

DOI:10.3969/j.issn.1673-4785.201210058

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/doi/CNKI;23-1538/TP.20131107.1716.002.html>

# 基于四元数的欠驱动 AUV 的镇定控制设计

吴琪, 李晔

(哈尔滨工程大学 船舶工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 镇定控制是指在控制输入作用于水下机器人, 使水下机器人能够从任意的初始位置和姿态到达, 并且稳定在设计的位置和姿态, 在深潜救生艇的水下对接、定位跟踪中应用广泛。通过对欠驱动 AUV 的六自由度空间运动方程和轨迹方程简化, 采用四元数方法进行了模型变换, 提出了一种具有 4 个控制输入的连续时变镇定控制律, 证明了提出的控制律的收敛性, 并且进行了镇定仿真实验演示。仿真结果表明, 控制律是有效的, 并且能够在任意初始条件下实现镇定控制。

**关键词:** 智能水下机器人; 镇定控制; 三维; 轨迹; 线性控制系统; 时变系统; 运动控制; 仿真

**中图分类号:** TP24 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4785(2014)02-0186-06

中文引用格式: 吴琪, 李晔. 基于四元数的欠驱动 AUV 的镇定控制设计[J]. 智能系统学报, 2014, 9(2): 186-191.

英文引用格式: WU Qi, LI Ye. Stabilization design of underactuated AUV based on quaternion[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2014, 9(2): 186-191.

## Stabilization design of underactuated AUV based on quaternion

WU Qi, LI Ye

(College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** Stabilization control aims at stabilizing the AUV to the designed position and attitude from any initial position under the controlling input. Stabilization is widely used in the abutment of deep-water submarines and location tracking. This paper describes a new time-variable stabilization law with four inputs which was designed based on the simplification of the 6-DOF (degree of freedom) space motion and trace equations of an underactuated AUV and the conversion of the model which was realized by quaternion. The control trial was done to prove that the control law was convergent. The simulation results prove that the control method is effective and the stabilization can be achieved under any initial conditions.

**Keywords:** autonomous underwater vehicles; stabilization; three dimensional; trajectories; linear control systems; time varying systems; motion control; simulation

智能水下机器人 (autonomous underwater vehicle, AUV) 作为船舶与海洋工程和机器人技术的学科交叉领域, 得到了世界各国的广泛重视。AUV 在军事上可广泛应用于水域侦查、中继通讯、区域探雷、智能攻击等; 在民用方面, 可用于海底生物资源探查、矿产资

源采样、海底地形勘测、沉物打捞、地震地热活动监测、海洋环境监测等。在 AUV 进行作业任务的过程中, 轨迹跟踪能力是必不可少的技术条件之一。尤其是在执行海区搜索、海洋测绘等任务的时候, 轨迹跟踪的精度直接影响到区域覆盖和探测数据的完整性<sup>[1-2]</sup>。文献[3]采用微分同胚变化进行了二维平面的水面无人艇的镇定控制研究, 引进扩大形式函数  $\delta_x^*$  进行了二维镇定的证明, 仿真结果表明可以实现无人艇的镇定控制。本文基于文献[3]方法, 针对欠驱动

收稿日期: 2012-10-27. 网络出版日期: 2013-11-07.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51279221, 51179035); 黑龙江省自然科学基金资助项目 (E201121).

通信作者: 吴琪, E-mail: wuqi0609@163.com.

AUV 的空间六自由度运动方程,采用四元数进行模型变换,提出一种连续时变控制律,引进扩大形式函数  $\delta_\lambda^a$  证明了这种控制律的收敛性。

## 1 四元数

四元数向量写法为

$$Q = t + xi + yj + zk$$

以原点为旋转中心,旋转的轴分别是  $\alpha \beta$ 、 $\gamma(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1)$ ,用右手系的坐标定义,望向向量  $\alpha \beta$ 、 $\gamma$  的前进方向反时针旋转  $\theta$ ,用四元数表示为<sup>[4]</sup>

$$Q = (\cos \frac{\theta}{2}, \alpha \sin \frac{\theta}{2}, \beta \sin \frac{\theta}{2}, \gamma \sin \frac{\theta}{2})$$

$$A_{bg} = A_x(\varphi)A_y(\theta)A_z(\phi) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta & \sin \phi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \phi \sin \theta \sin \varphi - \sin \phi \cos \varphi & \sin \phi \sin \theta \sin \varphi + \cos \phi \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \phi \sin \theta \cos \varphi + \sin \phi \sin \varphi & \sin \phi \sin \theta \cos \varphi - \cos \phi \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix}$$

