

DOI:10.3969/j.issn.1673-4785.201208035

网络出版地址:<http://www.cnki.net/kcms/detail/23.1538.TP.20130125.1440.004.html>

组合分布估计和差分进化的多目标优化算法

陶新民¹,徐鹏¹,刘福荣²,张冬雪¹

(1. 哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 黑龙江省电力有限公司 科信处, 黑龙江 哈尔滨 150090)

摘要:为了提高多目标优化算法的收敛能力及求解精度,提出了一种组合分布估计和差分进化的多目标优化算法.该方法用分布估计算法和差分进化算法共同生成种群中的粒子,利用选择因子来控制每个粒子的产生方式,并且根据迭代次数的增加来改变2种算法的使用比例,搜索初期利用分布估计算法进行快速定位,然后用差分进化算法进行精确搜索.并对差分进化算法的变异因子进行了改进,定义了一个可变的变异因子,来控制不同搜索时期中差分进化算法的变异范围.用4个测试函数对算法进行了仿真测试,并同NSGA-II和RM-MEDA进行了比较.实验结果表明,该算法具有良好的收敛性和分布性,并且效果稳定.

关键词:多目标优化;分布估计算法;差分进化算法

中图分类号: TP18 文献标志码:A 文章编号:1673-4785(2013)01-0039-07

Multi-objective optimization algorithm composed of estimation of distribution and differential evolution

TAO Xinmin¹, XU Peng¹, LIU Furong², ZHANG Dongxue¹

(1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. Science and Information Department, Heilongjiang Electric Power Company Limited, Harbin 150090, China)

Abstract: In order to improve the ability of convergence and accuracy of a multi-objective optimization algorithm, a multi-objective optimization algorithm composed of estimation of distribution and differential evolution has been proposed. Both estimation of distribution algorithm and differential evolution algorithm will be used to generate particles of population. The generation method of each particle has been decided by using a selective factor, and proportion of the use of two algorithms according to the frequency of iterations. Utilizing an estimation of distribution algorithm to quickly locate in the initial search, and then differential evolution algorithm was used for accurately conducting searches. The variation factor of differential evolution algorithm was improved, and a variable variation factor also was defined and used to control the range of variation of differential evolution algorithm in different search periods. Four test functions were used to evaluate the performance of the proposed algorithm, and next the proposed algorithm was compared with nondominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II) and regularity model-based multiobjective estimation of distribution algorithm (RM-MEDA). The experimental results show that the proposed algorithm displayed a good convergence, diversity performance, and the stable effects.

Keywords: multi-objective optimization; estimation of distribution algorithm; differential evolution algorithm

分布估计算法 (estimation of distribution algo-

rithm, EDA) 是一类新的基于群体搜索的进化算法,最初在 1996 年被提出,在 2000 年前后迅速发展,成为当前进化计算领域的研究热点^[1]. 分布估计算法与传统进化算法不同,算法中没有交叉和变异操作,取而代之的是建立解空间的概率模型,直接描述整

收稿日期:2012-08-27. 网络出版日期:2013-01-25.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61074076);中国博士后科学基金资助项目(20090450119);中国博士点新教师基金资助项目(20092304120017).

通信作者:徐鹏. E-mail: newadress@126.com.

个群体的进化趋势,然后由概率模型采样生成新的群体。文献[2-4]首先利用 EDA 求解多目标优化问题。2008 年,Zhang 等提出了基于规则模型的分布估计多目标算法(regularity model-based multiobjective estimation of distribution algorithm, RM-MEDA),该算法很好地利用了 Pareto 最优解集的规律性,与基于父代中心重组的非劣排序遗传算法(parent-centric recombination-based nondominated sorting genetic algorithm II, PCX-NSGA-II) 及第 3 代通用差异演化算法(the third evolution step of generalized differential evolution, GDE3) 相比,其在多样性上显示了卓越的性能^[5]。

