

doi:10.3969/j.issn.1673-4785.2010.06.009

# 灰度熵和混沌粒子群的图像多阈值选取

吴一全<sup>1,2</sup>, 纪守新<sup>1</sup>

(南京航空航天大学 信息科学与技术学院, 江苏 南京 210016; 2 南京大学 计算机软件新技术国家重点实验室, 江苏 南京 210093)

**摘要:**最大 Shannon 熵阈值选取方法仅仅依赖于图像灰度直方图的概率信息, 而没有直接考虑类内灰度级的均匀性。为此提出了最大灰度熵的阈值选取方法。首先给出了灰度熵的定义及其单阈值选取方法, 该灰度熵与现有的仅基于直方图分布的最大 Shannon 熵不同, 直接反映了类内灰度级的均匀性; 其次导出了量化图像直方图的灰度熵单阈值选取公式; 最后将灰度熵单阈值选取推广到多阈值选取, 提出了相应的快速递推算法, 并进一步采用混沌小生境粒子群优化算法寻找最佳多阈值。实验结果表明, 与最大 Shannon 熵单阈值选取和基于粒子群的最大 Shannon 熵多阈值选取方法相比, 所提出方法的分割图像边缘、纹理更为准确, 视觉效果明显改善。

**关键词:**图像分割; 阈值选取; 灰度熵; 量化图像直方图; 多阈值; 混沌小生境粒子群优化

中图分类号: TP391.41; TN911.73 文献标志码:A 文章编号:1673-4785(2010)06-0522-08

## Multi-threshold selection for an image based on gray entropy and chaotic particle swarm optimization

WU Yi-quan<sup>1,2</sup>, JI Shou-xin<sup>1</sup>

(1. School of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;  
2. State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

**Abstract:** The method of threshold selection based on maximal Shannon entropy depends only on the probability information from a gray image histogram and does not immediately consider the uniformity of the gray scale within the cluster. Considering these facts, a method of threshold selection based on maximal gray entropy was proposed. First, gray entropy was defined and the method of single threshold selection was given. Being different from maximal Shannon entropy based only on histogram distribution, the gray entropy reflects the uniformity of the gray scale immediately within the cluster. Then, the formulae of gray entropy based single threshold selection of a quantized image histogram were derived. Finally, the method of single threshold selection based on gray entropy was extended to multi-threshold selection. A corresponding fast recurring algorithm was proposed. Furthermore, a particle swarm optimization algorithm with a chaotic niche was adopted to find the best multi-threshold. Many experimental results show that, compared with the methods of single threshold selection based on maximal Shannon entropy and multi-threshold selection based on maximal Shannon entropy with particle swarm optimization, segmented images of the suggested method are more accurate in edge and texture, and their visual effect is improved significantly.

**Keywords:** image segmentation; threshold selection; gray entropy; quantified image histogram; multi-threshold; particle swarm optimization of chaotic niche

图像分割就是把图像中具有特定含义的不同区域分割开来, 每一个区域都满足某种特性的一致性。目标检测、特征提取和目标识别等, 都依赖于图像分割的质量<sup>[1-2]</sup>。阈值分割是简单有效、应用广泛且易于实现的图像分割方法, 其关键是自动选取阈值。

收稿日期:2010-04-12。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60872065);航空科学基金资助项目(20105152026);南京大学计算机软件新技术国家重点实验室开放基金资助项目(KFKT2010B17)。

通信作者:吴一全。E-mail: nuaaimage@yahoo.com.cn。

以获得最佳分割效果。在较早提出并进行定性和定量比较研究的、有代表性的阈值选取方法中, 由 Kapur 等人<sup>[3]</sup>提出的最大 Shannon 熵阈值选取方法, 通过引入信息论中的 Shannon 熵准则寻找最佳阈值, 因能产生较好的分割效果且简单有效, 成为人们最为关注的阈值选取方法之一。单阈值分割是通过一个阈值把图像分成目标和背景 2 类区域, 但实际图像中往往含有灰度明显不同的多类目标。当最大 Shannon 熵单阈值选取推广到多阈值选取时<sup>[4]</sup>, 导

致运算量随着目标类数的增加呈指数增长,为此人们从不同角度相继提出了最大 Shannon 熵多阈值选取的模拟退火算法<sup>[5]</sup>、条件迭代算法<sup>[6]</sup>、遗传算法<sup>[7-8]</sup>及粒子群优化算法<sup>[9]</sup>,不同程度地提高了多阈值选取的运行速度。但是上述最大 Shannon 熵单阈值和多阈值选取方法中定义的 Shannon 熵仅仅依赖于图像灰度直方图中的概率信息,而没有直接考虑图像中目标和背景类内灰度的均匀性,因此得到的阈值分割效果还不够理想。此外,上述多阈值选取的优化方法中,基于粒子群的优化算法因其简单、易实现、需调整的参数少而具有一定的优势。然而基本粒子群优化算法在搜索过程中容易陷入局部极值束缚,难以保证收敛到全局最优解,此外还存在进化后期的收敛速度慢和精度低等缺点。

针对上述问题,本文首先定义了灰度熵,该灰度熵与现有的仅基于直方图分布的最大 Shannon 熵不同,其反映了类内灰度级的差异,是同一类内像素共同作用的结果。灰度熵越大(小),类内的像素灰度级差异越小(大)。当总灰度熵达到最大时,各类内灰度级趋于均匀,据此选取的阈值可望改善分割效果。为了提高灰度熵阈值选取的运行速度,可通过把原始图像以某一合适的步长进行量化,使得灰度级的数目减少,以期降低搜索代价;另一方面,对于多阈值选取,可采取快速递推方式,优化方法可考虑利用混沌小生境粒子群优化算法,通过将粒子分块,并在寻优过程中对停止进化的粒子产生混沌扰动,使其跳出局部极值区,与基本粒子群算法相比,可提高搜索最优阈值的速度和精确度。

