

反馈控制策略的自适应群集运动

王冬梅¹, 方华京²

(1. 武汉科技大学 信息科学与工程学院, 湖北 武汉 430081; 2. 华中科技大学 控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074)

摘要:针对有领航者的多智能体群集运动中可能出现的跟踪误差大或跟随者掉队的现象,提出了一种基于信息反馈的自适应的群集运动跟踪方法.采用邻近规则在领航者与周围邻近的跟随者之间引入双向信息流,使得领航者按事先确定的轨迹运行的同时,能根据邻近的跟随者的状态信息自适应地调节自身的运行状态.并采用李亚普诺夫方法分析了系统的稳定性,证明了该策略能减小系统的跟踪误差且对系统的机械故障和网络故障具有鲁棒性.仿真结果证明了该控制策略能提高系统的性能.

关键词:多智能体系统;群集运动;信息反馈;协调控制

中图分类号:TP13 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-4785(2011)02-0141-06

An adaptive flocking motion with a leader based on a feedback control scheme

WANG Dongmei¹, FANG Huajing²

(1. College of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China; 2. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: An adaptive flocking motion with information feedback was presented for a leader-following approach in a multi-Agent system. This system may have large errors or the phenomenon of the follower falling behind. By introducing two information flows between the leader and its local neighbors, the leader can track a pre-defined trajectory, and at the same time, can modify its motion according to the static information of the neighboring followers. The Lyapunov approach was used to analyze the stability of the system and demonstrate that the strategy of information feedback can decrease the tracing errors and improve the robustness of the system for overcoming mechanical and network malfunctions. The results of the simulations were given to illustrate that information feedback can improve the performance of the system.

Keywords: multi-Agent system; flocking motion; information feedback; cooperative control

近年来,多智能群体的群集运动控制问题引起了研究人员的极大关注.这主要是由于多智能体系统在生物、物理以及工程等多个领域的广泛应用^[1-3],如在军事和工业领域中的多智能体协调控制、无人机(UAVS)协调控制、多机器人编队控制、分布式传感器网络等问题.多智能体的研究主要集中于设计合适的控制协议和算法使得系统取得不同形式的协调一致性.通过采用图论和其他的一些方法,研究者研究了许多有趣的协调问题,其中带领航者群体的协调控制是研究主题之一.文献[4-7]采用邻近规则研究了带

实际领航者的群集运动控制问题,文献[8]以移动的参考点作为虚拟领航者实现群集运动,文献[9-12]采用虚拟领航者-跟随者结构研究分析了群集运动,其中文献[11-12]研究了带多个虚拟领航者的群集运动控制问题.但上述文献均没有探讨利用反馈机制修正调节领航者的运行,领航者与跟随者之间无直接的反馈.其缺点在于:首先,当领航者以时变速度运行时,跟随者将不能保持较小的跟随误差,准确地跟随期望轨迹运行,甚至跟踪失败;其次,领航者与跟随者之间是单向连接,领航者易受到攻击,缺乏鲁棒性.另一方面,当跟随者受到干扰,由于领航者不能根据跟随者的信息调节自身运行状态,跟踪效率将受到极大的影响,使得群体跟踪理想轨迹更加困难.目前存在一种从跟随者到领航者的队形反馈机制^[13-14],整个队形被

收稿日期:2010-05-11.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60574088,60874053);湖北省教育厅资助项目(Q20101105).

通信作者:王冬梅. E-mail: wdmyou@126.com.

看成一个虚拟结构,在该结构中每个个体有着对应的理想位置,个体的实际位置与对应理想位置之差作为队形误差,以此作为反馈误差来协调整个群体以固定的队形运行.该策略中整个群体需要以严格确定的队形运行,其应用范围受到了极大的限制.文献[15]初步研究了在领航者-跟随者引入反馈策略并定性地分析了系统的性能.本文在文献[15]的基础上继续探讨如何将反馈机制融合到领航者-跟随者协调控制过程中,并分析了系统的鲁棒性和容错性能.

1 有领航者的群集运动控制

考虑由一个领航者和 N 个跟随者组成的群体,跟随者的动态方程为

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{u}_i, i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

式中: $\mathbf{p}_i \in R_m$ 表示个体的位置; $\mathbf{q}_i \in R_m$ 表示速度向量; $\mathbf{u}_i \in R_m$ 表示控制输入.领航者的动态方程为

$$\dot{\mathbf{p}}_0 = \mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0 = f(\mathbf{p}_0, \mathbf{q}_0). \quad (2)$$

式中: $\mathbf{p}_0 \in R_m$ 表示个体的位置; $\mathbf{q}_0 \in R_m$ 表示速度向量; $f(\mathbf{p}_0, \mathbf{q}_0)$ 表示领航者的控制输入,领航者的状态是时变的.