分布估计算法具有良好的全局搜索能力,但局部优化能力较差,对于高维的优化问题常常陷入局部最优解,出现早熟收敛的现象^[6]。差分进化(differential evolution, DE) 算法是由 Storn 等^[7]于 1997 年提出的,文献[8-10]将其应用于多目标优化问题的求解。差分进化算法具有高效性、鲁棒性好、易于与其他算法混合等特点^[11]。因此本文将分布估计算法与差分进化算法相结合,来求解多目标优化问题。在求解时,每一次迭代中都同时使用这 2 种算法来产生新粒子,并根据搜索时期的不同,对 2 种算法的使用比例进行调节,充分发挥了分布估计算法的全局搜索能力,并且利用差分进化算法来弥补分布估计算法局部优化能力差的不足,以便求得更好的优化结果。

1 多目标优化问题的数学描述

多目标优化问题是普遍存在的一类问题^[12],以最小化为例,无约束多目标优化问题可表示为

$$\min \mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \cdots \ f_m(\mathbf{x})]^T.$$

式中: m 为目标函数个数, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T \in D$ 为决策向量, D 表示决策向量所在的决策空间。

对决策空间 D 中的任意 2 个决策向量 \mathbf{x}_1 和 \mathbf{x}_2 ,如果满足条件:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}, f_i(\mathbf{x}_1) \leq f_i(\mathbf{x}_2);$$

$$\exists j \in \{1, 2, \dots, m\}, f_j(\mathbf{x}_1) < f_j(\mathbf{x}_2).$$

则称 \mathbf{x}_1 支配 \mathbf{x}_2 ,记为 $\mathbf{x}_1 < \mathbf{x}_2$ 。

对决策空间 D 中的任意一个决策向量 \mathbf{x} ,如果满足条件:

$$\neg \exists \mathbf{x}^* \in D, \mathbf{x}^* < \mathbf{x}.$$

则称 \mathbf{x} 为非劣解或 Pareto 最优解, D 中的 Pareto 最优解构成的集合 Z 称为非劣解集或 Pareto 最优解集,相应的集合 $f(Z)$ 称为 Pareto 最优前端。

2 组合多目标优化算法

本文定义了一个选择因子,通过选择因子来控制每个新粒子的生成方式,选择用分布估计算法或差分进化算法生成新粒子,并以概率的方式控制 2 种算法在每一次迭代中的使用比例,使得比例随着搜索时期进行变化,以适应不同搜索时期的搜索需求。采用从整个群体中选优的种群更新策略,来更好地符合多目标优化的 Pareto 最优解的特性。

2.1 分布估计算法

分布估计算法首先要建立概率模型,来描述求得的解在空间的分布,然后对概率模型进行随机采样,产生新的种群^[11]。本文算法采用固定高度的直方图(marginal fixed-height histogram, FHH) 概率模型^[13],设决策空间的维数为 n ,固定高度的直方图概率模型即是将决策变量第 j ($j=1, 2, \dots, n$) 维的搜索空间 $[a_j, b_j]$ 分为若干个子区间,并使每一个子区间内包含的粒子在第 j 维分量的个数相同。

本文算法根据种群中的非劣解来建立分布模型,因为多目标优化中每一次迭代求得的非劣解数量不同,如果令子区间包含的样本个数大于 1,会产生分配不均匀的现象,所以令每一个子区间包含的样本数为 1,即区间高度为 1,这样每一维划分出的子区间数都等于算法求得的非劣解的数量。

设非劣解的个数为 p ,则建立模型的具体方法为:对非劣解第 j ($j=1, 2, \dots, n$) 维的分量进行由小到大的排序,然后令每个子区间包含 1 个分量,划分出 p 个子区间,相邻分量的中点作为相应子区间的边界,搜索空间的边界 a_j, b_j 分别作为第 1 个子区间的左边界和最后一个子区间的右边界,这样就建立了一个由 $p \times n$ 个区间组成的分布模型。生成新粒子的操作方法为:对第 j ($j=1, 2, \dots, n$) 维,在搜索空间第 j 维划分出的子区间中随机选 1 个子区间,每个子区间的选择概率都为 $1/p$,在这个区间中随机生成 1 个值,作为新粒子在第 j 维的分量,这样就得到 1 个新的粒子。

排序后相邻分量间的距离越小,相应区间宽度就越小,则在这个区间产生的值越密集,故在该区间范围的解的密度和精度都得到了提高。这样对于非劣解分布越密集的区域搜索强度就越大,使得算法可以快速定位到最优解所在的区域。但是在进化后期,非劣解数量增多,而本文使用的模型每一维划分的子区间数等于非劣解数量,这样划分出的区间数就会增多,在生成新粒子的时候有些区间可能不被使用到,导致生成粒子不能准确反映出非劣解的分

布情况.