## 1 现有的最大 Shannon 熵阈值选取

设尺寸为  $M \times N$  图像中像素点  $(m, n)$  的灰度级  $f(m, n)$  取  $0, 1, \dots, L-1$ , 对应的灰度级概率分布为  $p_0, p_1, \dots, p_{L-1}$ ,  $\sum_{i=0}^{L-1} p_i = 1$ 。现用阈值  $t$  按灰度级将图像像素划分成目标类  $C_o = \{(m, n) | f(m, n) = 0, 1, \dots, t\}$  和背景类  $C_b = \{(m, n) | f(m, n) = t+1, t+2, \dots, L-1\}$ , 则目标和背景 2 类的概率分布分别为

$\{\frac{p_0}{P_t}, \frac{p_1}{P_t}, \dots, \frac{p_t}{P_t}\}$  和  $\{\frac{p_{t+1}}{1-P_t}, \frac{p_{t+2}}{1-P_t}, \dots, \frac{p_{L-1}}{1-P_t}\}$ , 显然,  $\sum_{i=0}^t \frac{p_i}{P_t} = 1$ ,  $\sum_{i=t+1}^{L-1} \frac{p_i}{1-P_t} = 1$ 。其中  $P_t = \sum_{i=0}^t p_i$ ,  $0 \leq t < L-1$ , 则  $1-P_t = \sum_{i=t+1}^{L-1} p_i$ 。

最大 Shannon 熵阈值选取方法的准则函数为

$$\phi(t) = -\sum_{i=0}^t \frac{p_i}{P_t} \ln \frac{p_i}{P_t} - \sum_{i=t+1}^{L-1} \frac{p_i}{1-P_t} \ln \frac{p_i}{1-P_t} =$$

$$-\frac{H_t}{P_t} + \ln P_t - \frac{H_L - H_t}{1 - P_t} + \ln(1 - P_t).$$

式中:  $H_t = \sum_{i=0}^t p_i \ln p_i$ ,  $H_L = \sum_{i=0}^{L-1} p_i \ln p_i$ , 当  $\phi(t)$  取最大值时得到最大 Shannon 熵最佳阈值:

$$t^* = \arg \max_{0 \leq t \leq L-1} \{\phi(t)\}.$$

## 2 灰度熵的定义及其单阈值选取

若令

$$p_{m,n} = \frac{f(m,n)}{\sum_{(m,n) \in C_o} f(m,n)}, \quad (1)$$

显然,  $\sum_{(m,n) \in C_o} p_{m,n} = 1$ , 则目标类的灰度熵定义为

$$\begin{aligned} H_o &= -\sum_{(m,n) \in C_o} p_{m,n} \ln p_{m,n} = \\ &= -\sum_{(m,n) \in C_o} \frac{f(m,n)}{\sum_{(m,n) \in C_o} f(m,n)} \ln \left( \frac{f(m,n)}{\sum_{(m,n) \in C_o} f(m,n)} \right) = \\ &= -\sum_{i=0}^t h_i \frac{i}{\sum_{i=0}^t h_i i} \ln \left( \frac{i}{\sum_{i=0}^t h_i i} \right) = -\sum_{i=0}^t h_i p_{oi} \ln p_{oi}. \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $p_{oi} = \frac{i}{\sum_{i=0}^t h_i i}$ ,  $h_i$  表示图像中灰度级出现的频数。

由式(1)可见,目标类的像素灰度级  $f(m, n)$  越均匀(即目标类中各像素的灰度级相近),各像素的  $p_{m,n}$  就越接近。再根据式(2)中  $H_o = -\sum_{(m,n) \in C_o} p_{m,n} \ln p_{m,n}$  这一部分可得,此时灰度熵  $H_o$  的值也就越大。

同理,背景类的灰度熵  $H_b$  表示为

$$\begin{aligned} H_b &= -\sum_{(m,n) \in C_b} \frac{f(m,n)}{\sum_{(m,n) \in C_b} f(m,n)} \ln \left( \frac{f(m,n)}{\sum_{(m,n) \in C_b} f(m,n)} \right) = \\ &= -\sum_{i=t+1}^{L-1} h_i \frac{i}{\sum_{i=t+1}^{L-1} h_i i} \ln \left( \frac{i}{\sum_{i=t+1}^{L-1} h_i i} \right) = -\sum_{i=t+1}^{L-1} h_i p_{bi} \ln p_{bi}. \end{aligned}$$

式中:  $p_{bi} = \frac{i}{\sum_{i=t+1}^{L-1} h_i i}$ 。灰度熵  $H_b$  的值越大,背景类的灰度级越均匀(即背景类中各像素的灰度级相近)。

目标类和背景类的总灰度熵为

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= H_o + H_b = -\sum_{i=0}^t h_i \frac{i}{\sum_{i=0}^t h_i i} \ln \left( \frac{i}{\sum_{i=0}^t h_i i} \right) - \\ &\quad \sum_{i=t+1}^{L-1} h_i \frac{i}{\sum_{i=t+1}^{L-1} h_i i} \ln \left( \frac{i}{\sum_{i=t+1}^{L-1} h_i i} \right) = \frac{w_o(t)}{u_o(t)} + \ln[u_o(t)] - \\ &\quad \frac{w - w_o(t)}{u - u_o(t)} + \ln[u - u_o(t)]. \end{aligned} \quad (3)$$