定义 1 邻接图 $G(V, \varepsilon(\mathbf{p}))$ 表示个体间相互作用及通讯关系,其中: $V = \{n_0, n_1, \dots, n_N\}$ 表示顶点集,由 N 个个体组成; $\varepsilon(\mathbf{p}) = \{(n_i, n_j) \in V \times V\}$ 表示边集,由个体间的邻接关系确定.若从 n_i 到 n_j 有一条路径,则称 n_i 和 n_j 是连通的.若 $G(V, \varepsilon(\mathbf{p}))$ 中任意 2 个不同的顶点 n_i 和 n_j 都是连通的(即有路径),则称 G 为连通图.

图 \bar{G} 表示群体中所有个体间的相互作用及通讯关系,由 2 部分组成:一部分是无向图 G ,表示跟随者间通过无向边相连接;另一部分表示领航者与跟随者间通过有向边相连接.当图 G 为连通图,且图 \bar{G} 中至少有一个跟随者与领航者通过有向边相连接时,则图 \bar{G} 是连通的.

集合 $N_i \triangleq \{j | j \sim i\}$ 表示跟随者 i 的邻居集, $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, 其中 $a_{ii} = 0, a_{ij} = a_{ji} > 0 (i, j = 1, 2, \dots, n) j \in N_i$ 表示无向图 G 的邻接矩阵;集合 N_0 表示领航者的邻居集,其中 $b_i = a_{i0}, b_i$ 表示个体与领航者间的连接权重.当个体 i 在领航者的感知范围内时, $b_i > 0$, 否则 $b_i = 0$.

定义 2 群集运动.在智能群体中如果所有个体取得相同的速度向量,且两两之间的距离稳定不发生碰撞,就称群体渐近地取得群集运动.

带领航者的群集运动是指所有个体(包括领航者和跟随者)彼此间以稳定的间距按事先给定的轨迹跟随领航者以稳定的速度运行.但由于外界干扰

或者领航者的不平稳的运行速度,群集运行过程中往往存在跟踪误差.为了减小群体的跟踪误差,需要引入反馈机制来调节领航者的运行状态.如当领航者相对于跟随者运行太快或太慢时,领航者能实时根据邻近跟随者的信息调节自身的状态,使跟随者不出现掉队或拥挤现象,从而使群体整体协调的按理想轨迹运行.

鉴于此,本文通过引入反馈机制在领航者与其邻近的个体间建立双向信息流,使领航者跟随理想轨迹运行的同时也受其邻近个体的状态影响.领航者将根据理想轨迹和邻近个体的运行状态自适应的调节自身运行状态,从而使整个群体的运行达到协调一致.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}_0 &= f(\mathbf{p}_0, \mathbf{q}_0, \mathbf{p}_j, \mathbf{q}_j), \\ \dot{\mathbf{q}}_0 &= -[(\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_0^d) + \gamma(\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_0^d)] - \\ &[\sum_{j \in N_0} (\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_j) + \gamma \sum_{j \in N_0} (\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_j)]. \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\gamma > 0, r$ 为常数, $(\mathbf{p}_j, \mathbf{q}_j)$ 为领航者的邻近个体 j 的状态. $(\mathbf{p}_0^d, \mathbf{q}_0^d)$ 为对应时刻的理想轨迹的状态.

假设只有部分个体与领航者相连接,连接图 \bar{G} 连通且不变.下列等式将产生群集运动.

跟随者的控制律为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= -\sum_{j \in N_i} \nabla_{\mathbf{p}_{ij}} \psi_{ij} + \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i) + \\ &h_i(t)[\dot{\mathbf{q}}_0 - c_1(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0) - c_2(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_0)]. \end{aligned} \quad (4)$$

式中: ψ_{ij} 为与个体间的相对距离相关的势能函数, $\psi_{ij} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)^2$. $h_i(t) = 1$, 当跟随者 i 在领航者的感知范围内时;否则, $h_i(t) = 0$.

2 主要结论与系统性能分析

引入反馈策略,领航者将根据周围环境信息(邻近个体的状态)自适应的调节自身状态,引导整个群体按事先确定的理想轨迹运行,形成稳定的群集运动.