2.2 选择因子

令 t 为当前迭代次数, 则选择因子 c_t 的计算公式为

$$c_t = c_0 - \frac{t}{t_{\max}} c_0. \quad (1)$$

式中: c_0 为常数, t_{\max} 为最大迭代次数. 设种群中的粒子个数为 q , 第 $t-1$ 代种群中的第 i ($i=1, 2, \dots, q$) 个粒子为 \mathbf{x}_i^{t-1} , 则在生成第 i 个新粒子的时候, 首先产生一个 $[0, 1]$ 内的随机数 p_i , 如果 p_i 小于 c_t , 则用分布估计方法产生一个新粒子; 否则, 用差分进化算法对 \mathbf{x}_i^{t-1} 进行交叉、变异生成一个新粒子.

从式(1)中可以看出, 选择因子随着进化代数的增加而逐渐变小, 这使得在寻优过程中, 用分布估计算法生成新粒子的概率逐渐变小, 而用差分进化算法生成新粒子的概率逐渐变大, 可以实现在寻优初期, 主要利用分布估计算法进行搜索, 快速地找到非劣解的分布区域, 而在寻优后期, 主要用差分进化算法进行精确搜索. 另外, 由于种群中粒子的数量比较多, 按概率选择每个新粒子的生成方式, 可以使 2 种算法在每一次迭代中的使用比例都很好地符合统计规律, 使得算法能抵抗随机性的影响, 寻优结果更稳定.

2.3 差分进化算法

差分进化算法通过类似于遗传算法的变异、交叉等操作来生成新的个体^[7], 其变异是通过扰动参数向量实现的. 设种群中的粒子个数为 q , 种群 $P = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_q\}$, 则第 i ($i=1, 2, \dots, q$) 个粒子的扰动参数向量 \mathbf{C}_i 的计算公式为

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{x}_{r_1} + \alpha(\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3}).$$

式中: $r_1, r_2, r_3 \in [1, q]$ 是随机选取的整数, 且满足 $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$; 变异因子 α 是 $[0, 2]$ 上的一个常数. 在交叉时, 对 \mathbf{x}_i 的分量 x_{ij} ($j=1, 2, \dots, n$), 产生位于 $[0, 1]$ 内的随机数 s_j , 则交叉操作公式为:

$$x'_{ij} = \begin{cases} C_{ij}, & s_j < p_c; \\ x_{ij}, & \text{其他.} \end{cases} \quad (2)$$

式中: p_c 为交叉概率, 是一个常数. 通过交叉、变异就可得到一个新粒子 \mathbf{x}'_i .

变异因子 α 决定了粒子变异范围的大小, 因此本文定义了一个可变的变异因子, 其计算公式为

$$\alpha_t = c_t + \alpha_0. \quad (3)$$

式中: t 为当前迭代次数, c_t 为第 t 次迭代中的选择因子, α_0 为一个常数. 则第 i 个粒子的扰动参数向量的计算公式变为

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{x}_{r_1} + \alpha_t(\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3}). \quad (4)$$

选择因子 c_t 随着进化代数的增加而逐渐变小, 使得 α_t 也随着进化代数的增加而变小, 这样差分进化算法在初期的变异范围相对较大, 能够辅助分布估计算法进行全局搜索, 而在进化后期, 差分进化算法的变异因子比较小, 可以在非劣解的分布区域内进行精确的搜索, 提高算法的求解精度.

