

## 复杂网络上的传播动力学及其新进展

夏承遗<sup>1,2</sup>, 刘忠信<sup>3</sup>, 陈增强<sup>3</sup>, 袁著社<sup>3</sup>

(1. 天津大学 管理学院, 天津 300072; 2. 天津理工大学 智能计算与软件新技术天津市重点实验室, 天津 300191; 3. 南开大学 自动化系, 天津 300071)

**摘要:** 深刻理解传染病在社会群体中的传播规律、计算机病毒在因特网上的扩散过程是复杂系统和传染病动力学领域研究的一个热点问题. 主要从复杂网络的拓扑结构和流行病的感染机制 2 个方面综述了当前国内外传播动力学研究的现状和最新进展, 探讨了传播动力学在疾病预防与免疫中的应用, 最后指出值得进一步研究的问题. 例如带社区、层次结构的加权演化模型, 动态网络结构下的疾病传播行为和微观感染机制等.

**关键词:** 复杂系统; 复杂网络; 传播动力学; 疾病传播

**中图分类号:** TP183; O231.5; N945.12 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-4785(2009)05-0392-06

## Transmission dynamics in complex networks

XIA Cheng-yi<sup>1,2</sup>, LIU Zhong-xin<sup>3</sup>, CHEN Zeng-qiang<sup>3</sup>, YUAN Zhu-zhi<sup>3</sup>

(1. School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. Tianjin Key Laboratory of Intelligence Computing and Novel Software Technology, Tianjin University of Technology, Tianjin 300191, China; 3. Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071, China)

**Abstract:** Analysis of the spread of infectious diseases within social populations and the processes used by computer viruses to diffuse on the Internet are active areas of study. They involve complex systems and the dynamics of epidemics. Related research, including progress in understanding epidemic dynamics, was reviewed in light of the topological structures of complex networks and the mechanisms of infection in epidemics. The application of epidemic dynamics to disease prevention and control was also explored. Several problems needing further study were pointed out, such as weighted evolution model of community or hierarchy, the spread of diseases within dynamic network configuration, micromechanisms of infection in epidemics and so on.

**Keywords:** complex systems; complex networks; epidemic dynamics; disease spreading

纵观人类社会的发展, 传染病一直持续不断地威胁着人类的健康, 从早期的天花、麻疹, 到近年来的艾滋病、非典型性肺炎(SARS)以及禽流感, 每一次大爆发都给人们的生命财产带来巨大的损失. 此外, 计算机病毒借助庞大的因特网, 更加方便地跨越国界, 时时刻刻、无孔不入地渗透到世界的每一个角落, 阻碍着人类社会的网络化进程. 因此, 对传染病在社会群体中的传播规律、计算机病毒在因特网上

的扩散过程等进行精确建模, 进而设计有效的流行病的预防与控制策略是当前复杂系统和传染病动力学领域研究的一个热点问题, 具有重要的理论意义和实际应用价值<sup>[1]</sup>.

对于经典传染病的建模、分析, 人们已经做了大量工作<sup>[2]</sup>, 提出了各种传播模型, 其中最著名的有基于常微分方程的 SIS(susceptible-infective-susceptible)和 SIR(susceptible-infective-removed)模型. 这些模型指出各种传染病都存在临界行为和阈值特性, 但它们都有一个共同的假设: 均匀混合假设, 总是假定个体之间具有相等的接触概率、传染性, 没有考虑接触网络拓扑结构、个体差异等对传播行为的影响, 这与真实情况不完全一致. 事实上, 传统的基于常微分方程的传播模型, 等价于完全连通网络上的传播

收稿日期: 2009-03-24.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60774088, 60904063); 天津市应用基础与前沿技术研究计划重点项目(08JCZDJC21900); 教育部科学技术研究重点项目(107024); 天津市高等学校科技发展基金资助项目(20071306).

通信作者: 夏承遗. E-mail: xialooking@163.com.