2.1 稳定性分析

考虑一个领航者和 N 个个体组成的群体,假设群体所对应的邻接图 \bar{G} 为连通图,领航者与跟随者的动态方程由式(1)、(2)描述,运动控制律由式(3)、(4)描述,那么整个群体将按事先确定的理想轨迹运行,且最终形成稳定的群集运动.

证明 首先考虑领航者,令 $\hat{\mathbf{p}}_0 = \mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_0^d, \hat{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_0^d, \dot{\hat{\mathbf{q}}}_0 = \dot{\mathbf{q}}_0$, 式(3)可化简为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{q}}}_0 &= -[\hat{\mathbf{p}}_0 + \gamma \hat{\mathbf{q}}_0] - \\ &[\sum_{j \in N_0} (\hat{\mathbf{p}}_0 - \hat{\mathbf{p}}_j) + \gamma \sum_{j \in N_0} (\hat{\mathbf{q}}_0 - \hat{\mathbf{q}}_j)]. \end{aligned}$$

则取能量函数: $V_0 = \sum_{j \in N_0} V_{0j} + \frac{1}{2} \hat{p}_0^T \hat{p}_0 + \frac{1}{2} \hat{q}_0^T \hat{q}_0$, 式

中: $V_{0j} = \frac{1}{2} (\hat{p}_0 - \hat{p}_j)^2$. 显然, V_0 是半正定函数.

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 = & \sum_{i=1}^{N_0} -\frac{1}{2} \gamma \sum_{j \in N_0} \|\hat{q}_0 - \hat{q}_j\|^2 - \gamma \|\hat{q}_0\|^2 = \\ & -\hat{q}^T \gamma (I_{N_0} + L(t)) \hat{q} \leq 0, \end{aligned}$$

则领航者按事先确定的轨迹运行, 且渐近地取得理想的速度矢量, 即 $p_0 \rightarrow p_0^d, q_0 \rightarrow q_0^d$.

其次考虑跟随者, 由于群体的平均距离和速度分别 $p_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i, q_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i$, 则在相对坐标系

$$\begin{aligned} \text{下, } \tilde{p}_i &= p_i - p_c, \tilde{q}_i = q_i - q_c, \dot{\tilde{p}}_i = \dot{p}_i - \dot{p}_c, \dot{\tilde{q}}_i = \dot{q}_i - \dot{q}_c, \\ \dot{q}_c &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{q}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i. \end{aligned}$$

当跟随者 i 在领航者的感知范围内时, $h_i(t) = 1$, 且设有 n 个跟随者在领航者的感知范围内, 则

$$\begin{aligned} u_i &= -\sum_{j \in N_i} \nabla_{p_{ij}} \psi_{ij} + \sum_{j \in N_i} a_{ij} (q_j - q_i) + \\ & [\dot{q}_0 - c_1 (p_i - p_0) - c_2 (q_i - q_0)], \\ \dot{q}_c &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{q}_i = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{ & -\sum_{j \in N_i} \nabla_{p_{ij}} V_{ij} + \sum_{j \in N_i} a_{ij} (q_j - q_i) + \\ & [\dot{q}_0 - c_1 (p_i - p_0) - c_2 (q_i - q_0)] \} = \\ & \dot{q}_0 + c_1 (p_0 - p_c) + c_2 (q_0 - q_c). \end{aligned}$$

取 $\tilde{p} = [\tilde{p}_1^T \tilde{p}_2^T \cdots \tilde{p}_N^T]^T, \tilde{q} = [\tilde{q}_1^T \tilde{q}_2^T \cdots \tilde{q}_N^T]^T$ 则控制律(4)可写成相对坐标系下的 N 个二阶系统与参考坐标系下的一个二阶系统:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{p}} &= \tilde{q}_i, \\ \dot{\tilde{q}}_i &= -\sum_{j \in N_i} \nabla_{p_{ij}} V_{ij} + \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\tilde{q}_j - \tilde{q}_i) - c_1 \tilde{p}_i - c_2 \tilde{q}_i, \\ \tilde{p}_c &= q_c, \\ \dot{q}_c &= \dot{q}_0 - c_1 (p_c - p_0) - c_2 (q_c - q_0). \quad (5) \end{aligned}$$