2.4 种群更新策略

多目标优化需要求得的是多个非劣解, 往往不能单独比较新粒子和原粒子的优劣性, 所以本文选用从群体中选优的方法选择个体进入下一代^[5]. 设第 $t-1$ 代的种群为 P^{t-1} , 通过 P^{t-1} 生成的新粒子 $\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \dots, \mathbf{x}'_q$ 组成的种群为 P' , 则令 $Q = P^{t-1} \cup P'$, 从 Q 中选出 q 个粒子形成种群 P^t .

设集合 $S = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{|S|}\}$, 则定义 S 中点 \mathbf{x}_i ($i=1, 2, \dots, |S|$) 的拥挤距离 $d(\mathbf{x}_i, S)$ 为:

$$d(\mathbf{x}_i, S) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{|S|} 1/d_f(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j),$$

$$d_f(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = ((f_1(\mathbf{x}_i) - f_1(\mathbf{x}_j))^2 + (f_2(\mathbf{x}_i) - f_2(\mathbf{x}_j))^2 + \dots + (f_m(\mathbf{x}_i) - f_m(\mathbf{x}_j))^2)^{1/2}. \quad (5)$$

式中: m 为目标函数的个数.

选择粒子的具体步骤为:

1) 用 NSGA-II 的非劣排序方法^[14] 将集合 Q 划分为 F_1, F_2, \dots, F_g, g 为划分出集合的数量;

2) 令 $k=0, P^t = \emptyset$;

3) 如果 $|P^t| < q$, 则执行 4), 否则执行 6);

4) 令 $k=k+1, P^t = P^t \cup F_k$, 转到 3);

5) 按式(5)计算集合 $P^t \cap F_k$ 中每个粒子的拥挤距离 $d(\mathbf{x}_i, P^t \cap F_k)$, $i=1, 2, \dots, |P^t \cap F_k|$, 选择拥挤距离最大的粒子从 P^t 中删除(如果有多个拥挤距离等于最大值的粒子, 则随机选择 1 个从 P^t 中删除), 执行 6);

6) 如果 $|P^t| > q$, 则执行 5), 否则计算结束.

2.5 算法的步骤

本文算法的流程如图 1 所示, 其具体步骤为:

1) 初始化种群, 随机产生 q 个粒子 $\mathbf{x}_1^0, \mathbf{x}_2^0, \dots, \mathbf{x}_q^0$ 作为初始解, 放入集合 P^0 中, 令 $t=1$;

2) 计算 P^{t-1} 中粒子的目标函数值;

3) 确定 P^{t-1} 中的非劣解集, 按 2.1 中的方法, 根据非劣解集对搜索空间的每一维进行区间划分, 建立分布模型;

4) 根据式(1)计算选择因子 c_t , 根据式(3)计算差分进化算法的变异因子 α_t , 令 $i=1$;

5) 产生一个 $[0, 1]$ 内的随机数 p_i , 如果 p_i 小于 c_t , 则用分布估计方法产生一个粒子作为新粒子 \mathbf{x}'_i ,

否则,用差分进化算法根据式(4)和式(2)对 x_i^{t-1} 进行变异、交叉操作,生成新粒子 x'_i ;

6)如果 i 等于 q ,则令 $P' = \{x'_1, x'_2, \dots, x'_q\}$,执行
7),否则,令 $i = i + 1$,执行 5);

7)令 $Q = P'^{-1} \cup P'$,根据 2.4 中的方法从 Q 中选出 q 个粒子,记为 x'_1, x'_2, \dots, x'_q ,令 $P' = \{x'_1, x'_2, \dots, x'_q\}$;

8)如果达到最大迭代次数,停止计算,否则,令 $t = t + 1$,执行 2).