式中:

$$\begin{aligned} w_o(t) &= \sum_{i=0}^t h_i i \ln i, w = \sum_{i=0}^{L-1} h_i i \ln i, \\ u_o(t) &= \sum_{i=0}^t h_i i, u = \sum_{i=0}^{L-1} h_i i. \end{aligned}$$

$w_o(t)$ 、 $u_o(t)$ 的递推算法为

$$\begin{cases} w_o(0) = 0, u_o(0) = 0, \\ w_o(t) = \sum_{i=0}^t h_i i \ln i = w_o(t-1) + h_t t \ln t, \\ u_o(t) = \sum_{i=0}^t h_i i = u_o(t-1) + h_t t, \\ t = 1, 2, \dots, L-1. \end{cases}$$

灰度熵越大,类内的像素灰度级差异越小。当总灰度熵  $\Phi(t)$  达到最大时,目标类和背景类各自的像素灰度级趋于均匀(即灰度级相近),此时对应的  $t$  便是最大灰度熵的最佳阈值  $T^*$ :

$$T^* = \arg \max_{0 \leq t \leq L-1} \{\Phi(t)\}.$$

由此可见该灰度熵与现有的仅基于直方图分布的最大 Shannon 熵不同,且直接反映了类内灰度级的均匀性。

### 3 量化图像直方图灰度熵单阈值选取

对于灰度级直方图分布密集的图像,为了进一步降低运算量,采用量化图像的直方图进行灰度熵阈值选取。这里所谓的量化图像是指把原始数字图像的灰度级以某一合适的步长  $\Delta l$  再次进行量化,使得灰度级的数目减少,从而使阈值选取的搜索空间缩小,有效地减少运算量。原图像的灰度级数目为  $L$ ,则可以取量化步长  $\Delta l = \frac{L}{2^k}$ ,使得灰度级数目变为  $2^k$ 。由于量化后直方图的形状基本不变<sup>[10]</sup>,所以可用较少的灰度级数目来计算图像的阈值。这样,可以缩短运行时间,且所需存储单元数也大幅减少。

下面以连续形式的直方图来证明量化图像直方图与原始图像直方图的阈值关系。设原始图像和量化图像的直方图分别为  $p_c(x)$  和  $p_q(y)$ ,  $x \in D$ ,  $y \in \frac{D}{\Delta l}$ ,  $D$  表示灰度取值范围  $[0, L-1]$ , 则  $p_q(y) = \Delta l \cdot p_c(\Delta l \cdot y)$ ,  $y = \frac{x}{\Delta l}$ , 说明量化图像的直方图是原始图像的直方图经尺度变换后的形式。

若用  $t_c$  和  $t_q$  分别表示原始图像和量化图像所用的分割阈值,则以连续形式来表达式(3)中原始图像的目标类和背景类的总灰度熵  $\Phi_c(t_c)$  为

$$\Phi_c(t_c) = -\frac{w_{co}(t_c)}{u_{co}(t_c)} + \ln[u_{co}(t_c)] - \frac{w_c - w_{co}(t_c)}{u_c - u_{co}(t_c)} +$$

$$\ln[u_c - u_{co}(t_c)]. \quad (4)$$

式中:

$$\begin{aligned} w_{co}(t_c) &= \int_0^{t_c} p_c(x) x \ln x dx, w_c = \int_0^{L-1} p_c(x) x \ln x dx, \\ u_{co}(t_c) &= \int_0^{t_c} p_c(x) x dx, u_c = \int_0^{L-1} p_c(x) x dx. \end{aligned}$$

相应量化图像的目标和背景类的总灰度熵  $\Phi_q(t_q)$  为

$$\begin{aligned} \Phi_q(t_q) &= -\frac{w_{qo}(t_q)}{u_{qo}(t_q)} + \ln[u_{qo}(t_q)] - \\ &\frac{w_q - w_{qo}(t_q)}{u_q - u_{qo}(t_q)} + \ln[u_q - u_{qo}(t_q)]. \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $w_{qo}(t_q)$ 、 $w_q$ 、 $u_{qo}(t_q)$ 、 $u_q$  的表达式分别如下:

$$\begin{aligned} w_{qo}(t_q) &= \int_0^{t_q} p_q(y) y \ln y dy = \\ &\int_0^{t_q} \Delta l \cdot p_c(\Delta l \cdot y) y \ln y dy = \\ &\frac{1}{\Delta l} \left[ \int_0^{\Delta l \cdot t_q} p_c(x) x \ln x dx - \ln(\Delta l) \int_0^{\Delta l \cdot t_q} p_c(x) x dx \right] = \\ &\frac{1}{\Delta l} [w_{co}(\Delta l \cdot t_q) - \ln(\Delta l) u_{co}(\Delta l \cdot t_q)], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} w_q &= \int_0^{(L-1)/\Delta l} p_q(y) y \ln y dy = \\ &\int_0^{(L-1)/\Delta l} \Delta l \cdot p_c(\Delta l \cdot y) y \ln y dy = \\ &\frac{1}{\Delta l} [w_c - \ln(\Delta l) \cdot u_c], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u_{qo}(t_q) &= \int_0^{t_q} p_q(y) y dy = \\ &\int_0^{t_q} \Delta l \cdot p_c(\Delta l \cdot y) y dy = \\ &\frac{l}{\Delta l} \int_0^{\Delta l \cdot t_q} p_c(x) x dx = \frac{u_{co}(\Delta l \cdot t_q)}{\Delta l}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} u_q &= \int_0^{(L-1)/\Delta l} p_q(y) y dy = \\ &\int_0^{(L-1)/\Delta l} \Delta l \cdot p_c(\Delta l \cdot y) y dy = \frac{u_c}{\Delta l}. \end{aligned} \quad (9)$$

