doi:10.3969/j.issn.1673-4785.2011.05.009

微粒群算法中粒子运动稳定性分析

胡成玉[1,2],吴湘宁[1],颜雪松[1]
(1.中国地质大学 计算机学院,湖北 武汉 430074;2.华中科技大学 控制科学与工程系,湖北 武汉 430074)

摘　要:在研究微粒群算法是否收敛时,粒子运动稳定是微粒群算法收敛的前提条件,在分析粒子运动稳定性时,大多数文献假定微粒群只有单个粒子,最优粒子位置和局部最优粒子位置固定不动,并且忽略粒子运动的随机性,这些假定忽视了粒子算法中粒子运动的本质.首先从评估函数出发,考虑到粒子间的交换性,给出了吸引位置存在的证明,然后利用随机过程理论对粒子的运动进行分析,证明了最优粒子的位置序列是不断靠近吸引位置,最后考虑粒子运动的随机性,利用时变差分系统理论,构造李亚普诺夫能量函数,得到了微粒群中任意粒子运动稳定的条件.

关键词:微粒群算法;粒子运动;稳定性分析;评估函数;随机过程;时变差分系统
中图分类号:TP301.6　**文献标志码**:A　**文章编号**:1673-4785(2011)05-0445-05

Stability analysis of the particle dynamics in a particle swarm optimization

HU Chengyu[1,2], WU Xiangning[1], YAN Xuesong[1]
(1. School of Computer Science, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: When investigating the convergence of a particle swarm optimization, the stability of the particle dynamics must be guaranteed first. When analyzing stability of particle dynamics, most studies assume that the particle swarm has only one particle and that the positions of the optimum particle and the locally optimum particle are fixed and invariable. Furthermore, the randomicity of particle movement is omitted. These assumptions ignore the essence of particle movement in a particle swarm optimization. Starting from the evaluation function, this paper proved the existence of the attraction position, taking into consideration the exchangeability among multiple particles. It also analyzed the movement of particles using the stochastic process theory, proving that the position sequence of the optimum particle is continuously approaching the attraction position. Finally, considering the randomicity of particle movement and using the time-varying model, the Lyapunov energy function was constructed and the condition for stability of any particle' s movement in the particle swarm was given.

Keywords: particle swarm optimization; particle dynamics; stability analysis; evaluation function; stochastic process; time-varying differential system

微粒群优化算法(particle swarm optimization, PSO)是一种基于群体智能的演化算法[1],由于PSO概念简单,易于实现,因而在短时间内便得到很大发展,迅速得到了国际进化计算研究领域的认可,并且在很多问题中得到了应用,比如在TSP问题、神经网络训练、PID参数自适应调节等.

收稿日期:2011-06-14.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60873107);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(CUGL090236).
通信作者:胡成玉. E-mail: huchengyu@cug.edu.cn.

虽然微粒群更新公式形式简单,但是如何从理论上来证明该算法能够找到全局最优解,还是一个很大的挑战.主要原因在于:1)微粒群在寻优的过程中,是由大量粒子互相协作交互而实现的,虽然这种交换规则简单,但是整个种群的动力学过程却是非常复杂的;2)微粒群中的个体由于具有记忆特性,它能保留自己在寻优过程中的最好位置,因此,在研究粒子更新的时候很难判断粒子是跟随全局极值还是自己所存储的最好位置;3)由于更新的过程是随机的,因此就很难用确定性的数学分析方法分

析轨迹的稳定性;4)微粒群算法的行为和适应值函数密切相关,不同的标准函数使得算法在寻优性能上表现出较大的差异.

基于以上原因,较多的学者在分析微粒群算法的运动稳定性时,对粒子的运动状态进行了简化分析. 文献[2-3]假定微粒群优化是单个粒子在一维空间搜索,这样全局最优位置 g_{best} 等同于局部最优位置 p_{best},另外作者还假定 g_{best} 和 p_{best} 固定,粒子运动无随机性,这样就可以把单个粒子运动看成常系数二阶差分方程. 文献[4-10]在类似的假定下,利用线性常系数离散动态系统的理论,或者控制稳定性理论对粒子运动行为进行分析.