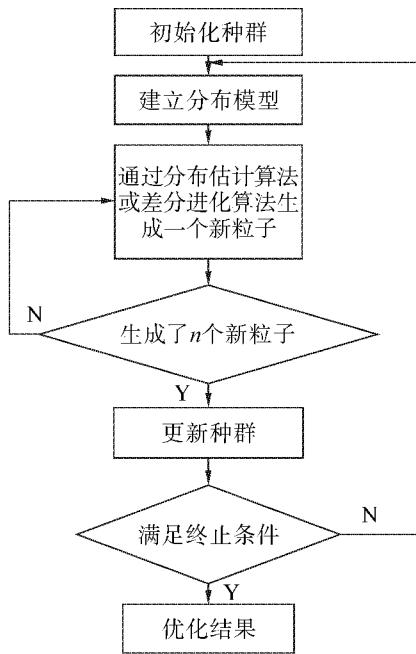


图 1 本文算法的流程图

Fig. 1 Flow chart of the proposed algorithm

3 仿真实验

为了验证本文算法的有效性,选取文献[15]中 Zitzler 等提出的测试函数 ZDT1、ZDT2、ZDT3、ZDT6 对算法进行测试,使用文献[14]中的收敛性指标 γ 和多样性指标 Δ 对算法求得的非劣解集进行评价,并将本文算法与文献[14]中基于实数编码的非劣排序多目标遗传算法(nondominated sorting genetic algorithm II, NSGA-II),文献[5]的 RM-MEDA 算法进行比较.其中, NSGA-II 的实验结果来自文献[14],RM-MEDA 和本文算法的实验结果是用 Matlab 7.0 编程运行获得.

NSGA-II 的参数设置为:种群大小为 100,进化代数为 250 代,交叉概率 $p_c = 0.9$, $\eta_c = 20$, $\eta_m = 20$, 变异概率 $p_m = 1/n$,其中 n 为粒子的维数. RM-MEDA 和本文算法的种群大小为 100,进化代数为 250 代,RM-MEDA 的分类数为 5,簇扩展系数是 0.25,最大训练次数为 50,本文算法中, $c_0 = 1$, $p_c = 0.3$, $\alpha_0 = 0.2$.本文算法的参数设置是根据其对测试函数的求解效果选取出来的,具体应用时可以根据实际问题进行调节. RM-MEDA 和本文算法都是运行 30 次,统计结果的均值和方差.3 种算法所得的 γ 的均值和方差如表 1 所示, Δ 的均值和方差如表 2 所示, RM-MEDA 和本文算法运行 30 次的平均时间如表 3 所示.图 2 为 RM-MEDA 和本文算法某一次运行求得的 4 个测试函数的 Pareto 最优前端.图 3 为 RM-MEDA 和本文算法在某一次运行中对 4 个测试函数所求得的 γ 指标的变化情况.

表 1 γ 的均值和方差

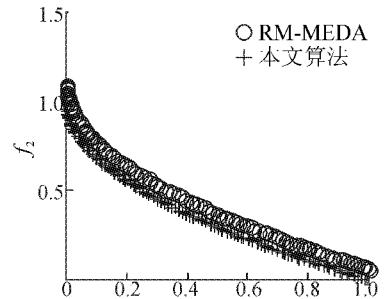
Table 1 The mean and variance of γ

算 法	ZDT1		ZDT2		ZDT3		ZDT6	
	均 值	方 差	均 值	方 差	均 值	方 差	均 值	方 差
NSGA-II	0.033 48	0.004 75	0.072 39	0.031 69	0.114 50	0.007 94	0.296 56	0.013 14
RM-MEDA	0.030 63	0.000 35	0.056 72	0.002 23	0.079 56	0.001 16	0.821 36	0.008 54
本文算法	0.001 32	4.0864×10^{-9}	0.000 78	1.3963×10^{-9}	0.004 81	4.4532×10^{-8}	0.009 61	3.5813×10^{-6}