令 $V_i = \sum_{j \in N_i} V_{ij} + \frac{1}{2} c_1 \tilde{p}_i^T \tilde{p}_i + \frac{1}{2} \tilde{q}_i^T \tilde{q}_i, Q_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N V_i$. 显然, Q_1 是半正定函数, 对 Q_1 求导得

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= \sum_{i=1}^N -\frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} \|\tilde{q}_i - \tilde{q}_j\|^2 - c_2 \|\tilde{q}_i\|^2 = \\ & -\tilde{q}^T (c_2 I_N + L(t)) \tilde{q} \leq 0. \end{aligned}$$

取 $\Omega = \{(\tilde{p}_0, \tilde{p}_i) | \dot{Q}_1 = 0\}$ 中的最大不变集 $\bar{\Omega}$, 在集合 $\bar{\Omega}$ 中取 $\dot{Q}_1 = 0$, 则 $\dot{V}_i = 0$. 由 LaSalle 不变原理可知: 系统的轨迹将收敛到区域 $\Omega = \{(\tilde{p}_0, \tilde{p}_i) | \dot{Q} = 0\}$ 内的最大不变集. 由 $\dot{V}_i = 0$ 可知: $q_1 = q_2 = \cdots = q_n = q_c$, $n < N$. 同理, 由式(5)可推导出 $q_c = q_0$; 故 $q_1 =$

$$q_2 = \cdots = q_n = q_0.$$

当跟随者 i 不在领航者的感知范围内时, $h_i(t) = 0$; 则 $u_i = -\sum_{j \in N_i} \nabla_{p_{ij}} \psi_{ij} + \sum_{j \in N_i} a_{ij} (q_j - q_i)$, 同理采用李雅普诺夫稳定性定理方法可得 $q_n = q_{n+1} = q_{n+2} = \cdots = q_N, n < N$.

综上所述, 所有个体渐进地取得和领航者相等的速度矢量, 且个体相互间保持稳定的间距; 而领航者按理想轨迹运行, $p_0 \rightarrow p_0^d, q_0 \rightarrow q_0^d$, 故最终领航者引导群体按事先确定的轨迹运行, 即 $p_i \rightarrow p_j \rightarrow p_0 \rightarrow p_0^d, q_i \rightarrow q_j \rightarrow q_0 \rightarrow q_0^d$.

2.2 扰动性能分析

在实际应用中, 由于存在多种干扰信息, 往往会造成通讯连接的失败、测量信息的不准确; 致使群体中的部分个体不能以较小的误差跟随群体运行, 甚至跟踪失败.

结论 1 当群体受到外界干扰时, 引入反馈机制将减小由于扰动所引起的误差.

证明 假设将受干扰的个体列为群体中的最后 m 个个体, 设速度矢量为 $\bar{q}_i = q_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i$ 为扰动噪声. 当无噪声干扰时跟踪误差为: $e_i = q_i - q_0$. 受噪声干扰的群体的平均速度为

$$\bar{q}_c = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N q_i + \sum_{i=N-m+1}^{N-m} \bar{q}_i \right) = q_c + \frac{1}{N} \sum_{i=N-m+1}^N \varepsilon_i,$$

则由于扰动噪声引起的平均速度误差:

$$\xi = \bar{q}_c - q_c = \frac{1}{N} \sum_{i=N-m+1}^N \varepsilon_i.$$

设群体仍能保持群集运动, 由定理可知 $q_1 = q_2 = \cdots = q_N = \bar{q}_c$, 则受噪声干扰的群体的跟踪误差为 $\bar{e}_i = q_i - q_0 = \bar{q}_c - q_0 = \xi + e_i$, 则群体中所有个体的跟踪误差均受到噪声的影响, 且包括领航者周围邻近的个体.

领航者与邻近个体的平均跟踪误差和平均速度误差分别为: $e_{p_0} = -(p_0 - \frac{1}{N_0} \sum_{j \in N_0} p_j), e_{q_0} = -(q_0 - \frac{1}{N_0} \sum_{j \in N_0} q_j)$. 当 ξ 变大时, 跟随者速度变慢, 跟随误差增大, 则 e_{p_0}, e_{q_0} 都将变大.

当平均速度误差 ξ 发生改变时, 式(3)中的第2项也跟着发生相应的变化. 即当 ξ 变大时, 跟随者速度变慢, 跟踪误差变大, 相应的式(3)的第2项变大, 反之跟随者速度变快, 跟踪误差变小, 相应的式(3)的第2项变小. 故式(3)都将根据跟随者的跟踪误差的大小来调节领航者的速度, 通过加快或减慢速度以适应群体的变化, 从而减小了由于扰动所引起的误差.