以上文献的不足在于忽略粒子之间的交互性和运动随机性,而微粒群算法之所以能够取得成功,其原因之一在于粒子间的交互性,粒子之间通过互相超越而不断靠近极值点,当多个粒子交互运动时,把 g_{best} 等同于 p_{best} 是不合理的. 另外,由于 g_{best} 和 p_{best} 的位置更新是评估函数决定的,因此脱离评估函数而直接假定 g_{best} 和 p_{best} 的位置不动也是不妥当的. 微粒群算法取得成功的另一原因在于粒子的运动随机性,粒子依靠随机性不断开拓新的搜索区域,因此在考虑运动稳定性的时候,忽略粒子运动的随机性,把系统当成一个确定性系统也是不合适的.

本文从评估函数出发,首先阐明全局最优 g^*_{best} 的存在性,然后利用随机过程理论证明全局最优位置 $g(t)$ 实际上是一个收敛的位置序列,微粒群优化过程实际上是全局最优位置序列 $\{g(t)\mid t=1,2,\cdots,\max\}$ 不断靠近 g^*_{best} 的过程. 基于以上假设和证明,利用随机离散时变系统的稳定性理论,在考虑随机性存在的情况下,对微粒群的运动稳定性进行分析.

1 微粒群算法

1998 年,Shi 和 Eberhart 正式给出标准 PSO 算法的数学描述如下:

$$\boldsymbol{v}_{i+1} = w\boldsymbol{v}_i + c_1 r_1(\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{x}_i) + c_2 r_2(\boldsymbol{p}_g - \boldsymbol{x}_i), \tag{1}$$

$$\boldsymbol{x}_{i+1} = \boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{v}_{i+1}. \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{v}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_i$ 分别是粒子 i 的飞行速度和位置;$\boldsymbol{p}_i$、$\boldsymbol{p}_g$ 是微粒群中个体最优位置和全局最优位置;w 为惯性权重;加速常数 c_1、c_2 是 2 个非负数;r_1、r_2 是在 [0,1] 内 2 个相互独立的随机函数,服从均匀分布. 此外,粒子的速度 $\boldsymbol{v}_i$ 由最大速度 $\boldsymbol{v}_{max}$ 所限制,若 $\boldsymbol{v}_i > \boldsymbol{v}_{max}$,则令 $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_{max}$.

在式(1)中,粒子的速度更新公式包括 3 项内容,第 1 部分为微粒先前的速度,第 2 部分为“认知”部分,因为它仅考虑了微粒自身的经验,表示微粒本身的思考,第 3 部分为“社会”部分,表示微粒间的社会信息共享. 如果基本微粒群算法的速度进化方程仅包含“认知”部分,则其性能变差. 主要原因是不同的微粒间缺乏信息交流,即没有社会信息共享,微粒间没有交互,使得一个规模为 N 的群体等价于运行了 N 个单个微粒,因而得到最优解的概率非常小. 若速度进化方程中仅包含“社会”部分,则微粒没有认知能力,虽然微粒在相互作用下,有能力到达新的搜索空间,并且收敛速度比基本微粒群算法更快,但对于复杂问题,则容易陷入局部最优点.

2 全局最优粒子运动行为分析

由于微粒群的运动和评估函数密切相关,不同的评估函数对应不同的适应值景观,微粒群在不同的适应值景观下的运动模式区别非常大. 本文从评估函数开始给出如下假定.

假定 1 评估函数 $f:\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ 是一个最小值函数,存在一个下界 $\underline{f} \in \mathbf{R}$,对于解空间所有的 x,有 $f(x) \geqslant \underline{f}$.

这个假定是合情合理的,因为对于最小化优化问题而言,肯定是存在一个下界,对算法的全局最优位置序列 $g(t)$ 而言,$f(g(t)) \geqslant \underline{f}$.

定理 1 全局最优位置序列 $g(t)$ 中一定存在一个最优位置 g 使得对应的评估函数序列 $f(g(t))$ 收敛到一个常数 f_g,即

$$\lim_{t\to\infty} f(g(t)) = f_g.$$

证明 由于微粒群算法在更新全局最优和个体最优位置时采用式(3)和(4).

个体极值的更新:

$$p_i(t+1) = \begin{cases} p_i(t), & f(x_i) \geqslant f(p_i); \\ x_i(t), & f(x_i) < f(p_i). \end{cases} \tag{3}$$

全局极值的更新:

$$g(t+1) = \begin{cases} g(t), & \min\limits_i f(p_i) \geqslant f(g(t)); \\ p_i(t), & \min\limits_i f(p_i) < f(g(t)). \end{cases} \tag{4}$$

因此 $f(g(t+1)) \leqslant f(g(t))$.