问题,而真实复杂系统表现出小世界效应<sup>[3]</sup>、无标度特性<sup>[4]</sup>和节点之间的连接相对稀疏,因此有必要考虑接触网络的拓扑结构对发生在真实系统上传播动力学特性的影响。

SARS 在人群中的爆发、禽流感在动物中的传播、层出不穷的计算机病毒在因特网上的蔓延等,都可以归结为发生在网络上的传播行为<sup>[5]</sup>。可以将生物种群和计算机网络中的个体(单个生物体或单台主机)抽象为节点,而将个体之间的联系或相互作用定义为节点之间的边,利用迅速发展的复杂网络理论来研究大规模生物和计算机病毒流行的传播机制。复杂网络理论研究的进展<sup>[6]</sup>为传播动力学研究提供了新的理论、工具和方法,激发了大量相关的研究工作。本文致力于全面地总结目前国内外关于复杂网络上疾病传染、传播问题的研究工作,为进一步深入开展复杂网络上传播动力学研究提供了有价值的线索。

## 1 网络拓扑结构对传播机理和行为的影响

Watts 和 Strogatz (WS)、Barabási 和 Albert (BA) 在真实世界复杂系统拓扑结构的开创性工作<sup>[3,4]</sup>,激发了基于这 2 类典型复杂网络(或改进模型)上传播动力学的广泛研究。

### 1.1 小世界网络上的传播行为

Watts 和 Strogatz 在提出 Small-World(SW)网络模型的开创性工作中就指出 SW 效应会加快传染病的传播过程<sup>[3]</sup>。但是, Pastor-Satorras 和 Vespignani (PV) 等人<sup>[7]</sup>利用平均场理论,研究表明小世界网络与较早的关于规则网络、随机网络上的传播行为类似,存在非零的传染速率临界值  $\lambda_c$ : 当  $\lambda > \lambda_c$ , 疾病能够在接触网络中长期存在下去,演化为地方病(endemic)状态; 当  $\lambda < \lambda_c$ , 疾病以指数的速率迅速消亡。

目前,对于小世界网络上传播行为进行解析研究的主要手段就是将其等价为某种逾渗(percolation)问题。在文献[8]中, Newman 和 Watts (NW) 研究了改进的小世界网络上的 SIR 模型的传播问题,将该问题等价为小世界网络上逾渗概率为  $p$  的座逾渗(site percolation)问题,从而可以解析求出传播持续时间和感染者数量之间的关系。结果显示在 NW 网络上这种传播的时间特性由网络平均距离决定。采用类似的思路,文献[9]研究了高维小世界网络上的逾渗性质。同样,还可以将一些传播问题等价为键逾渗问题(bond percolation)、座键混合逾渗(site-bond percolation)问题。

文献[10]研究了 WS 小世界网络上的 SIRS

(susceptible-infective-recovered-susceptible) 传播模型,发现随着重连概率  $p$  的增加,感染个体数量的时间序列  $n_{inf}(t)$  将逐步从在一个不动点上下波动变成明显的周期振荡; 并且在重连概率  $p$  较大时,存在明显的同步相变对象,即很多人同时感染,或同时康复。文献[11]利用一个略带修正的 SIR 模型,研究在给定的  $(p, N)$  条件下,稳态的免疫型(R 型)节点数目  $N_R$  的分布情况,计算得到  $K = 2$  时相变点的位置在  $p_c = 0.19 \pm 0.01$ , 当  $K$  增大时,临界值  $p_c$  变小,但非零。

由此可见,小世界网络上的传播行为仍然存在明显的相变特性,并且相变临界值非零,没有改变经典传染病动力学的阈值特性; 但是,真实复杂系统的小世界效应会加快病毒在网络上传播的动态过程,促进传染病的爆发。

### 1.2 无标度网络上的传播行为

根据经典的疾病传播理论,疾病若是持续存在,必然波及较大的范围,可实证研究表明,计算机病毒、麻疹、性传播疾病等一般仅波及少数个体,但能长期存在。这一问题在很长时间内困扰着传播动力学的研究。最近关于许多真实复杂系统的拓扑结构的研究表明,这些网络节点的度分布呈现明显的无标度特性。这些疾病传播网络的无标度特性会不会是上述问题产生的原因呢? PV 首先考虑了网络无标度特性的影响,得到了一系列关于复杂网络传播临界值理论的新的研究成果<sup>[7]</sup>。以 SIS 传播模型为基础,发现疾病的波及范围(稳态感染密度)  $\rho$  与有效传播速率  $\lambda$  的关系为  $\rho \approx e^{-1/\lambda m}$ 。由此,对任何有限的  $\lambda$ , 都有  $\rho > 0$ , 所以有  $\lambda_c = 0$ 。这一结果很好地解释了传统理论无法解释的实际传播现象,极大地改变了传统流行病传播理论中所得到的许多结果,具有突破性的意义,并引发了对无标度网络上传播行为的研究热潮。更进一步,他们发现复杂网络的传播临界值为  $\lambda_c = \langle k \rangle / \langle k^2 \rangle$ , 对  $2 < \gamma \leq 3$  的无标度网络,在网络规模趋于无穷大时,  $\langle k^2 \rangle$  发散,有  $\lambda_c = 0$ , 即缺乏临界传播阈值,与前面的分析一致。