2.3 容错性能分析

在实际应用中群体系统除了受扰动因素影响外,还存在机械故障或网络故障(如执行器饱和或故障),使个体因硬件损坏而不能正常移动或因无法与其他个体联系而掉队.因此群体必须具备容错性才能成功地以群集运动的方式跟踪理想目标运行.在无反馈机制的领航者-跟随者模式中,当领航者或者跟随者(该跟随者后面还有以它为参考点的跟随者)出现故障时,将会使得群体中出现掉队现象发生,群体可能无法按理想轨迹作群集运动.以下将对具有反馈策略的群体进行容错性分析,结果表明采用反馈策略的群体具有较强的容错性.

在具有反馈机制的群体中,领航者与邻近个体之间通过无向边相连接,从而使得领航者和跟随者具有相同的动态特性和相似的控制规律,即领航者可视为群体中的一部分.设领航者以及其邻近个体形成的小群体 S_0 内包含 $N_0 + 1$ 个个体, $S_0 = \{0, 1, \dots, N_0\}$, 领航者 (p_0, q_0) 为小群体中的第 0 个个体, (p_0^d, q_0^d) 为小群体的虚拟领航者.当取 $\psi_{ij} = \frac{1}{2}(p_i - p_j)^2$ 时,则小群体中的个体的控制律通式可写为

$$u_i = -c_i(t)[(p_i - p_0^d) + \gamma(q_i - q_0^d)] - \sum_{j \in N_i} \nabla_{p_{ij}} V_{ij} + \gamma \sum_{j \in N_i} (q_j - q_i), \quad i, j = 0, 1, \dots, N_0.$$

式中: $c_0(t) = 1, c_i(t) = 0, i = 1, 2, \dots, N_0$, 即只有个体 (p_0, q_0) 与虚拟领航者 (p_0^d, q_0^d) 相连接.

$$\hat{p}_i = p_i - p_0^d, \quad \hat{q}_i = q_i - q_0^d, \quad \dot{\hat{q}}_i = \dot{q}_i$$

上式可写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{p}} \\ \dot{\hat{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_0+1} \\ -\hat{\mathbf{H}} & -\gamma\hat{\mathbf{H}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{q} \end{bmatrix}.$$

式中: $\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{B}} = \text{diag}(c_0(t), \dots, c_{N_0}(t))$ 为对角矩阵, $\hat{\mathbf{L}} = [\hat{l}_{ij}]_{(N_0+1) \times (N_0+1)}$ 表示小群体 S_0 对应的 Laplacian 矩阵. 记 $\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_0+1} \\ -\hat{\mathbf{H}} & -\gamma\hat{\mathbf{H}} \end{bmatrix}$. 令 $\hat{e} = \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{q} \end{bmatrix} \dot{\hat{e}} = \chi \hat{e}$.

对于跟随者,令:

$$\begin{aligned} \hat{p}_i &= p_i - p_0, \quad \hat{q}_i = q_i - q_0, \quad \dot{\hat{p}}_i = \dot{p}_i, \\ \dot{\hat{q}}_i &= u_i - \dot{q}_0; s_{ij} \triangleq \left| \frac{\nabla_{p_{ij}} \psi_{ij}}{\|p_i - p_j\|} \right|, \end{aligned}$$

式(4)等价于

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{p}}_i &= - \sum_{j \in N_i} s_{ij} (\hat{p}_i - \hat{p}_j) - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{q}_i - \hat{q}_j) - \\ &\quad h_i(t) (c_1 \hat{p}_i + c_2 \hat{q}_i) \end{aligned}$$

写成矩阵形式:

$$u_i = -H_i \hat{p} - \gamma H_i \hat{q} \begin{bmatrix} \dot{\hat{p}} \\ \dot{\hat{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_N \\ -H_s & -\gamma H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{q} \end{bmatrix}.$$

式中: $H_s = L_s + B, H = L + B, B = \text{diag}(h_1(t), h_2(t), \dots, h_N(t)), L = [l_{ij}]_{N \times N}$ 表示所有跟随者组成的群

体对应的 Laplacian 矩阵. 记 $\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_N \\ -H_s & -\gamma H \end{bmatrix}$. 令

$$\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_N \\ -H_s & -\gamma H \end{bmatrix}. \text{ 令 } \hat{e} = \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{q} \end{bmatrix} \dot{\hat{e}} = \tilde{\omega} \hat{e}.$$

当群体对应的邻接图 \bar{G} 为连通图时,对应的子群 S_0 的邻接图 \bar{G}_0 也为连通图,故 $\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{B}}, H =$

$L + B$ 均为正定矩阵, $\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_0+1} \\ -\hat{\mathbf{H}} & -\gamma\hat{\mathbf{H}} \end{bmatrix}$ 与 $\tilde{\omega} =$

$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_N \\ -H_s & -\gamma H \end{bmatrix}$ 均为半负定矩阵.