由此可以推断 $\{f(g(t))\}$ 序列是一个单调递减的序列,由假定可知,$f(g(t)) \geqslant \underline{f}$,因此必然存在一个点 g 使得

$$\lim_{t\to\infty} f(g(t)) = f(g) = f_g.$$

以此为基础,可以得出全局最优位置 $g(t)$ 以均方收敛逼近 g. 为了证明这个定理,首先做如下定义.

定义 1　若 x 为随机变量,$\mathrm{E}(x)$ 分别为随机变量 x 的期望. 若随机序列 $\{x_0, x_1, \cdots, x_t, \cdots\}$ 满足 $\lim\limits_{t\to\infty}\mathrm{E}(\|x_t - g\|^2) = 0$,则称该序列均方收敛于 g.

定理 2　在假定 1 的基础上,微粒群算法中的最优粒子的位置序列均方收敛于 g.

证明　由假定 1 和定理 1 可知,微粒群全局最优位置为 g,对于最优粒子 $p_i = p_g = g$,若算法中速度的惯性权重 w 不变,学习因子 $c_1 = c_2 = c$. 首先展开 $\lim\limits_{t\to\infty}\mathrm{E}(\|x_t - g\|^2)$ 如下:

$$\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(\|x_t - g\|^2) = \lim_{t\to\infty}(\mathrm{E}(x_t^2 + g^2 - 2gx_t)) = \lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_t^2) + g^2 - 2g\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_t). \tag{5}$$

然后计算 $\mathrm{E}(x_t)$,由文献[5-10]可知,粒子每次迭代时位置更新变形为

$$x_{t+2} + (\phi_1 + \phi_2 - w - 1)x_{t+1} + wx_t = \phi_1 p_i + \phi_2 g. \tag{6}$$

对式(6)两端求期望:

$$\mathrm{E}(x_{t+2}) = (1 + w - c)\mathrm{E}(x_{t+1}) - w\mathrm{E}(x_t) + cg.$$

其齐次特征方程为 $\lambda^2 + (c - 1 - w)\cdot\lambda + w = 0$,其根为 $\lambda_{1,2} = \dfrac{w + 1 - c \pm \sqrt{(w + 1 - c)^2 - 4w}}{2}$.

如果 $\mathrm{E}(x_t)$ 收敛,其条件由自动控制原理中的经典 jury 判据可得:

$$\begin{cases} 0 < c < 2(1 + w); \\ -1 < w < 1. \end{cases}$$

在此条件下对应的差分方程的通解为 $\mathrm{E}(x_t) = k_1\lambda_1^t + k_2\lambda_2^t + C$.

由初值条件:

$$\begin{cases} \mathrm{E}(x_0) = x_0, \\ \mathrm{E}(x_1) = wv_0 + (c - w)x_0 + (1 + w - c)g. \end{cases}$$

可以计算 k_1、k_2、C,其中 $C = g$,故

$$\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_t) = \lim_{t\to\infty}(k_1\lambda_1^t + k_2\lambda_2^t + g) = g.$$

下面计算 $\mathrm{E}(x_{t+2}^2)$、$\mathrm{E}(x_{t+2}x_{t+1})$:

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(x_{t+2}^2) &= \mathrm{E}[(x_{t+2})(x_{t+2})] = \\ &\mathrm{E}(x_{t+1}^2)\left(w'^2 - 2cw' + \frac{7}{6}c^2\right) + \\ &\mathrm{E}(x_t x_{t+1})(-2ww' + 2wc) + \mathrm{E}(x_t^2)w^2 + \\ &\mathrm{E}(x_{t+1})\left(2gcw' - \frac{7}{3}c^2\right) + \mathrm{E}(x_t)(2gcw) + \frac{7}{6}g^2c^2. \end{aligned} \tag{7}$$

可以观察式(7)中含有 $\mathrm{E}(x_{t+2}x_{t+1})$,因此把式(6)的左右两边乘以 x_{t+1},然后对公式两边求期望,化简后得式(8).

$$\mathrm{E}(x_{t+2}x_{t+1}) = (w' - c)\mathrm{E}(x_{t+1}^2) - w\mathrm{E}(x_{t+1}x_t) + \mathrm{E}(x_{t+1})cg. \tag{8}$$