上述分析都是针对非关联网络而得到的。然而,研究发现节点度的关联性是包括社会网络、Internet 等许多复杂网络的一个重要特征。文献[12]研究了关联网络上的传播特性,用条件概率  $P(k'|k)$  来表示度为  $k$  的节点与度为  $k'$  的节点相连接的概率,定义矩阵  $C_{kk'} = \{kP(k'|k)\}$ , 研究结果显示关联网络的传播临界值为  $\lambda_c = 1/\Lambda_m$ , 其中  $\Lambda_m$  为  $C_{kk'}$  的最大特征值。对于非关联网络,  $C_{kk'}$  只有惟一的特征值  $\Lambda_m = \langle k^2 \rangle / \langle k \rangle$ 。

另外,真实网络都是有限规模大小的,有限尺度

效应对网络上的传播行为的影响具有一定的实际意义. 文献[13]首先研究了无标度网络上传播行为的有限尺度效应, 指出在有限规模的网络上 SIR 模型存在正的非零传播临界值. PV 给出了有限尺度效应下 SIS 传染模型临界值的解析结果<sup>[14]</sup>.

临界值理论只考虑传播的最终稳态情况, 而对于在传播过程中出现的如震荡等动态行为的研究较少. 文献[15]分析了最简单的 SI 传播模型在具有高度非均匀度分布特性的复杂网络中传播爆发的时间演化过程, 发现非均匀网络中病毒传播具有递阶动态行为: 病毒首先感染网络中度大的节点, 然后层层入侵, 直至网络中度很小的节点. 文献[16-17]详细研究了 SIS 传播模型在典型复杂网络模型中传播爆发的时间演化过程, 有类似的结论, 并且 SI 模型的结果是研究的一个特例情况.

此外, 以经典的 SIS/SIR 模型为基础, 研究更复杂、更现实的传播模型值得进一步尝试. 文献[18]研究了带有直接免疫机制的 SIRS 传染模型的传染临界特性, 发现直接免疫作用可以大大增加传播的临界阈值, 降低疾病的波及范围<sup>[18]</sup>. 此外, 基于因特网上计算机病毒爆发的特征, 提出了一个新的分阶段传播模型<sup>[19]</sup>, 很好地刻画了典型的计算机病毒在因特网上的传播行为.

当前研究表明, 高度异构化的网络具有中心节点, 会促进疾病的传播, 当网络规模趋于无穷大时传染临界值为 0. 但是, 上述结果忽略了节点个体的差异, 仅从网络结构的角度来对疾病传播进行建模, 还不能完全刻画真实流行病的传播行为.

### 1.3 其他网络拓扑特性对传播行为的影响

文献[20]提出一个结构化的 scale-free (SF) 网络模型, 该模型具有很大的聚集系数和度关联性, 针对 SIS 传染模型, 研究发现即使度分布的二阶矩发散 ( $\langle k^2 \rangle \rightarrow \infty$ ), 疾病传播也存在非零的传染阈值, 进而指出高度的聚集性 (模块性) 和度关联可以保护 SF 网络、阻止病毒在网络上的传播.

真实网络如通信网络、交通网络等都是表现为含权网络, 它们的传播行为有何特性? 文献[21]首先研究 BBV 含权模型网络<sup>[22]</sup>上的 SI 传播模型的动态特性, 结果表明与无权网络不同, 动态传播行为没有递阶动态行为.

