15]YE J. Two effective measures of intuitionstic fuzzy entropy [J]. Computing, 2010, 87(1/2): 55-62.

[16]LIANG J Y, CHIN K S, DANG C Y et al. A new method for measuring uncertainty and fuzziness in rough set theory [J]. International Journal of General Systems, 2002, 31(4): 331-342.

[17]ATANASSOV K.Operators over interval valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 64: 159-174.

[18]GONG Z T, SUN B Z, CHEN D G . Rough set theory for interval-valued fuzzy information systems[J]. Information Sciences,2008, 178: 1968-1985.

[19]彭振文,王周敏. 区间直觉模糊关系及其性质[J].海南师范大学学报:自然科学版, 2008, (12): 412-415.

PENG Z W, WANG Z J. The Interval-valued intuitionistic fuzzy relations and their properties[J]. Journal of Hainan Normal University : Natural Science Edition, 2008, 21(4): 412-415.

[20]王培,魏翠萍.一种区间直觉模糊熵的构造方法[J]. 计算机工程与应用,2011, 47(2): 43-46.

WANG P,WEI C P. Constructing method of interval-valued intuitionistic fuzzy entropy [J]. Computer Engineering and Applications,2011, 47(2): 43-45.

作者简介:

刘洪伟,女,1989 年生,硕士研究生,主要研究方向为粗糙集理论,模糊集理论。

王艳平,女,1965 年生,教授,主要研究方向为粗糙集理论,模糊集理论,发表学术论文 30 余篇。