将式(6)~(9)代入式(5), 经化简整理, 得

$$\begin{aligned} \Phi_q(t_q) &= -\frac{w_{co}(\Delta l \cdot t_q)}{u_{co}(\Delta l \cdot t_q)} + \ln[u_{co}(\Delta l \cdot t_q)] - \\ &\frac{w_c - w_{co}(\Delta l \cdot t_q)}{u_c - u_{co}(\Delta l \cdot t_q)} + \ln[u_c - u_{co}(\Delta l \cdot t_q)]. \end{aligned} \quad (10)$$

比较式(10)和式(4)可知,量化图像的最佳阈值  $t_q^*$  和原始图像的最佳阈值  $t_c^*$  存在如下关系:

$$t_c^* = \Delta l \cdot t_q^*.$$

由此可见,基于灰度熵的图像阈值选取可以转化成其相应的量化图像的阈值选取。然而,由于图像是数字化的,相应的直方图也非理想的连续曲线,由

此得到的阈值  $t_c^*$  必然存在误差,因此量化步长  $\Delta l = \frac{L}{2^K}$  不宜太大. 为避免丢失太多的直方图信息,  $K$  比较合理的取值为 5 或 6. 本文按  $K=5$  处理.

## 4 基于混沌粒子群的灰度熵多阈值选取

### 4.1 灰度熵多阈值选取公式及其递推算法

由单阈值选取的灰度熵表达式(3)可以推广到含有  $n$  个目标的多阈值选取情况,即

$$\begin{aligned} \Phi(t_1, t_2, \dots, t_n) = & - \sum_{i=0}^{t_1} h_i \frac{i}{\sum_{i=0}^{t_1} h_i i} \ln \left( \frac{i}{\sum_{i=0}^{t_1} h_i i} \right) - \\ & \sum_{i=t_1+1}^{t_2} h_i \frac{i}{\sum_{i=t_1+1}^{t_2} h_i i} \ln \left( \frac{i}{\sum_{i=t_1+1}^{t_2} h_i i} \right) - \dots - \\ & \sum_{i=t_{n-1}+1}^{t_n} h_i \frac{i}{\sum_{i=t_{n-1}+1}^{t_n} h_i i} \ln \left( \frac{i}{\sum_{i=t_{n-1}+1}^{t_n} h_i i} \right) - \\ & \sum_{i=t_n+1}^{L-1} h_i \frac{i}{\sum_{i=t_n+1}^{L-1} h_i i} \ln \left( \frac{i}{\sum_{i=t_n+1}^{L-1} h_i i} \right) = \\ & - \frac{w(0, t_1)}{u(0, t_1)} + \ln u(0, t_1) - \\ & w(t_1 + 1, t_2) \over u(t_1 + 1, t_2) + \ln u(t_1 + 1, t_2) - \dots - \\ & w(t_{n-1} + 1, t_n) \over u(t_{n-1} + 1, t_n) + \ln u(t_{n-1} + 1, t_n) - \\ & w(t_n + 1, L-1) \over u(t_n + 1, L-1) + \ln u(t_n + 1, L-1). \quad (11) \end{aligned}$$

式中:  $t_1, t_2, \dots, t_n$  为分割阈值,且  $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n < L-1$ ,

$$\begin{aligned} w(0, t_1) &= \sum_{i=0}^{t_1} h_i i \ln i, \\ u(0, t_1) &= \sum_{i=0}^{t_1} h_i i, \\ w(t_{k-1} + 1, t_k) &= \sum_{i=t_{k-1}+1}^{t_k} h_i i \ln i, \\ u(t_{k-1} + 1, t_k) &= \sum_{i=t_{k-1}+1}^{t_k} h_i i, k = 2, 3, \dots, n, \\ w(t_n + 1, L-1) &= \sum_{i=t_n+1}^{L-1} h_i i \ln i, \\ u(t_n + 1, L-1) &= \sum_{i=t_n+1}^{L-1} h_i i. \end{aligned}$$

为了缩短寻找  $n$  个最佳阈值的时间,下面给出计算  $w(t_{k-1} + 1, t_k)$  和  $u(t_{k-1} + 1, t_k)$  的递推公式:

$$\begin{aligned} w(0, 0) &= 0, u(0, 0) = 0, \\ \begin{cases} w(0, t) = \sum_{i=0}^t h_i i \ln i = w(0, t-1) + h_t t \ln t, \\ u(0, t) = \sum_{i=0}^t h_i i = u(0, t-1) + h_t t. \end{cases} \\ t &= 1, 2, \dots, L-1, \\ \begin{cases} w(t_{k-1} + 1, t_k) = w(0, t_k) - w(0, t_{k-1}), \\ u(t_{k-1} + 1, t_k) = u(0, t_k) - u(0, t_{k-1}). \end{cases} \\ k &= 2, 3, \dots, n. \end{aligned}$$

则当  $\Phi(t_1, t_2, \dots, t_n)$  最大时取得  $n$  个最佳阈值:

$$(T_1^*, T_2^*, \dots, T_n^*) = \arg \max_{0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n < L-1} \{\Phi(t_1, t_2, \dots, t_n)\}.$$

快速递推公式的使用,缩短了运算时间,提高了算法的效率. 为了进一步减少运算量,利用了混沌小生境粒子群优化算法<sup>[11]</sup>来搜索  $n$  个最佳阈值.