当个体出现故障时,其速度可能为常数,从而使对应的控制输入为零.根据个体是否出现故障对各相关的状态变量以及 χ 矩阵进行划分: $\hat{e} = [\hat{e}_f, \hat{e}_w]^T$, 其中 \hat{e}_f, \hat{e}_w 分别为对应出现故障的个体和正常个体的状态变量.

结论 2 当群体(包括领航者在内的所有个体)中的部分个体出现故障,且控制输入为零时,群体仍能成功地跟随理想轨迹运行,形成群集运动,即

$$\begin{aligned} p_i &\rightarrow p_j \rightarrow p_0 \rightarrow p_0^d, \\ q_i &\rightarrow q_j \rightarrow q_0 \rightarrow q_0^d. \end{aligned}$$

证明 当领航者出现故障且 $u_0 = 0$ 时,根据是否出现故障对 χ 矩阵进行划分:

$$\chi = \begin{bmatrix} (\chi_{11})_{1 \times 1} & \cdots & (\chi_{12})_{1 \times N_0} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ (\chi_{21})_{N_0 \times 1} & \cdots & (\chi_{22})_{N_0 \times N_0} \end{bmatrix},$$

由于 $u_0 = 0$, 则

$$\dot{\hat{e}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 1} & \cdots & \mathbf{0}_{1 \times N_0} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ (\chi_{21})_{N_0 \times 1} & \cdots & (\chi_{22})_{N_0 \times N_0} \end{bmatrix} \hat{e}.$$

令

$$\begin{aligned} \chi_f &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 1} & \cdots & \mathbf{0}_{1 \times N_0} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ (\chi_{21})_{N_0 \times 1} & \cdots & (\chi_{22})_{N_0 \times N_0} \end{bmatrix}, \\ \chi_f &= I_f \chi, \end{aligned}$$

则

$$I_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 1} & \cdots & \mathbf{0}_{1 \times N_0} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{N_0 \times 1} & \cdots & I_{N_0 \times N_0} \end{bmatrix}.$$

当某跟随者 i 出现故障(如执行器故障),且 $u_i = 0$ 时,跟随者的速度 q_i 为常数.

假设出现故障的个体是群体中的最后 k 个个体,记 $N_f = \{N - k + 1, \dots, N\}$ 表示出现故障的个体的集合,其速度矢量 $\mathbf{q}_f = (\mathbf{q}_{N-k+1}^T, N - K + 2, \dots, \mathbf{q}_N^T)^T$ 为常数. 根据是否出现故障对各相关的状态变量以及 $\tilde{\omega}$ 矩阵进行划分: $\hat{\mathbf{e}} = [\hat{\mathbf{e}}_w \hat{\mathbf{e}}_f]^T$

$$\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} (\tilde{\omega}_{11})_{(N-k) \times (N-k)} & \cdots & (\tilde{\omega}_{12})_{(N-k) \times k} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ (\tilde{\omega}_{21})_{k \times (N-k)} & \cdots & (\tilde{\omega}_{22})_{k \times k} \end{bmatrix}.$$

由于出现故障个体的控制输入 $u_i = 0$, 则

$$\dot{\hat{\mathbf{e}}} = \begin{bmatrix} (\tilde{\omega}_{11})_{(N-k) \times (N-k)} & \cdots & (\tilde{\omega}_{12})_{(N-k) \times k} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 0_{k \times (N-k)} & \cdots & 0_{k \times k} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{e}},$$

令

$$\tilde{\omega}_f = \begin{bmatrix} (\tilde{\omega}_{11})_{(N-k) \times (N-k)} & \cdots & (\tilde{\omega}_{12})_{(N-k) \times k} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 0_{k \times (N-k)} & \cdots & 0_{k \times k} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\omega}_f = \mathbf{I}_{ff} \tilde{\omega},$$