这里并不直接求特征方程的根,而用待定系数法直接求解 $\mathrm{E}(x_t^2)$ 和 $\mathrm{E}(x_{t+1}x_t)$. 对于式(7)和(8),假定 $\mathrm{E}(x_t^2)$ 和 $\mathrm{E}(x_{t+1}x_t)$ 分别收敛于 T、S,即

$$\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_t^2) = T,\ \lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_{t+1}x_t) = S.$$

因为 $\lim\limits_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_t) = g$,所以式(7)化简为式(9),式(8)化简为式(10).

$$\begin{aligned} T &= T\left(w'^2 - 2cw' + \frac{7}{6}c^2\right) + \\ &Tw^2 + S(-2ww' + 2wc) + \\ &p\left(2gcw' - \frac{7}{3}c^2\right) + g(2pcw) + \frac{7}{6}g^2c^2, \end{aligned} \tag{9}$$

$$S = T(w' - c) - wS + g^2c. \tag{10}$$

联合式(9)和(10)求出 T:

$$T = \frac{2g^2c - \frac{7}{6}g^2c^2 + \frac{2g^2cw}{1 + w}(c - 1 - w)}{\frac{c^2(5w - 7) + 12c(1 - w^2)}{6(w + 1)}} = g^2.$$

也即 $\lim\limits_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_t^2) = g^2$.

因此由式(5)可以得到

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(\|x_t - g\|^2) = \\ &\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_t^2) + g^2 - 2g\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}(x_t) = \\ &g^2 + g^2 - 2g\cdot g = 0. \end{aligned}$$

根据定义 2 可以知道,x_t 以均方收敛于 g,粒子轨迹最终趋于固定,获证. 有了定理 2,就可以进一步分析一般粒子的运动情况.

3　一般粒子运动行为分析

由定理 2 可知,最优粒子的位置序列以均方收敛于一个稳定点 g,而其他粒子则以最优粒子为引力源向其靠近. 下面以任意一个粒子为例,考虑到粒子运动的随机性,构造李亚普诺夫函数分析粒子的运动稳定性条件.

考虑到 $\phi_1(t) = c_1 \times r_1$,$\phi_2(t) = c_2 \times r_2$,则速度更新公式可以看成时变离散差分方程:

$$\boldsymbol{v}_{t+2} + [\phi_1(t) + \phi_2(t) - w - 1]\boldsymbol{v}_{t+1} + w\boldsymbol{v}_t = 0. \tag{11}$$

令 $\Phi_{t+1} = \phi_1(t) + \phi_2(t) - 1 - w$,则式(11)变为

$$\boldsymbol{v}_{t+2} + \Phi_{t+1}\boldsymbol{v}_{t+1} + w\boldsymbol{v}_t = 0. \tag{12}$$

写成矩阵形式,式(12)等价于:

$$\begin{cases}\boldsymbol{v}_{t+1}=-\Phi_t\boldsymbol{v}_t+\boldsymbol{y}_t;\\ \boldsymbol{y}_{t+1}=-w\boldsymbol{v}_t.\end{cases}$$

下面给出定理3.

定理3 当参数满足式(13)时,微粒群中任意粒子运动稳定.

$$\begin{cases}|w|<1,\\ |\Phi_t|<a<1+w,\\ |\triangle\Phi_t|\leqslant\dfrac{\sqrt{97}-9}{8}(1-w)[(1+w^2)-a^2].\end{cases}\tag{13}$$

证明 以类比法构造李亚普诺夫函数:

$$V_t(\boldsymbol{v},\boldsymbol{y})=(1+w)(1+w^2)\boldsymbol{v}_t^2-2\Phi_t(1+w^2)\boldsymbol{v}_t\boldsymbol{y}_t+[2(1+w)+(w-1)\Phi_t^2]\boldsymbol{y}_t^2.$$