### 4.2 灰度熵多阈值选取的混沌小生境粒子群算法

设在  $n^*$  维解空间中,每个粒子  $l$  有位置  $X_l = (X_{l1}, X_{l2}, \dots, X_{ln^*})$  和速度  $V_l = (V_{l1}, V_{l2}, \dots, V_{ln^*})$ ,  $X_l$  代表问题的解,粒子的优劣程度用所对应的适应度函数来表示,  $V_l$  表示粒子从当前位置移动到下一个位置的速度大小. 首先对粒子群进行初始化,然后通过迭代方式寻找最佳阈值. 假设在第  $m^*$  次迭代时刻,粒子  $l$  的最优解为  $pbest_l(m^*)$ , 称为个体极值, 整个粒子群的最优解为  $gbest(m^*)$ , 称为全局极值. 在  $m^* + 1$  时刻,按下式更新自己的速度:

$$V_l(m^* + 1) = w^* V_l(m^*) + c_1 r_1 [pbest_l(m^*) - X_l(m^*)] + c_2 r_2 [gbest(m^*) - X_l(m^*)].$$

然后以速度  $V_l(m^* + 1)$  移动到下一个位置,即

$$X_l(m^* + 1) = X_l(m^*) + V_l(m^* + 1).$$

式中:  $m^*$  表示当前迭代次数; 学习因子  $c_1 = c_2 = 2$ ;  $r_1, r_2$  是均匀分布在  $(0, 1)$  上的随机数; 惯性因子  $w^* = w_{\max}^* - (w_{\max}^* - w_{\min}^*) m^* / m_{\max}^*$ , 其中  $m_{\max}^* = 100$  表示总迭代次数,  $w_{\max}^*$  和  $w_{\min}^*$  分别表示最大和最小惯性因子,本文  $w_{\max}^* = 0.95$ ,  $w_{\min}^* = 0.4$ . 迭代更新过程中,粒子速率限制在  $[V_{\min}, V_{\max}]$ ,  $V_{\min} = -V_{\max} = -10$ . 位置限制在允许范围内,最后输出的  $gbest$  为全局最优解.

上述所描述的粒子群算法虽然简单,但它容易陷入局部极值,搜索精度还不够高. 而结合小生境策略全与混沌变异的混沌小生境粒子群优化算法,可避免算法早熟,保证搜索精度. 本文使用的混沌映射 Logistic 迭代方程为

$$\begin{aligned} \beta_a^{k+1} &= \mu \beta_a^k (1 - \beta_a^k), k = 1, 2, \dots, \\ \beta_a &\in (0, 1), \beta_a \neq 0.25, 0.5, 0.75. \end{aligned}$$

迭代过程中,按下列方程对每个小生境种群中的最优个体  $\mathbf{pbest} = [X_1 \ X_2 \cdots \ X_d \cdots \ X_n]$  进行混沌迭代变异:

$$\begin{cases} p_c = X_{d,\min} + \beta_a^{k+1} (X_{d,\max} - X_{d,\min}), \\ X_d^{k+1} = (1 - \lambda_{m*}) X_d^k + \lambda_{m*} p_c. \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\lambda_{m*}$  称为收缩因子, 它决定了变量  $X_j$  的变异空间, 由式(13)得到.

$$\lambda_{m*} = 1 - [(m^* - 1)/m^*]^u. \quad (13)$$

式中:  $u$  用于控制收缩速度, 本文中  $u=2$ .

现利用基于混沌变异的小生境粒子群优化算法搜索最佳多阈值, 算法具体步骤如下:

1) 初始化小生境粒子种群. 随机产生  $b$  (本文取为 20) 个粒子, 并分成  $c$  (本文取为 4) 个子种群, 粒子速度在  $[V_{\min}, V_{\max}]$  上随机产生;

2) 根据式(11)计算每个粒子的适应度, 找出每个小生境种群中的最优粒子和全局最优粒子;

3) 计算 2 个粒子种群最优个体  $\mathbf{pbest}_{c_1}(m^*)$  与  $\mathbf{pbest}_{c_2}(m^*)$  之间的距离  $d_{c_1c_2}$ . 若  $d_{c_1c_2} < R_{\text{niche}}$  (小生境半径, 本文取为 20), 比较 2 个小生境最优个体的适应度, 低者置零, 高者保持不变. 对置零的最优个体重新初始化, 并在其所在的小生境内重新选择最优个体, 直至任意 2 个小生境最优个体之间的距离  $d_{c_1c_2} \geq R_{\text{niche}}$ ;

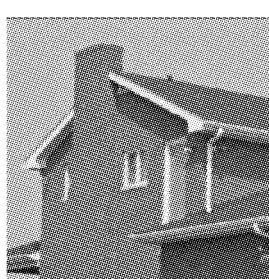
4) 按式(12)对所有小生境最优个体的位置进行变尺度混沌变异, 进一步提高搜索精度;

5) 更新每个粒子的位置和速度;

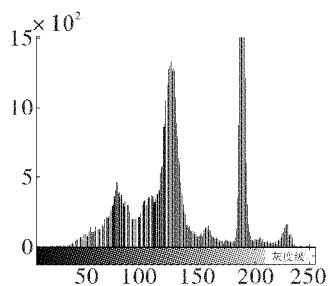
6) 如果满足最大迭代次数  $m_{\max}^*$ , 则停止迭代, 输出最佳阈值, 并对图像进行多阈值分割, 否则转 2).