则

$$\mathbf{I}_{ff} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(N-k) \times (N-k)} & \cdots & \mathbf{I}_{(N-k) \times k} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 0_{k \times (N-k)} & \cdots & 0_{k \times k} \end{bmatrix}.$$

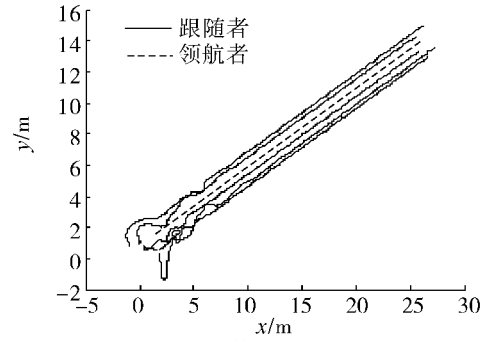
显然, $\mathbf{I}_f, \mathbf{I}_{ff}$ 均为正定矩阵. 由于 $\chi, \tilde{\omega}$ 均为半负定矩阵, 故 $\chi_f = \mathbf{I}_f \chi, \tilde{\omega}_f = \mathbf{I}_{ff} \tilde{\omega}$ 均为半负定矩阵; 因此由 $\dot{\hat{\mathbf{e}}} = \chi_f \hat{\mathbf{e}}, \dot{\hat{\mathbf{e}}} = \tilde{\omega}_f \hat{\mathbf{e}}$, 以及李雅普诺夫稳定性定理可知当群体中的部分个体(包括领航者在内的个体)出现故障时系统仍收敛稳定.

当群体所对应的连接图 \bar{G} 为连通图时, 由于领航者周围的邻近个体为整个群体中的一部分, 因此由结论 2 可知: 无论是领航者还是跟随者出现故障, 系统仍能成功地跟随领导者运行, 实现群集运动.

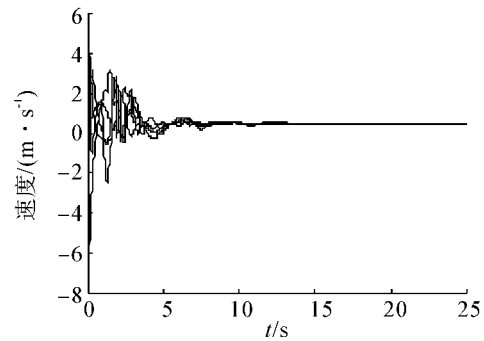
3 仿 真

以下将对引入信息反馈的前后两系统进行对比性仿真实验, 以说明引入信息反馈能提高系统的性能. 取若干个具有相同二阶动态性能的个体, 在保证群体对应的连接图 \bar{G} 连通的前提下, 个体随机分布在 $[-2.5, 2.5]$ 的矩形区域内, 初始速度随机选取任意的方向, 大小在 $(0, 1)$, 领航者按 $y = 0.5x$ 的轨迹运行. 在相同的初始条件下, 对无反馈系统以及具有反馈策略的 2 个系统进行对比仿真, 结果如图 1~2 所示. 结果表明, 系统引入信息反馈后系统取得稳定的群集运动, 且系统的平均跟踪误差减小, 收敛

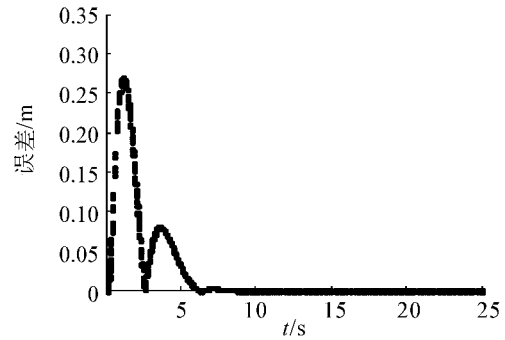
速度提高.