另外, 真实复杂系统如社会网络, 具有明显的社团结构, 在社团内部联系紧密 (如家庭成员、同事之间等), 而不同社团的个体之间联系较少. 文献[23]提出一个简化的带有社团结构的复杂网络模型, 然后研究该模型上的疾病传播, 发现社区网络与随机均匀网络相比, 有较小的传染临界值, 更大的稳态感

染密度. 文献[24]提出一个带有社团结构的 SF 网络模型, 基于 SI 传播模型研究发现, 与标准 SF 网络相比, 社团结构的 SF 网络上疾病的波及范围会大大降低.

此外, 社会网络经常表现出某种层次结构特性, 这种层次结构对传播行为的影响如何? 文献[25]在 Watts 等<sup>[26]</sup>提出的层次社会网络模型基础上, 利用 SIR 模型研究了层次结构的维数 ( $H$ ) 对传播动力学的影响. 如果  $H = 1$ , 随着人群划分为日益相似的局部组, 存在从全局到局部传播的转变 (相变); 而如果  $H > 1$ , 不管个体所在组的相似程度如何, 总是达到全局传播 (即大范围流行), 这对疾病的预防与控制来说不是好的消息.

文献[27]提出一个基于小世界网络的新颖的传播模型, 利用一定的控制策略来抑制疾病或病毒的传播, 研究带有线性和非线性反馈控制器的时延控制传播模型的稳定性和 Hopf 分叉特性, 分析了 WS 模型的重连概率、控制器的反馈增益、时延等对不稳定振荡行为的影响, 结果表明时延依赖的小世界网络中的传播存在固有的振荡行为.

文献[28]利用 SIS 和 SIRS 模型, 研究了带有社区的网络疾病传播, 发现随着传播速率的增加, 感染密度具有稳定于一个固定的平衡点、不稳定振荡或 2-周期振荡等特性.

文献[29]提出一个自适应网络演化模型, 基于网络中的健康个体在面临传染病爆发时主动避免与染病个体的连接, 从连接边 (分为健康-健康、健康-染病、染病-染病 3 种类型的边) 演化的角度建立 SIS 传播动力学方程. 在每一个时间步内, 染病个体以概率  $r$  治愈, 与染病个体相连接的健康个体以概率  $p$  被感染, 此外每一对健康-染病连接边一端的健康个体以概率  $w$  切断这条边, 并同时随机选择一个健康个体建立新连接. 结果表明随着  $w$  的变化, 传播过程存在 Hopf 分叉、跨临界分叉以及鞍结分叉等动力学行为, 染病个体密度呈现不连续跃迁、双稳态、震荡和滞环等现象.

文献[30]基于 SIS 传播模型研究了偏好连接和地理空间结构共同对疾病传播的影响. 新节点  $i$  与旧节点  $j$  ( $d_{ij}$  为两节点间的几何距离) 建立连接的概率正比于  $k_i^A/d_{ij}^B$  ( $A$  和  $B$  是 2 个固定常数), 发现  $A = 0$  时, 再现通常的具有阈值的传染行为;  $B = 0$  时, 仅在  $A = 1$  时缺乏临界行为.

综上所述, 网络拓扑结构对复杂网络上的传播动力学行为起决定性的作用; 但是上述研究都假定节点的传染能力等于节点的度, 即存在“超级传播者”的条件下得到的. 如果修改这一假设条件, 就可

能出现一些新的现象. 另外,对具有社区结构的加权网络模型上的传播行为的研究还是空白,网络的层次结构、网络拓扑结构的动态变化等对传播动力学的影响研究较少. 所以,将网络的加权特性、社区行为、网络结构的动态变化等结合起来研究它们对传播行为的影响更能反映网络上真实传播行为,这值得深入研究.

## 2 疾病感染机制对传播行为的影响

宏观上,网络拓扑结构决定了疾病传播的相变过程或临界行为,但具体的疾病感染机制对传播行为的影响也不可忽视,研究这些机制对于疾病的预防和控制具有实际意义.