首先证明 $V_t(\boldsymbol{v},\boldsymbol{y})$ 的正定性:

$$V_t(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=(1+w)w^2\boldsymbol{v}_t^2-2\Phi_tw^2\boldsymbol{v}_t\boldsymbol{y}_t+[(1+w)+(w-1)\Phi_t^2]\boldsymbol{y}_t^2+(1+w)\boldsymbol{v}_t^2-2\Phi_t\boldsymbol{v}_t\boldsymbol{y}_t+(1+w)\boldsymbol{y}_t^2=V_t'(\boldsymbol{v},\boldsymbol{y})+V_t''(\boldsymbol{v},\boldsymbol{y}),$$

$$\frac{V_t'(\boldsymbol{v},\boldsymbol{y})}{1+w}=(1+w)^2w^2\boldsymbol{v}_t^2-2\Phi_t(1+w)w^2\boldsymbol{v}_t\boldsymbol{y}_t+(1+w)[(1+w)+(w-1)\Phi_t^2]\boldsymbol{y}_t^2=[(1+w)w\boldsymbol{v}_t-\Phi_tw\boldsymbol{y}_t]^2-\Phi_t^2w^2\boldsymbol{y}_t^2+(1+w)\cdot[(1+w)+(w-1)\Phi_t^2]\boldsymbol{y}_t^2\geqslant[(w+1)^2-\Phi_t^2]\boldsymbol{y}_t^2,$$

$$\frac{V_t''(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{1+w}=(1+w)^2\boldsymbol{v}_t^2-2\Phi_t(1+w)\boldsymbol{v}_t\boldsymbol{y}_t+(1+w)^2\boldsymbol{y}_t^2=[(1+w)\boldsymbol{v}_t-\Phi_t\boldsymbol{y}_t]^2-\Phi_t^2\boldsymbol{y}_t^2+(1+w)^2\boldsymbol{y}_t^2\geqslant[(w+1)^2-\Phi_t^2]\boldsymbol{y}_t^2.$$

因此,当 $w+1>\Phi_t$ 时,$V_t(\boldsymbol{v},\boldsymbol{y})>0$.

下面计算 $\triangle V=V_{t+1}-V_t$,整理得

$$\triangle V=\{-(1-w)[(1+w^2)-\Phi_t^2]-\triangle\Phi_t[2b\Phi_t+w^2(\Phi_t+\Phi_{t+1})-w^3\triangle\Phi_t]\}\boldsymbol{v}_t^2+2w(1+w^2)\triangle\Phi_t\boldsymbol{v}_t\boldsymbol{y}_t-(1-w)[(1+w^2)-\Phi_t^2]\boldsymbol{y}_t^2.\tag{14}$$

当 $|w|<1$,并且存在某常数 a,并且使得 $|\Phi_t|\leqslant a\leqslant 1+w$ 时,式(14)可变为不等式(15).

$$\triangle V\leqslant\{-(1-w)[(1+w^2)-a^2]+9|\triangle\Phi_t|\}\boldsymbol{v}_t^2+4|\triangle\Phi_t|\boldsymbol{v}_t\boldsymbol{y}_t-(1-w)[(1+w^2)-a^2]\boldsymbol{y}_t^2.\tag{15}$$

由于 $4\boldsymbol{v}_t\boldsymbol{y}_t\leqslant 2p^2\boldsymbol{v}_t^2+\dfrac{2}{p^2}\boldsymbol{y}_t^2(p\neq 0)$,其中 p 为任意不等于0的数. 所以式(15)可以化简为式(16).

$$\triangle V\leqslant\{-(1-w)[(1+w^2)-a^2]+(9+2p^2)|\triangle\Phi_t|\}\boldsymbol{v}_t^2-\{(1-w)[(1+w^2)-a^2]+\frac{2}{p^2}|\triangle\Phi_t|\}\boldsymbol{y}_t^2.\tag{16}$$

当 $(9+2p^2)=\dfrac{2}{p^2}$,即 $p^2=\dfrac{\sqrt{97}-9}{4}$ 时,式(15)等价于式(17).

$$\triangle V\leqslant\{-(1-w)[(1+w^2)-a^2]+\frac{8}{\sqrt{97}-9}|\triangle\Phi_t|\}(\boldsymbol{v}_t^2+\boldsymbol{y}_t^2).\tag{17}$$

所以当 $|\triangle\Phi_t|=|\Phi_{t+1}-\Phi_t|\leqslant\dfrac{\sqrt{97}-9}{8}(1-w)\cdot[(1+w^2)-a^2]$ 时,$\triangle V\leqslant 0$.

综上获证.