实现相应坐标转换的四元数矩阵为

$$A_q = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

## 2 水下机器人空间运动方程

水下机器人6自由度空间运动方程可以写为<sup>[1]</sup>

$$\begin{cases} M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau \\ \dot{\eta} = J(\eta)v \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $M$  为机器人总的质量矩阵,  $C(v)$  为科氏力矩阵,  $D(v)$  为阻尼矩阵,  $g(\eta)$  为重力以及恢复力矩,  $J(\eta)$  为位移转换矩阵,  $\tau$  为控制力。  $v$  为速度向量,  $v = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$ , 分别代表纵向、横向、垂向速度和横滚、纵倾、首摇角速度;  $\eta$  为位移向量,  $\eta = [x \ y \ z \ \varphi \ \theta]^T$ , 代表纵向、横向、垂向位移和横滚、纵倾、首摇角度。

欠驱动水下机器人一般采用桨—舵—翼形式,因此外部作用力轴向推进力  $\tau_1$ 、横滚力矩  $\tau_4$ 、纵倾力矩  $\tau_5$  和偏航力矩  $\tau_6$ ,忽略二阶非线性水动力细数的影响,将方程(1)展开为式(2):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \cos \phi \cos \theta + v(\cos \phi \sin \theta \sin \varphi - \sin \phi \cos \varphi) + \\ &\quad w(\cos \phi \sin \theta \cos \varphi + \sin \phi \sin \varphi) \\ \dot{y} &= u \sin \phi \cos \theta + v(\sin \phi \sin \theta \sin \varphi + \cos \phi \cos \varphi) + \\ &\quad w(\sin \phi \sin \theta \cos \varphi - \cos \phi \sin \varphi) \\ \dot{z} &= -u \sin \theta + v \cos \theta \sin \varphi + w \cos \theta \cos \varphi \\ \dot{\varphi} &= p + q \sin \varphi \tan \theta + r \cos \varphi \tan \theta \\ \dot{\theta} &= q \cos \varphi - r \sin \varphi \\ \dot{\phi} &= q \sin \varphi / \cos \theta + r \cos \varphi / \cos \theta \end{aligned}$$

在大地坐标系和联体坐标系中,当给定物体的姿态用  $\varphi$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  表示,并且分别以  $x$ 、 $y$ 、 $z$  旋转,则实现从四元数到欧拉角的转换公式为<sup>[5]</sup>

$$\varphi = \arctan[2(q_0q_1 + q_2q_3)]/[1 - 2(q_1^2 + q_2^2)]$$

$$\theta = \arcsin[-2(q_1q_3 - q_0q_2)]$$

$$\phi = \arctan[2(q_1q_2 + q_0q_3)]/[1 - 2(q_2^2 + q_3^2)]$$

式中:  $\varphi$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  分别为横滚角、纵倾角和偏航角,  $q_0$ 、 $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$  分别为四元数的各个分量。实现上述坐标转换的方向余弦矩阵为

$$\dot{u} = \tau_1/m_{11} - [(m_{33}/m_{11})wq - (m_{22}/m_{11})vr + (X_u/m_{11})u]$$

$$\dot{v} = [(m_{11}/m_{22})ur - (m_{33}/m_{22})wp + (Y_v/m_{22})v]$$

$$\dot{w} = -[(m_{22}/m_{33})vp - (m_{11}/m_{33})uq + (Z_w/m_{33})w]$$

$$\dot{p} = \tau_4/m_{44} - [\frac{m_{33} - m_{22}}{m_{44}}wv + \frac{m_{66} - m_{55}}{m_{44}}qr -$$