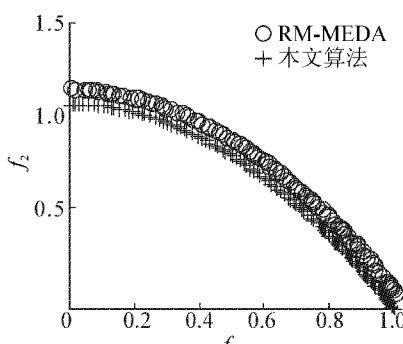
表 2 Δ 的均值和方差

Table 2 The mean and variance of Δ

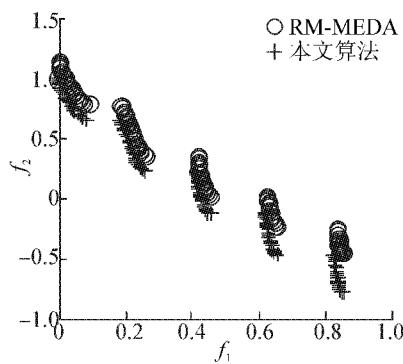
算 法	ZDT1		ZDT2		ZDT3		ZDT6	
	均 值	方 差	均 值	方 差	均 值	方 差	均 值	方 差
NSGA-II	0.390 31	0.001 88	0.430 78	0.004 72	0.738 54	0.019 71	0.668 03	0.009 92
RM-MEDA	0.248 15	0.000 63	0.394 92	0.006 14	0.562 87	0.000 84	0.736 93	0.011 57
本文算法	0.154 09	0.000 13	0.150 60	0.000 17	0.431 07	0.000 03	0.570 36	0.001 74



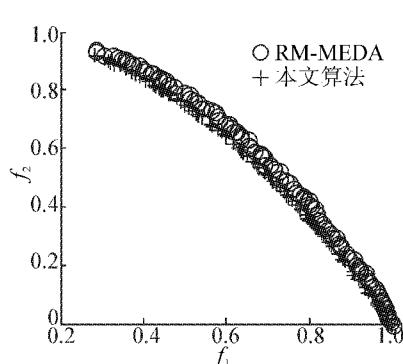
(a) ZDT1



(b) ZDT2

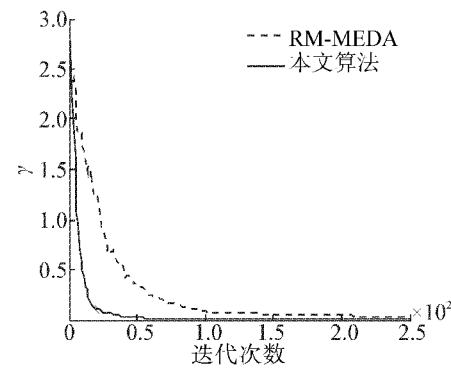


(c) ZDT3

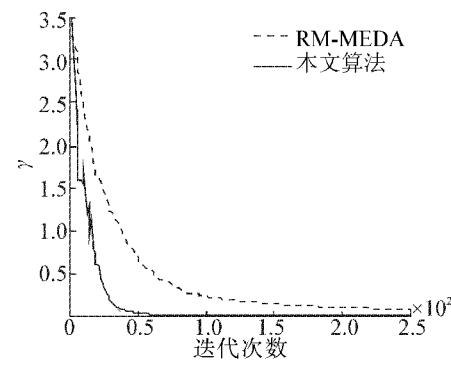


(d) ZDT6

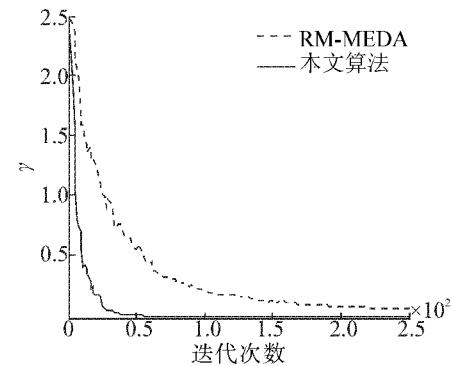
图2 RM-MEDA 和本文算法求得的 Pareto 最优前端
Fig. 2 The Pareto-optimal front obtained by RM-MEDA and the proposed algorithm



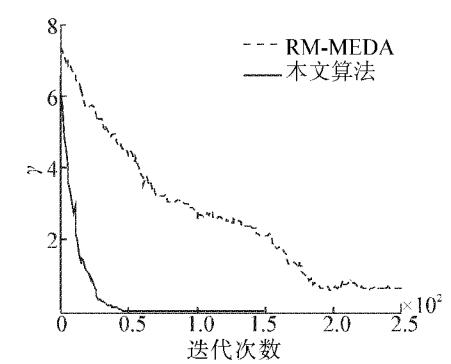
(a) ZDT1



(b) ZDT2



(c) ZDT3



(d) ZDT6

图3 RM-MEDA 和本文算法求解过程中 γ 的值
Fig. 3 The value of γ in the solution process of RM-MEDA and the proposed algorithm