(a) 群体的运行轨迹



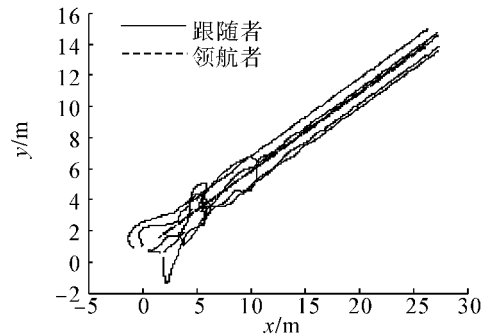
(b) 群体的收敛速度



(c) 群体的平均跟踪误差

图 1 带反馈系统

Fig. 1 Swarm with information feedback



(a) 群体运动轨迹

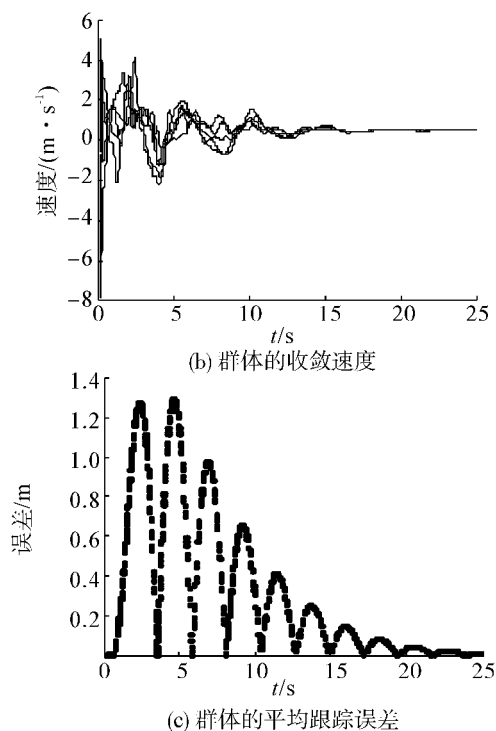


图2 无反馈系统

Fig.2 Swarm without information feedback

4 结束语

本文采用双向信息流策略将反馈机制引入到有领航者的群集运动控制中,并分析了该策略的鲁棒性以及容错性。模型中领航者按事先确定的轨迹运行,同时领航者需根据跟随者的状态信息自适应地调节自身的运行跟踪轨迹。研究分析表明该策略具有容错性,且减小了系统的跟踪误差,提高了系统的鲁棒性。仿真结果证明了信息反馈策略能提高系统的性能。

参考文献:

- [1] AMRITKAR R E, JALAN S. Self-organized and driven phase synchronization in coupled map networks[J]. Physica A, 2003, 321: 220-225.
- [2] CZIROK A, VICSEK T. Collective behavior of interacting self-propelled particles[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2000, 281: 17-29.
- [3] SABER R O. Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(3): 401-420.
- [4] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(6): 988-1001.
- [5] LIU Y, PASSINO K M, POLYCARPOU M. Stability analysis of m-dimensional asynchronous swarms with a fixed communication topology[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(1): 76-95.
- [6] YU Hui, WANG Yongji. Control of stable flocking motion of multi-agent with a leader[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition, 2005, 33(8): 56-58.
- [7] YU Hui, WANG Yongji. Stable flocking motion of mobile agents following a leader infixed and switching networks[J]. International Journal of Automation and Computing, 2006, 3(1): 8-16.
- [8] LEONARD N E, FIORELLI E. Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups [C]//IEEE Conference on Decision and Control. Orlando, USA, 2001: 2968-2973.
- [9] SABER R O. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(3): 401-420.
- [10] WANG Long, SHI Hong, CHU Tianguang. Flocking control of groups of mobile autonomous agents via local feedback [C]//IEEE International Symposium on Intelligent Control. Limassol, Cyprus, 2005: 441-446.
- [11] SU Housheng, WANG Xiaofan, YANG Wen. Flocking in multi-agent systems with multiple virtual leaders[J]. Asian Journal of Control, 2008, 10(2): 238-245.
- [12] SU Housheng, WANG Xiaofan, DONG Hairong, et al. Flocking with multiple virtual leaders based on position measurements [C]//The 7th Asian Control Conference. Hong Kong, China, 2009: 1156-1161.
- [13] BEARD R W, LAWTON J, HADAEIGH F Y. A feedback architecture for formation control [C]//American Control Conference. [S. l.], 2000: 4087-4091.
- [14] WEI Ren, BEARD R W. Virtual structure based spacecraft formation control with formation feedback [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Monterey, USA, 2002: 2002-4963.
- [15] WANG Dongmei, FANG Huajing. Leader-following coordination of multi-agent systems with information feedback [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2009, 20(4): 1-6.

作者简介:



王冬梅,女,1974年生,讲师,博士,主要研究方向为网络化控制多智能体。



方华京,男,1955年生,教授,博士生导师,主要研究方向为网络化控制系统、故障诊断、鲁棒与容错控制等。