$$\frac{d_{44}}{m_{44}}p - \overline{BG_y}W \cos \theta \cos \phi + \overline{BG_z}W \cos \theta \sin \phi]$$

$$\dot{q} = \tau_5/m_{55} - [\frac{m_{11} - m_{33}}{m_{55}}uw + \frac{m_{44} - m_{66}}{m_{55}}pr -$$

$$\frac{d_{55}}{m_{55}}q + \overline{BG_z}W \sin \theta + \overline{BG_x}W \cos \theta \cos \phi]$$

$$\dot{r} = \tau_6/m_{66} - [\frac{m_{22} - m_{11}}{m_{66}}uv + \frac{m_{55} - m_{44}}{m_{66}}pq -$$

$$\frac{d_{66}}{m_{66}}r - \overline{BG_x}W \cos \theta \sin \phi - \overline{BG_y}W \sin \theta] \quad (2)$$

为了获得合适的同类型的运动模型,选择单位四元数来参数化模型(2),单位四元数定义为:在单位向量  $k$  附近旋转角度  $\phi$ ,则4个参数有如下形式:

$$[\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]^T = k \sin(\phi/2)$$

$$\varepsilon_4 = \cos(\phi/2)$$

假设  $|\phi| < \pi$ ,且  $\varepsilon_4 > 0$ ,单位四元数满足:

$$\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \varepsilon_4^2 = 1 \quad (3)$$

方程(2)可以写为

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= (1 - 2\varepsilon_1^2 - 2\varepsilon_2^2)u + 2(\varepsilon_1\varepsilon_2 - \varepsilon_3\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2}) \cdot \\
 &\quad v + 2(\varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_2\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2})w \\
 \dot{y} &= 2(\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_3\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2})u + (1 - 2\varepsilon_1^2 - \\
 &\quad 2\varepsilon_2^2)v + 2(\varepsilon_2\varepsilon_3 - \varepsilon_1\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2})w \\
 \dot{z} &= 2(\varepsilon_1\varepsilon_3 - \varepsilon_2\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2})u + 2(\varepsilon_2\varepsilon_3 + \\
 &\quad \varepsilon_1\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2})v + (1 - 2\varepsilon_1^2 - 2\varepsilon_2^2)w \\
 \dot{\varepsilon}_1 &= (p\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2} - \varepsilon_3q + \varepsilon_2r)/2 \\
 \dot{\varepsilon}_2 &= (\varepsilon_3p + q\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2} - \varepsilon_1r)/2 \\
 \dot{\varepsilon}_3 &= (-\varepsilon_2p + \varepsilon_1q + r\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2})/2 \\
 \dot{u} &= \tau_1 - [(m_{33}/m_{11})wq - (m_{22}/m_{11})vr - \\
 &\quad (X_u/m_{11})u] \\
 \dot{v} &= -[(m_{11}/m_{22})ur - (m_{33}/m_{22})wp - \\
 &\quad (Y_v/m_{22})v] \\
 \dot{w} &= -[(m_{22}/m_{33})vp - (m_{11}/m_{33})uq - \\
 &\quad (Z_w/m_{33})w] \\
 \dot{p} &= \tau_4 - [\frac{m_{33} - m_{22}}{m_{44}}uv + \frac{m_{66} - m_{55}}{m_{44}}qr - \\
 &\quad \frac{d_{44}}{m_{44}}p - \frac{2W\overline{BG_z}}{m_{44}}(\varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2})] \\
 \dot{q} &= \tau_5 - [\frac{m_{11} - m_{33}}{m_{55}}uw + \frac{m_{44} - m_{66}}{m_{55}}pr - \\
 &\quad \frac{d_{55}}{m_{55}}q - \frac{2W\overline{BG_z}}{m_{55}}(\varepsilon_2\sqrt{1 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2} - \varepsilon_1\varepsilon_3)] \\
 \dot{r} &= \tau_6 - [\frac{m_{22} - m_{11}}{m_{66}}uv + \frac{m_{55} - m_{44}}{m_{66}}pq - \frac{d_{66}}{m_{66}}r]
 \end{aligned} \quad (4)$$