表 3 平均运行时间
Table 3 The average running time

算法	ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT6	s
RM-MEDA	44.657 8	45.927 6	33.258 8	48.547 3	
本文算法	8.553 1	8.790 1	6.685 4	9.174 6	

从表 1 可以看出,本文算法对 4 个测试函数求得的 γ 的均值和方差都小于前 2 种算法。对于 Pareto 前端为凸的 ZDT1 函数,3 种算法求得的 Pareto 最优解集收敛性都比较好,而本文算法求得的 Pareto 最优解集收敛性好于前 2 种算法。对于 Pareto 前端为凹的 ZDT2 函数,NSGA-II 和 RM-MEDA 求得的 Pareto 最优解集的收敛性都有所下降,而本文算法所求得的 γ 的均值和方差与 ZDT1 函数相比有所减小,说明本文算法并没有受到 ZDT2 函数的凹形 Pareto 前端的影响,收敛性更好,更加稳定。对于 Pareto 前端非连续的 ZDT3 函数,3 种算法求得的 Pareto 最优解集的收敛性都有所下降,但本文算法好于前 2 种算法。ZDT6 的 Pareto 前端是凹形并且分布不均匀,3 种算法求得的 γ 的均值和方差都有所增加,且本文算法好于前 2 种算法。

从表 2 可以看出,本文算法对 4 个测试函数求得的 Δ 的均值和方差都小于前 2 种算法。对于 ZDT1 函数,RM-MEDA 求得的 Pareto 最优解集的分布性好于 NSGA-II,本文算法求得的 Pareto 最优解集的分布性优于前 2 种算法。对于 ZDT2 函数,RM-MEDA 求得的 Δ 的均值小于 NSGA-II,但 Δ 的方差大于 NSGA-II,说明 RM-MEDA 求得的 Pareto 最优解集在分布性上不如 NSGA-II 稳定,而本文算法求得的 Pareto 最优解集的分布性更好,更加稳定。对于 ZDT3 函数,本文算法求得的 Pareto 最优解集的分布性好于前 2 种算法,并且分布性更加稳定。对于 ZDT6 函数,NSGA-II 求得的 Pareto 最优解集的分布性好于 RM-MEDA,本文算法好于前 2 种算法。

从图 3 可以看出,本文算法对 4 个测试函数的求解过程中, γ 值在初期的下降速度比 RM-MEDA 快,说明本文算法的收敛速度快于 RM-MEDA。可见本文算法在初期利用分布估计算法,通过种群中非劣解的分布情况,快速定位到了最优解区域,并且随着差分进化算法使用比例的逐渐增加,有利于算法在寻优后期进行精确搜索,从而求得更好的解。从表 3 中可以看出,本文算法对 4 个测试函数运行 30 次的平均运行时间小于 RM-MEDA,说明本文算法的操作和运算相对简单,运行速度快于 RM-MEDA。

通过对实验结果的分析可见,本文算法首先通

过分布估计算法使种群快速地收敛,然后利用差分进化算法精细搜索的特性来提高求解精度,并在更新种群时进行严密的筛选,以保证新种群的分布性。而且该算法根据统计规律来控制每一次迭代中 2 种算法的使用比例,使得收敛性和分布性指标的统计方差比较小,算法的效果稳定。

4 结束语

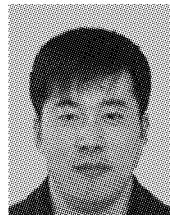
本文提出了一种组合分布估计和差分进化的多目标优化算法,根据分布估计算法和差分进化算法各自的寻优特性,将 2 种算法相结合,来弥补各自的不足。首先充分利用分布估计算法加快了收敛速度,然后通过差分进化算使得求解精度有所提高,并令差分进化算法的变异因子逐渐变化,使得差分进化算法在不同的搜索时期起到不同的作用。通过仿真实验,证明了该算法的有效性和稳定性。但固定高度的分布估计算法只能通过对粒子每一维进行单独建模来合成整体的模型,这种方法虽然操作简单,却降低了建模的准确性,如何快速准确地建立模型来提高搜索效率是下一步要研究的内容。