文献[31]将饱和效应加入到 SIS 感染传播模型,其中感染传输概率与度相关,但不是线性相关,而是引入饱和函数  $C(k)$ ,从而限制 hub 节点的传染能力,即使度指数  $2 < \gamma \leq 3$  的 SF 网络也存在正的有限阈值. 同样,文献[32]的研究也表明疾病传播临界值不仅与网络结构有关,而且也依赖于具体的感染机制,他们设计了一种与度相关的感染与传播方案,使得阈值为  $\lambda_c = \langle k \rangle / \sum_k A(k)T(k)k^2 p(k)$  (其中  $A(k)$  代表度为  $k$  的易感节点通过感染边实际被感染的概率,而  $T(k)$  表示感染节点实际传染给其他节点的概率). 即使对 SF 网络,选择特定的  $A(k)$  和  $T(k)$  也能使  $\lambda_c$  不为 0 (如只要  $A(k)T(k) = 1/k$ ,则对任何复杂网络  $\lambda_c$  都为 1). 文献[33]提出一个新的具有完全相同传染性的 SI 模型,即每个节点只能接触有限个恒定的邻居;然后在 SF 网络上实现该模型,发现被感染人群指数增长,但其时间尺度要远大于标准 SI 模型. 基于 SIR 模型,文献[34]还研究发现这种具有相同传染性的传播模型即使在 BA 无尺度网络上也存在正的临界阈值 ( $\lambda_c = 1/A$ , 其中  $A$  代表节点的感染能力),与标准 SIR 模型完全不同.

文献[35]提出一个新的传播机制,假定个体的传染性与其度呈非线性的关系 ( $\lambda(k') = \lambda_0 k'^\alpha$ , 其中  $\alpha \in (0, 1)$ ), 研究 SIR 模型的传播临界值,发现标准 SIR 模型和文献[34]的结果恰好是其 2 种极限情况. 在此基础上文献[36-37]研究了具有非线性传染性的 SIS 和 SIRS 模型,发现这一新的传播机制会显著影响疾病传播的临界值. 文献[38]将节点之间传染能力建模为度的分段线性函数,更加符合实际传播情况,发现即使在高度异构的 SF 网络上,也可能存在正的传播阈值.

文献[39]考虑到受传染病的影响,个体尽可能

减小与外界接触的机会,从而改变了网络的拓扑结构,他们利用反馈机制代表这一行为,将其引入到传播动力学中,研究了指数网络(包括 ER 和 WS 模型)中带反馈的传染、传播行为,发现这一机制能够减小网络中感染个体的最终密度,但并未改变疾病传播的临界阈值.

文献[40]提出了一个带有媒介的 SIS 传播模型,符合一类传染病如疟疾、黄热病与登革热等的传播特性. 疾病不仅可以通过感染个体传播,而且还可以通过感染媒介(如蚊子)等传播,发现在复杂网络上的传染阈值与标准 SIS 模型类似,但按比例免疫的策略对这一新的传播模型非常有效.

文献[41]提出一个新的传播模型,易感个体被感染的概率不是依赖于它的度,而是关于暴露程度  $\phi$  的一个函数  $F(\phi)$ . 结果表明有效平均感染速率存在临界阈值  $\lambda_c = 1$ ,该阈值与治愈率、传染机制和网络拓扑有关. 根据传染函数和治愈率的关系,疾病传播可能处于地方病状态、无病状态或介于这两者之间.

由此可见,具体的微观感染机制也会显著影响疾病复杂网络上的传播行为. 因此,结合某种具体的传播行为,提出一些符合实际的微观感染机制,得到的结果可能与已有的结论截然不同(如在高度异构的 SF 上也存在正的传播临界值). 目前这方面研究刚刚起步,很多研究只能捕获真实传播行为的某一方面,有待进一步深入.

## 3 传播动力学理论的应用研究

在理解流行病传播规律的基础上,研究如何配置和优化医疗资源,从而迅速抑制传染病大规模的爆发,是传播动力学研究的首要、也是最重要的应用.

基于复杂网络理论,分别提出了目标免疫<sup>[42]</sup>、环状接种<sup>[43]</sup>以及“熟识者”免疫<sup>[44]</sup>等策略,结果表明这些新的策略都比随机免疫策略的效果要高得多. 在“熟识者”免疫基础上,文献[45]提出一个新的免疫策略,随机选择一个节点,然后询问它的邻居的度是否大于特定的值或节点自身的度,如果满足这个条件就免疫这个邻居,免疫的效果基本上接近目标免疫,但不需要了解网络的全局拓扑信息.

另外,许丹等<sup>[46]</sup>等从节点路径长度范围的角度研究了病毒的局域控制,分析了不同拓扑结构的复杂网络中局域控制的有效性.