定义向量  $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1 \ \boldsymbol{\eta}_2]^T$ , 其中  $\boldsymbol{\eta}_1 = [x \ y \ z]^T$  是惯性坐标系下的位置向量,  $\boldsymbol{\eta}_2 = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]^T$ 。定义  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4 \ \tau_5 \ \tau_6]^T$  分别代表纵向、横向、垂向、横滚、纵倾、首摇方向的控制输入。

### 3 AUV 的镇定设计

这一部分只考虑 AUV 的镇定控制输入只有 4 个方向: 轴向推进力  $\tau_1$ 、横滚力矩  $\tau_4$ 、纵倾力矩  $\tau_5$  和偏航力矩  $\tau_6$ 。根据 Brockett 定理的第 3 个条件<sup>[6]</sup>, 可知六自由度空间运动方程不存在任何光滑时不变反馈控制使系统在平衡点附近渐进稳定。因此本文提出一个连续时变反馈控制律。

考虑虚拟设计控制输入:

$$u_d(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w, t) = -k^x x +$$

$$\rho^a(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w) \sin(t/\varepsilon) \quad (5)$$

$$p_d(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w, t) = -k^{\varepsilon_1} \varepsilon_1 \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 q_d(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w, t) &= -k^{\varepsilon_2} \varepsilon_2 - 2(kz + \\
 &\quad dw)/\rho^a(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w) \sin \frac{t}{\varepsilon}
 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 r_d(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w, t) &= -k^{\varepsilon_3} \varepsilon_3 + 2(ky + \\
 &\quad dv)/\rho^a(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w) \sin \frac{t}{\varepsilon}
 \end{aligned} \quad (8)$$

式中:  $k^x$ 、 $k^{\varepsilon_1}$ 、 $k^{\varepsilon_2}$ 、 $k^{\varepsilon_3}$ 、 $k$ 、 $d$ 、 $\varepsilon$  均大于零。 $\rho^a(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w)$  是一个任意可微的同类型的标准函数<sup>[3]</sup>, 考虑到其形式为

$$\delta_\lambda^a(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w) =$$

$$(\lambda x, \lambda^2 y, \lambda^2 z, \lambda \varepsilon_1, \lambda \varepsilon_2, \lambda \varepsilon_3, \lambda^2 v, \lambda^2 w, t)$$

进一步定义控制输入:

$$\tau_1(\boldsymbol{\eta}, v, t) = -k_1 m_{11}(u - u_d(\boldsymbol{\eta}, v, w, t)) \quad (9)$$

$$\tau_4(\boldsymbol{\eta}, v, t) = -k_4 m_{44}(p - p_d(\boldsymbol{\eta}, v, w, t)) \quad (10)$$

$$\tau_5(\boldsymbol{\eta}, v, t) = -k_5 m_{55}(q - q_d(\boldsymbol{\eta}, v, w, t)) \quad (11)$$

$$\tau_6(\boldsymbol{\eta}, v, t) = -k_6 m_{66}(r - r_d(\boldsymbol{\eta}, v, w, t)) \quad (12)$$

则存在  $\varepsilon_0 > 0$ , 对于任意的  $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$ , 当  $k_1, k_2, k_3, k_4$  足够大且全为正数, 则控制律(9)~(12)可使系统(4)局部指数镇。考虑如下的形式:

$$\delta_\lambda^b(\boldsymbol{\eta}, \varepsilon, v, w) =$$

$$(\lambda x, \lambda^2 y, \lambda^2 z, \lambda \varepsilon_1, \lambda \varepsilon_2, \lambda \varepsilon_3, \lambda^2 v, \lambda^2 w, t)$$

证明: AUV 的空间运动方程模型(1)在控制输入  $\tau_2 = 0, \tau_3 = 0$  的情况下, 可写为

$$[\dot{\boldsymbol{\eta}} \ \dot{\boldsymbol{v}}]^T = f(\boldsymbol{\eta}, v, t) + h(\boldsymbol{\eta}, v, t) \quad (13)$$