参考文献:

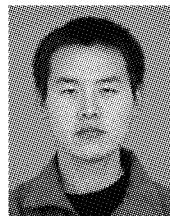
- [1] 周树德,孙增圻. 分布估计算法综述[J]. 自动化学报, 2007, 33(2): 113-124.
ZHOU Shude, SUN Zengqi. A survey on estimation of distribution algorithms[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(2): 113-124.
- [2] KHAN N, GOLDBERG D E, PELIKAN M. Multi-objective Bayesian optimization algorithm[R]. Urbana, USA: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2002.
- [3] OKABE T, JIN Y, SENDHOFF B, et al. Voronoi-based estimation of distribution algorithm for multi-objective optimization[C]//Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, USA, 2004: 1594-1601.
- [4] SASTRY K, PELIKAN M, GOLDBERG D E. Decomposable problems, niching, and scalability of multiobjective estimation of distribution algorithms[R]. Urbana, USA: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2005.
- [5] ZHANG Qingfu, ZHOU Aimin, JIN Yaochu. RM-MEDA: a regularity model-based multiobjective estimation of distribution algorithm[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(1): 41-63.
- [6] 程玉虎,王雪松,郝名林. 一种多样性保持的分布估计算法[J]. 电子学报, 2010, 38(3): 591-597.
CHENG Yuhu, WANG Xuesong, HAO Minglin. An estimation of distribution algorithm with diversity preservation[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(3): 591-597.

- [7] STORN R, PRICE K. Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341-359.
- [8] ROBIC T, FILIPIC B. DEMO: differential evolution for multiobjective optimization[C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Berlin, Germany: Springer, 2005: 520-533.
- [9] 牛大鹏,王福利,何大阔,等. 多目标混沌差分进化算法[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 361-370.
NIU Dapeng, WANG Fuli, HE Dakuo, et al. Chaotic differential evolution for multiobjective optimization[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(3): 361-370.
- [10] ZHAO Mengling, LIU Ruochen, LI Wenfeng, et al. Multi-objective optimization based differential evolution constrained optimization algorithm [C]//Proceedings of 2010 Second WRI Global Congress on Intelligent Systems. Piscataway, USA, 2010: 320-326.
- [11] 李丽蓉,高卫峰. 混合差分进化算法[J]. 计算机工程与设计, 2012, 33(6): 2446-2450.
LI Lirong, GAO Weifeng. Hybrid differential evolution algorithm[J]. *Computer Engineering and Design*, 2012, 33(6): 2446-2450.
- [12] 陶新民,刘玉,付丹丹,等. 混合变异克隆选择多目标优化算法[J]. 计算机仿真, 2011, 28(10): 199-203.
TAO Xinmin, LIU Yu, FU Dandan, et al. Hybrid mutation clonal selection multiobjective optimization algorithm [J]. *Computer Simulation*, 2011, 28(10): 199-203.
- [13] TSUTSUI S, PELIKAN M, GOLDBERG D E. Probabilistic model-building genetic algorithms using marginal histograms in continuous domain[C]//Proceedings of the 5th International Conference on Knowledge Based Intelligent Information Engineering Systems and Allied Technology. Amsterdam, The Netherlands, 2001: 112-121.
- [14] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [15] ZITZLER E, DEB K, THIELE L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results[J]. *Evolutionary Computation*, 2000, 8(2): 173-195.

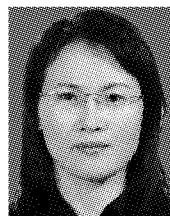
作者简介:



陶新民,男,1973年生,副教授,硕士生导师,博士,主要研究方向为自然计算、数据简约、故障诊断.发表学术论文20余篇,其中被EI检索8篇.



徐鹏,男,1987年生,硕士研究生,主要研究方向为自然计算、信号处理.



刘福荣,女,1970年生,副教授,博士,主要研究方向为故障诊断、群智能计算、人工智能.