## 5 实验结果及分析

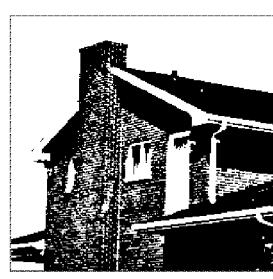
利用上述提出的灰度熵单阈值选取方法、量化图像直方图的灰度熵单阈值选取方法、基于递推混沌小生境粒子群的灰度熵多阈值选取方法, 对大量实际图像进行了阈值分割实验, 并相应地与最大 Shannon 熵单阈值选取、文献[9]中基于粒子群的最大 Shannon 熵多阈值选取方法进行了比较, 发现分割后图像的主观视觉效果明显优于现有的这 2 种方法. 因篇幅所限, 现以其中的 House ( $256 \times 256$ )、peppers ( $512 \times 512$ ) 图像为例加以说明. 图 1 ~ 图 2 分别给出了 2 幅原始灰度级图像(a)及灰度熵单阈值选取(c)、基于递推混沌小生境粒子群的灰度熵多阈值选取(d)、(e)、量化图像直方图的灰度熵单阈值选取(f)、最大 Shannon 熵单阈值选取(g)、基于粒子群的最大 Shannon 熵多阈值选取(h)和(i)等方法分割后的图像, 相应的最佳阈值列于表 1 中. 本文中所有算法均是在 Intel Celeron (R) CPU 2.66GHz/512MB 内存/Matlab7.0 环境中运行的, 图像分割的运行时间也一并列于表 1. 基于递推混沌小生境粒子群的灰度熵多阈值选取方法以及基于粒子群的最大 Shannon 熵多阈值选取方法的粒子个数均为 20, 最大迭代次数分别为 50 和 100.