式中:

$$f(\boldsymbol{\eta}, v, t) = \begin{bmatrix} u, v + 2\varepsilon_3 u, w - 2\varepsilon_2 u, \\ p/2, q/2, r/2, \\ (-d_{11}u + \tau_1)/m_{11} \\ (-d_{22}v - m_{11}ur)m_{22} \\ (-d_{33}v + m_{11}uq)m_{33} \\ (-d_{44}p - 2W\overline{BG_z}\varepsilon_1 + \tau_4)m_{44} \\ (-d_{55}q - 2W\overline{BG_z}\varepsilon_2 + \tau_5)m_{55} \\ (-d_{66}r + \tau_6)m_{66} \end{bmatrix}^T$$

$h(\boldsymbol{\eta}, v, t)$  是余下的部分。相比于标准函数  $\delta_\lambda^b, \tau_1, \tau_4, \tau_5, \tau_6$  是同类的一阶形式, 且处处连续。向量场  $\boldsymbol{f}$  是连续的时间周期的, 且相对于标准函数  $\delta_\lambda^b$ ,  $\boldsymbol{f}$  是同类型的零阶形式。向量场  $h(\boldsymbol{\eta}, v, t)$  也是连续的, 是相对于  $\delta_\lambda^b$  严格的正阶的同类型函数形式的总和。因此, 如果  $(\boldsymbol{\eta}, v) = (0, 0)$  是系统(14)局部渐近指数稳定的稳定点, 则系统(13)的解  $(\boldsymbol{\eta}, v) = (0, 0)$  是局部  $\rho^b$ —指数镇定的。

$$[\dot{\boldsymbol{\eta}} \ \dot{\boldsymbol{v}}] = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\eta}, v, t)^T \quad (14)$$

由于  $\varepsilon_4$  没有包含在  $f(\eta, v, t)$  中,且  $\varepsilon_4$  可由式(11)惟一确定,因此可以将系统(14)中的第7个方程去除。如果简化后的方程局部渐进稳定,则原系统方程(13)也渐近稳定。

进一步定义  $u \stackrel{\text{def}}{=} u_d, p \stackrel{\text{def}}{=} p_d, q \stackrel{\text{def}}{=} q_d, r \stackrel{\text{def}}{=} r_d$ , 将其作为输入变量,简化后有

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d \\ v + 2\varepsilon_3 u_d \\ w - 2\varepsilon_2 u_d \\ 1/2 p_d \\ 1/2 q_d \\ 1/2 r_d \\ -\frac{m_{11}}{m_{22}} u_d r_d - \frac{d_{22}}{m_{22}} v \\ -\frac{m_{11}}{m_{33}} u_d q_d - \frac{d_{33}}{m_{33}} w \end{bmatrix} \quad (15)$$

方程组(5)~(8)定义了(15)的控制输入。鉴于其是周期时变输入,因此产生的系统结果也是周期时变的,可写为

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ w \\ -\frac{m_{11}}{m_{22}}(ky + dv) - \frac{d_{22}}{m_{22}}v \\ \frac{m_{11}}{m_{33}}(-kz - dw) - \frac{d_{33}}{m_{33}}w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2k^x \varepsilon_3 x \\ 2k^x \varepsilon_2 x \\ -\frac{m_{11}}{m_{22}} k^x k^{\varepsilon_3} x \varepsilon_3 \\ \frac{m_{11}}{m_{33}} k^x k^{\varepsilon_2} x \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m_{11}}{m_{22}}k & 0 & -\frac{m_{11}}{m_{22}}d - \frac{d_{22}}{m_{22}} & 0 \\ 0 & -\frac{m_{11}}{m_{33}}k & 0 & -\frac{m_{11}}{m_{33}}d - \frac{d_{33}}{m_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2k^x \varepsilon_3 x \\ 2k^x \varepsilon_2 x \\ -\frac{m_{11}}{m_{22}} k^x k^{\varepsilon_3} x \varepsilon_3 \\ \frac{m_{11}}{m_{33}} k^x k^{\varepsilon_2} x \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \\ \dot{\varepsilon}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k^x x \\ -1/2k^{\varepsilon_1} \varepsilon_1 \\ -1/2k^{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \\ -1/2k^{\varepsilon_3} \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