这里需要说明的是,任意粒子运动稳定的条件为:存在某常数 a,并且满足式(13),系数时变二阶差分系统和常系数二阶差分系统相比,多了式(13)中的条件3,而条件3是非常容易满足的. 这是由于 $\Phi_{t+1}=\phi_1(t)+\phi_2(t)-1-w$,所以 $|\phi_1(t)+\phi_2(t)-1-w|<1+w$,$\phi_1(t)>0$,$\phi_2(t)>0$,即 $0<\phi_1(t)+\phi_2(t)\leqslant 2(1+w)$. 由此

$$|\triangle\Phi_{t+1}|=|\phi_1(t+1)+\phi_2(t+1)-\phi_1(t)-\phi_2(t)|,$$

$$E(|\triangle\Phi_{t+1}|)=E(|\phi_1(t+1)+\phi_2(t+1)-\phi_1(t)-\phi_2(t)|)=|E(\phi_1(t+1))+E(\phi_2(t+1))-E(\phi_1(t))-E(\phi_2(t))|=\left|\frac{1}{2}(c_1+c_2-c_1-c_2)\right|=0.\tag{18}$$

从式(18)可以看出,式(13)中的条件3是比较容易满足的.

4 结束语

本文就微粒群运动的稳定性进行了分析,主要考虑到粒子的交互性和运动随机性,从评估函数出发,首先证明全局最优点 g_{best}^* 的存在,然后利用随机过程理论证明微粒群运动过程是一个全局位置收敛过程,最后把粒子运动过程看成一个变系数离散差分方程,构造李亚普诺夫函数,分析了任意粒子的运动稳定性,并给出了运动收敛条件.

参考文献:

[1] KENNEDY J. The behavior of particles[C]//Proceedings of 7th International Conference on Evolutionary Programming VII. San Diego, USA, 1998: 581-589.

[2] OZCAN E, MOHAN C K. Analysis of a simple particle swarm optimization system[M]//DAGLI C H, AKAY M, BUCZAK A L. Intelligent Engineering Systems Through Artificial Neural Networks: Volume 8. [S. l.]: ASME, 1998: 253-258.

[3] OZCAN E, MOHAN C K. Particle swarm optimization: surfing the waves[C]//Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, USA: IEEE, 1999: 1939-1944.

[4] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm: explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.

[5] TRELEA I C. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection[J]. Information Processing Letters, 2003, 85(6): 317-325.

[6] CAMPANA E F, FASANO G, PINTO A. Dynamic system analysis and initial particles position in particle swarm optimization[C]//IEEE Swarm Intelligence Symposium. Indianapolis, USA, 2006: 202-209.

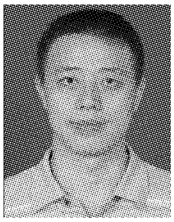
[7] KADIRKAMANATHAN V, SELVARAJAH K, FLEMING P J. Stability analysis of the particle dynamics in particle swarm optimizer[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 245-255.

[8] BLACKWELL T M. Particle swarms and population diversity[J]. Soft Computing, 2005, 9(11): 793-802.

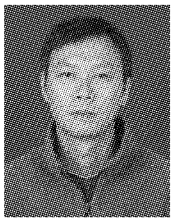
[9] Van Den BERGH F. An analysis of particle swarm optimizers[D]. Pretoria, South Africa: Department of Computer Science, University of Pretoria, 2002.

[10] CUI Zhihua, ZENG Jianchao. A guaranteed global convergence particle swarm optimizer[J]. Lecture Notes on Computer Science, 2004, 3066: 762-767.

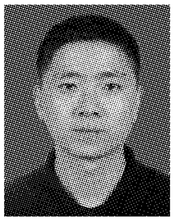
作者简介：



胡成玉，男，1978 年生，讲师，博士，CCF 会员. 主要研究方向为群集智能算法、动态优化，发表学术论文 10 余篇.



吴湘宁，男，1972 年生，副教授，主要研究方向为计算机体系结构、蚁群优化算法，主持湖北省自然科学基金项目.



颜雪松，1977 年生，副教授，博士，主要研究方向为演化计算与演化硬件. 主持国家“863”计划项目、地质过程与矿产资源国家重点实验室开放课题基金和“十一五”民用航天预先研究项目各 1 项，作为主要骨干参加过多项国家自然科学基金项目、国家“863”计划项目以及航天技术创新基金项目. 发表学术论文 10 余篇.