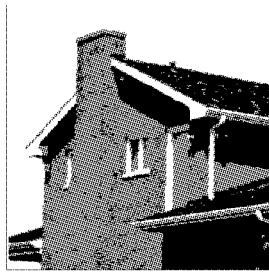
(a) 原始图像



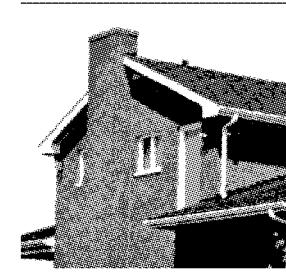
(b) 直方图



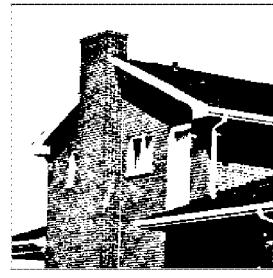
(c) 灰度熵单阈值



(d) 灰度熵双阈值



(e) 灰度熵三阈值



(f) 量化图像直方图单阈值



图1 House 图像及其分割结果

Fig.1 House image and segmentation results

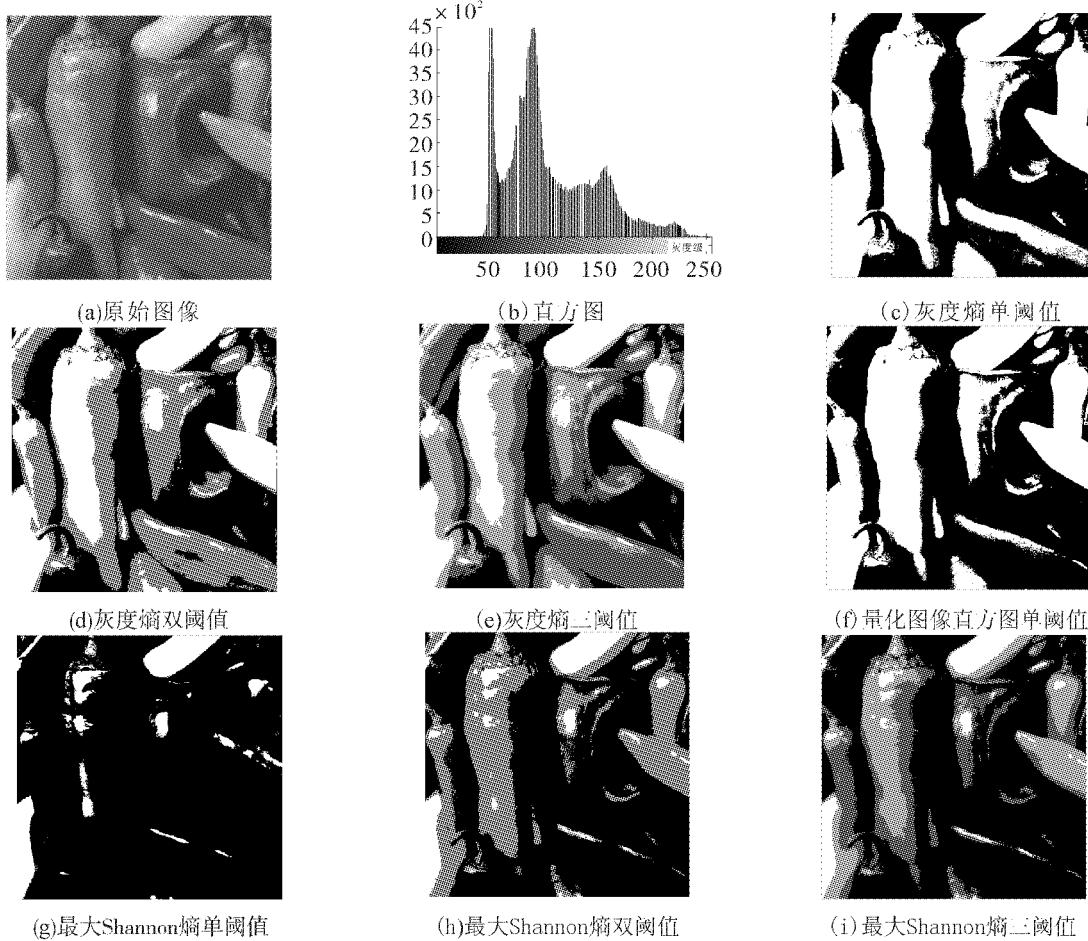


图2 Peppers 图像及其分割结果

Fig.2 Peppers image and segmentation results

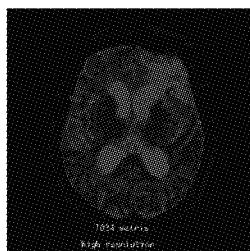
表1 图像分割的阈值及运行时间的比较

Table 1 The comparison of threshold and processing time of image segmentation

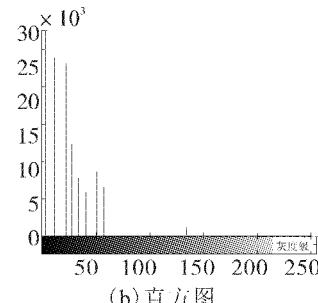
图像	单阈值			双阈值			三阈值	
	最大Shannon熵		量化图像	基于粒子群的最大Shannon熵	基于混沌粒子群的Shannon熵	基于粒子群的最大Shannon熵	基于混沌粒子群的Shannon熵	基于混沌粒子群的Shannon熵
	阈值	时间/s	灰度熵	直方图	灰度熵	灰度熵	灰度熵	灰度熵
House	103	0.015	127	0.015	120	(101,194)	(113,179)	(63,113,194)
	时间/s	0.015	0.015	0.012	0.344	0.315	0.407	0.401
Peppers	168	0.032	91	0.032	96	(107,174)	(80,121)	(98,138,182)
	时间/s	0.032	0.032	0.026	0.438	0.438	0.484	0.453

由图1(b)和图2(b)可知,灰度熵单阈值选取方法的分割结果(图1(c)、图2(c))明显优于最大Shannon熵单阈值选取方法(图1(g)、图2(g)).由于最大Shannon熵阈值选取方法仅仅依赖于图像灰度直方图的概率信息,是在单一的直方图上寻找最佳阈值,而没有直接考虑类内灰度的均匀性;而灰度熵直接反映了类内灰度的均匀性,也同时考虑了概率信息,使得灰度熵阈值选取方法分割的图像更为准确.图1(f)和图2(f)是经量化图像直方图的灰度熵单阈值选取方法分割的图像,由表1可见,其阈值与灰度熵单阈值选取方法得到的阈值略有差别,但仅从主观视觉效果分析,与灰度熵单阈值选取方法得到的分割图像相似.图1(d)、图2(d)和图1(h)、图2(h)分别为基于递推混沌小生境粒子群的灰度熵以及基于粒子群的最大Shannon熵双阈值选取方法的分割结果,可以看出本文方法的分割结果更为准确.图1(e)、图2(e)和图1(i)、图2(i)分别展示了基于递推混沌小生境粒子群的灰度熵三阈值选取方法的分割结果.从主观视觉效果上来看,本文方法分割后的图像在细节、纹理等方面优势明显,比如House图像中墙砖之间的层次、Peppers图像中辣椒轮廓等.

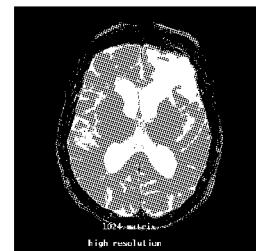
然后再来比较上述阈值选取方法的运行时间.由表1可知,灰度熵单阈值选取方法的运行时间和最大Shannon熵单阈值选取方法相近;量化图像直



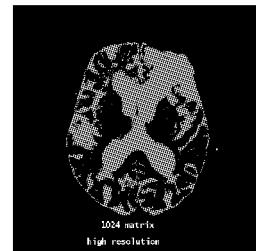
(a) 原始图像



(b) 直方图



(c) 灰度熵双阈值



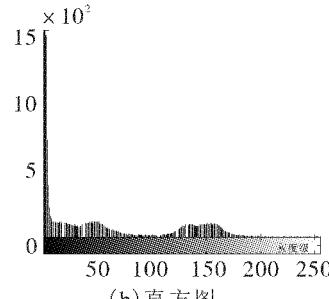
(d) 最大Shannon熵双阈值

图3 大脑图像及其分割结果

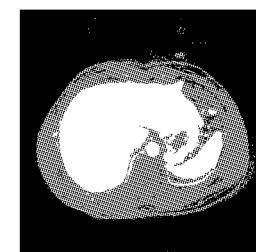
Fig. 3 Brain image and segmentation results



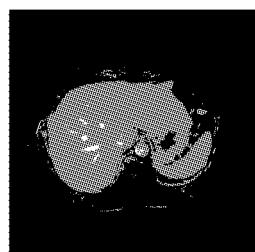
(a) 原始图像



(b) 直方图



(c) 灰度熵双阈值



(d) 最大Shannon熵双阈值

图4 肝脏图像及其分割结果

Fig. 4 Liver image and segmentation results

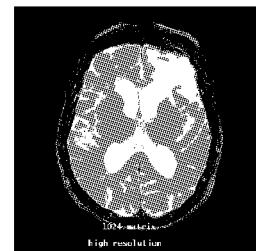
方图的灰度熵阈值选取方法缩短了运行时间;与基于粒子群的最大Shannon熵多阈值选取方法相比,基于递推混沌小生境粒子群的灰度熵多阈值选取方法可以更为迅速地找到最佳阈值,在运行速度上有一定的优势.