根据线性理论知识容易得到式(19)是全局稳定的。当系统(19)全局稳定时,其状态向量全部趋近于零。且由(18)可以看出,关联项是高阶小的形式,因此只要设计证明系统(18)的名义系统稳定即可。根据 Hurwitz 稳定性定理,当名义系统矩阵的所有特征值具有负实部,则系统可以实现稳定。因此根据文献

$$\xi = g(\xi, t/\varepsilon) \quad (16)$$

取用自治的平均系统近似的代替系统(16),方程(16)的平均系统为

$$\xi = g_0(\xi)$$

式中:  $g_0(\xi)$  是其平均值。将控制输入(13)~(16)带入到(15),系统(15)的平均系统可写为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k^x x \\ v - 2k^x \varepsilon_3 x \\ w + 2k^x \varepsilon_2 x \\ -1/2k^{\varepsilon_1} \varepsilon_1 \\ -1/2k^{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \\ -1/2k^{\varepsilon_3} \varepsilon_3 \\ -\frac{m_{11}}{m_{22}}(k^x k^{\varepsilon_3} x \varepsilon_3 + ky + dv) - \frac{d_{22}}{m_{22}}v \\ \frac{m_{11}}{m_{33}}(k^x k^{\varepsilon_2} x \varepsilon_2 - kz - dw) - \frac{d_{33}}{m_{33}}w \end{bmatrix} \quad (17)$$

方程(17)可以写成如下的级联系统:

[4]命题,存在  $k_1, k_2, k_3, k_4$  足够大且全为正数,合理地选择参数  $k, d$ , 能够使得系(18)渐近稳定。

#### 4 镇定仿真

AUV 的基本参数为<sup>[7]</sup>:  $m_{11} = 215, m_{22} = 265, m_{33} = 265, m_{44} = 40, m_{55} = 80, m_{66} = 80, d_{11} = 70, d_{22} = 100, d_{33} = 100, d_{44} = 30, d_{55} = 50, d_{66} = 50$ , 且 AUV 是中性浮力,不计入重力和浮力(假设重力和浮力平衡,且重心浮心重合)。

采用式(9)~(12)的控制律进行控制输入,从上一节可知  $\tau_4 = 0$ , 满足渐近收敛。相关控制参数

如下:  $k_1 = 3, k_5 = 3, k_6 = 3, k^x = 2, k^{\varepsilon^2} = 2, k^{\varepsilon^3} = 2,$   
 $k = 0.3, d = 0.3, \varepsilon = 2.5$ , 名义准则取为

$$\rho^\alpha = (x^4 + y^2 + z^2 + \varepsilon_1^4 + \varepsilon_2^4 + \varepsilon_3^4 + v^2 + w^2) 1/4 \tag{30}$$

初始位置为

$$\begin{bmatrix} x & y & z & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & u & v & w & p & q & r \end{bmatrix} = \\ [0 \ 4 \ 5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

仿真结果如图 1~6 所示,图 1 表示平移速度  $u$ 、 $v$ 、 $w$  变化情况,图 2 表示转动角速度  $p$ 、 $q$ 、 $r$  的变化情况,图 3 表示位移  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的变化情况,图 4 表示转换变量  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ 、 $\varepsilon_3$  曲线,图 5 反映机器人的实际镇定运动轨迹,图 6 代表名义标准  $\rho^\alpha$  变化曲线。

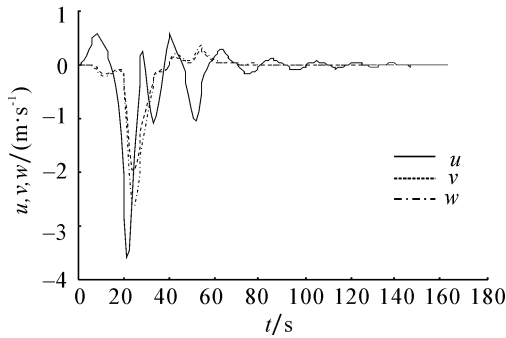


图 1 平移速度  $u$ 、 $v$ 、 $w$

Fig.1 Velocity of vehicle  $u, v, w$

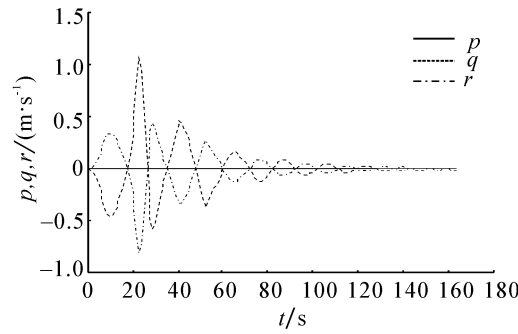


图 2 旋转速度  $p$ 、 $q$ 、 $r$

Fig.2 Rotational speed of vehicle  $p, q, r$

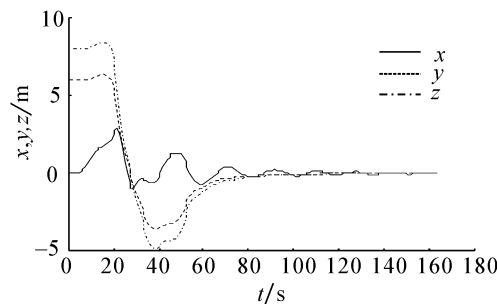


图 3 位移  $x$ 、 $y$ 、 $z$

Fig.3 Displacement of vehicle  $x, y, z$

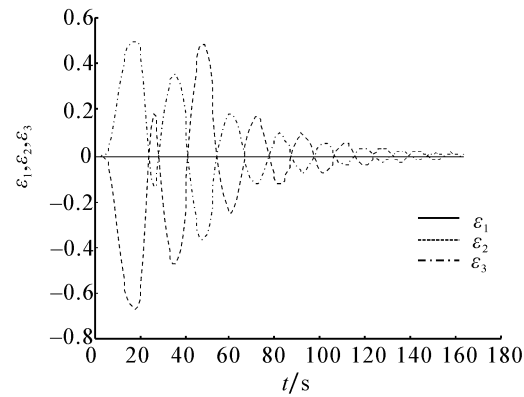


图 4 转换变量  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$

Fig.4 Transformation variables  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$

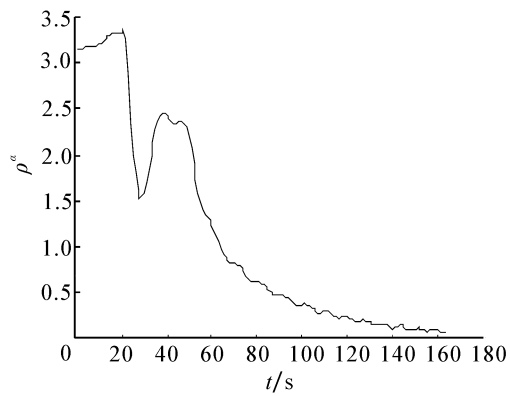


图 5 实际轨迹图

Fig.5 Actual path of vehicle

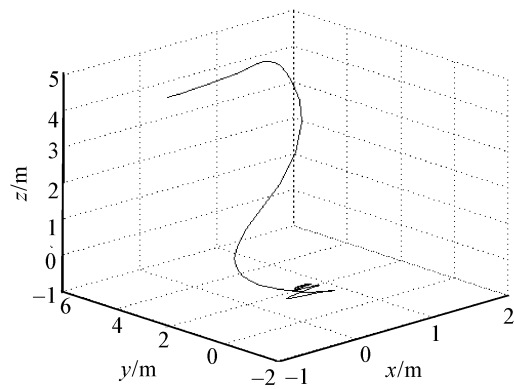


图 6 名义标准  $\rho^\alpha$  响应

Fig.6 Response of the dilation  $\rho^\alpha$

图 1 中速度在初始时刻具有较大的变化率和超调量,说明初始时刻有较大的控制输入以及输入变化,即输入的力和力矩是突然加入的,引起欠驱动 AUV 有较大的速度变化,在仿真中这是允许的。位移图 3 在稳定点附近存在震荡,因此实际的运动轨迹在稳定点附近会比较密集,仿真结果与此相符合。因此在实际的 AUV 操控中,就需要考虑物理量的变