为了进一步验证灰度熵阈值选取方法的有效性,再以2幅大小为 $512 \times 512$ 的实际医学图像(“大脑”CT图像、“肝脏”MR图像)的双阈值分割来说明,分割结果分别如图3和图4所示,相应的阈值及运行时间列于表2.与基于粒子群的最大Shannon熵阈值选取方法(图3(d)和图4(d))相比,本文方法所得的分割图像中.大脑细节特征更为清晰(图3(c));肝脏更为完整,且周围的皮肤也一同被分割出来(图4(c)).

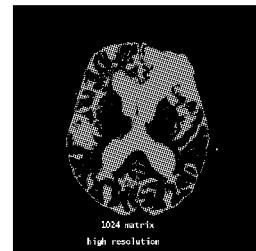
表2 医学图像分割的双阈值及运行时间的比较

Table 2 The comparison of two thresholds and processing time of image segmentation

	大脑		肝脏	
	阈值	时间/s	阈值	时间/s
灰度熵 双阈值	(10,33)	0.406	(5,85)	0.422
最大 Shannon 熵双阈值	(25,111)	0.410	(67,195)	0.443



(c) 灰度熵双阈值



(d) 最大Shannon熵双阈值

图3 大脑图像及其分割结果

Fig. 3 Brain image and segmentation results

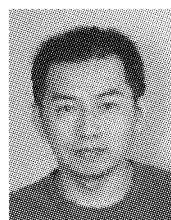
## 6 结束语

本文给出的灰度熵的定义与现有的仅基于直方图分布的最大 Shannon 熵不同,且直接反映了类内灰度的均匀性,据此得到的阈值选取方法改善了图像分割效果;量化图像直方图的灰度熵阈值选取方法降低了搜索代价;提出的采用快速递推方式及混沌小生境粒子群优化寻找灰度熵最佳多阈值的方法,缩短了阈值选取的运行时间。针对实际灰度图像进行的大量实验结果表明,与最大 Shannon 熵单阈值选取和基于粒子群的最大 Shannon 熵多阈值选取方法相比,本文方法的分割性能更为优越。下一步的研究工作是基于二维灰度熵的图像阈值选取,这也是下一篇研究论文的主题。

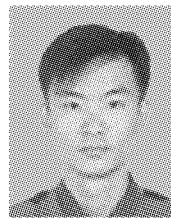
## 参考文献:

- [1] 陈小波,程显毅.一种基于 MAS 的自适应图像分割方法[J].智能系统学报,2007,2(4):80-85.  
CHEN Xiaobo, CHENG Xianyi. An adaptive image segmentation technique based on multi-Agent system [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2007, 2(4): 80-85.
- [2] 王科俊,郭庆昌. 基于粒子群优化算法和改进的 Snake 模型的图像分割算法[J]. 智能系统学报, 2007, 2(1): 53-58.  
WANG Kejun, GUO Qingchang. Image segmentation algorithm based on the PSO and improved Snake model [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2007, 2(1): 53-58.
- [3] KAPUR J N, SAHOO P K, WONG A K C. A new method for grey-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1985, 29(1): 273-285.
- [4] 曹力,史忠科. 基于最大 Shannon 熵原理的多阈值自动选取新方法[J]. 中国图象图形学报, 2002, 7(5): 461-465.  
CAO Li, SHI Zhongke. An automatic multilevel thresholding method based on maximal entropy [J]. Journal of Image and Graphics, 2002, 7(5): 461-465.
- [5] CHANG H C, CHEN J R, LI J G. Threshold selection based on fuzzy c-partition entropy approach [J]. Pattern Recognition, 1998, 31 (7): 857-870.
- [6] 罗希平,田捷. 用最大 Shannon 熵原则作多阈值选择的条件迭代算法[J]. 软件学报, 2000, 11(3): 379-385.
- LUO Xiping, TIAN Jie. The ICM algorithm for multi-level threshold selection by maximal entropy criterion [J]. Journal of Software, 2000, 11(3): 379-385.
- [7] 王毅,牛奕龙,田泓,等. 基于改进遗传算法的最佳熵多阈值三维医学图像分割算法[J]. 西北工业大学学报, 2007, 25(3): 442-445.  
WANG Yi, NIU Yilong, TIAN Yun, et al. A more stable and accurate genetic algorithm for segmentation of 3-D medical images [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2007, 25(3): 442-445.
- [8] WANG Y, FAN Y Y, NIU Y L, et al. Effective immune genetic algorithm for segmentation of 3D brain images [J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(15): 4136-4140.
- [9] 韦苗苗,江铭炎. 基于粒子群优化算法的多阈值图像分割[J]. 山东大学学报:工学版, 2005, 35(6): 118-121.  
WEI Miaomiao, JIANG Mingyan. Multilevel thresholding methods for image segmentation based on particle swarm optimization [J]. Journal of Shandong University: Engineering Science, 2005, 35(6): 118-121.
- [10] 严学强,叶秀清,刘济林,等. 基于量化图像直方图的最大 Shannon 熵阈值处理算法[J]. 模式识别与人工智能, 1998, 11(3): 352-358.  
YAN Xueqiang, YE Xiuqing, LIU Jilin, et al. Maximal entropy image thresholding algorithm based on the histogram defined on quantization image [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1998, 11(3): 352-358.
- [11] 贾东立,张家树. 基于混沌变异的小生境粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2007, 22(1): 117-120.  
JIA Dongli, ZHANG Jiashu. Niche particle swarm optimization combined with chaotic mutation [J]. Control and Decision, 2007, 22(1): 117-120.

### 作者简介:



吴一全,男,1963年生,教授,博士,主要研究方向为图像处理与模式识别、目标检测与跟踪、智能信息处理等。在国内外核心刊物和国际学术会议上发表学术论文90余篇。



纪守新,男,1984年生,硕士研究生,主要研究方向为图像处理与目标检测等。