化快慢,不能急剧地改变 AUV 的运动参数,使得 AUV 发生抖动,影响实际的轨迹跟踪。

由图 1 可以看出,纵向速度相比于横向和垂向速度收敛较慢,图 3 中纵向位移相比于横向和垂向位移收敛也较慢,因为纵向存在控制输入,而控制输入是各个变量的综合函数,其收敛要滞后于单个变量,因此纵向方向的变量收敛会比较慢。

转换变量  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ 、 $\varepsilon_3$  代表了横滚、纵倾、首摇的角速度,由于初始控制输入的较大加入,其变化震荡也比较明显,与平移速度相一致需要考虑实际情况的变化快慢。名义标准  $\rho^\alpha$  是各个变量的偶次方之和,因此必大于零,随着各个变量的收敛到零,  $\rho^\alpha$  必趋于零。初始时刻其变化较快,是因为各物理量收敛得较快,与之相对应  $\rho^\alpha$  也较快减小。

从仿真结果曲线可以看出,采用四元数进行变量转换以后,设计的控制输入能够实现水下机器人的点镇定控制,欠驱动 AUV 的状态变量速度和位移均可以收敛到零。仿真结果证明在 3 个控制输入的情况下,设计的控制器能够实现三维镇定。

## 5 结束语

本文讨论了欠驱动 AUV 的三维镇定控制问题。通过对欠驱动 AUV 的六自由度空间运动方程和轨迹方程的简化,采用四元数方法进行了模型变换,提出一种具有 4 个控制输入的连续时变镇定控制律,证明提出的控制律的收敛性,并且进行镇定仿真实验演示。如果在横滚方向的水动力恢复力足够大的情况下,在 3 个控制输入的情况下 AUV 可以实现指数镇定。仿真结果表明控制律的有效性,能够在任意初始条件下实现镇定控制。

## 参考文献:

- [1] 毕凤阳. 欠驱动自主水下航行器的非线性鲁棒控制策略研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010: 15-18.  
BI Fengyang. Research on nonlinear robust control strategies of underactuated autonomous underwater vehicle[D]. Harbin: Harbin Industrial of Technology University, 2010: 15-18.

- [2] 张铭钧,宋炜胥,褚振忠. 自主式水下机器人模糊定性建模方法研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2013, 34(1): 116-122.  
ZHANG Mingjun, SONG Weixu, CHU Zhenzhong. Research on the method of fuzzy qualitative modeling for AUV [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2013, 34(1): 116-122.
- [3] PETERSEN K Y, EGELAND O. Robust control of an underactuated surface vessel with thruster dynamics[C]//Proc 1997 Amer Control Conf. Albuquerque, NM, USA, 1997: 3411-3416.
- [4] 倪振松,廖启征,魏世民,等. 空间 6R 机器人位置反解的对偶四元数法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(11): 25-29.  
NI Zhensong, LIAO Qizheng, WEI Shimin, et al. Dual four element method for inverse kinematics analysis of spatial 6R manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(11): 25-29.
- [5] 刘忠,梁晓庚,曹秉刚等. 基于四元数的空间全方位算法研究[J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(5): 618-620.  
LIU Zhong, LIANG Xiaogeng, CAO Binggang, et al. Space omnidirectional algorithm study based on quaternion [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(5): 618-620.
- [6] 贾鹤鸣,程相勤,张利军,等. 基于自适应 Backstepping 的 AUV 的三维航迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2012, 5(27): 652-657.  
JIA Heming, CHENG Xiangqin, ZHANG Lijun, et al. Three-dimensional path tracking control for underactuated AUV based on adaptive backstepping[J]. Control and Decision, 2012, 5(27): 652-657.

### 作者简介:



吴琪,男,1989 年生,硕士研究生,主要研究方向为水下机器人的运动控制、路径规划以及数据融合技术。



李晔,1978 年生,教授,博士,主要研究方向为水下机器人技术,主持国家自然科学基金等国家和省部级以上项目 10 余项,发表学术论文 80 余篇。