目前,在实践中基于复杂系统的局域信息条件下,如何设计一套分布式、实时在线免疫策略的研究值得深入开展,并具有重要的现实意义和实用价值.

## 4 结束语

基于复杂网络理论的流行病的传播动力学研究

可以在传染性疾病、计算机病毒等方面有着直接的应用,受到学术界的广泛注意.虽然已经取得了令人瞩目的研究,但很多结果离实际应用要求还有相当的差距,以下几个方面有待深入开展:

1)真实系统通常具有加权、社区及层次结构等特性,同时系统的拓扑结构可能动态变化,因此考虑带社区、层次结构的加权演化模型和动态网络结构下的疾病传播行为是有意义的研究方向.

2)具体的微观感染机制对疾病传播行为也会产生巨大的影响.探索能够表征真实传染行为的微观感染机制在复杂网络上的传染、传播的动态演化规律也值得进一步深入的研究.

3)将复杂网络上传播动力学的理论、方法应用到计算机病毒、新兴恶性传染病(如SARS、禽流感等)传播行为的分析和研究中,提取一些共性的特征,为从宏观上设计病毒预防和控制策略、实践上部署免疫资源等提供理论指导,这方面的研究具有重要的实际应用背景,值得深入开展.

4)通常要尽力避免或抑制传染病的快速传播,能否逆向思维,利用快速传播这一特点,基于复杂网络理论提出新的路由协议用于通信网络中数据包的传递?作者认为这是一个有益的尝试.

相信在上述几个方面的深入探索将有助于更加深刻地理解真实复杂拓扑系统中传染机制与传播行为,为将传播动力学理论应用到传染性疾病与计算机病毒的预防和控制中提供科学的理论依据.

## 参考文献:

- [1] EUBANK S, GUCLU H, KUMAR V S A, et al. Modeling disease outbreaks in realistic urban social networks[J]. Nature, 2004, 429: 180-184.
- [2] MURRAY J D. Mathematical biology (I): an introduction [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- [3] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small world networks[J]. Nature, 1998, 393: 440-442.
- [4] BARABÁSI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks [J]. Science, 1999, 286: 509-512.
- [5] ZHOU J, LIU Z H. Epidemic spreading in complex networks[J]. Frontiers of Physics in China, 2008, 3(3): 331-348.
- [6] 陈关荣. 复杂网络及其新近研究进展简介[J]. 力学进展, 2008, 38(6): 653-662.  
CHEN Guanrong. Introduction to complex networks and their recent advances[J]. Advances in Mechanics, 2008, 38(6): 653-662.
- [7] PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Epidemic spreading in scale-free networks[J]. Physical Review Letters, 2001, 86: 3200-3203.
- [8] NEWMAN M E J, WATTS D J. Scaling and percolation in the small-world network model [J]. Physical Review E, 1999, 60: 7332-7342.
- [9] MOUKARZEL C F. Spreading and shortest path in systems with long-range connections[J]. Physical Review E, 1999, 60: 6263-6266.
- [10] KUPERMAN M, ABRAMSON G. Small-world effect in an epidemiological model [J]. Physical Review Letters, 2001, 86: 2909-2912.
- [11] ZANETTE D H. Critical behavior of propagation on small-world networks [J]. Physical Review E, 2001, 64: 050901.
- [12] BOGUNA M, PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Absence of epidemic threshold in scale-free networks with degree correlations [J]. Physical Review Letters, 2003, 90: 028701.
- [13] MAY R M, LLOYD A L. Infection dynamics on scale-free networks[J]. Physical Review E, 2001, 64: 066112.
- [14] PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Epidemic dynamics in finite size scale-free networks[J]. Physical Review E, 2002, 65: 035108.
- [15] BARTHÉLEMY M, BARRAT A, PASTOR-SATORRAS R, et al. Velocity and hierarchical spread of epidemic outbreaks in scale-free networks [J]. Physical Review Letters, 2004, 92: 178701.
- [16] XIA Chengyi, LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang, et al. Dynamic spreading behavior of homogeneous and heterogeneous networks[J]. Progress in Natural Science, 2007, 17(3): 358-365.
- [17] XIA Chengyi, LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang, et al. Epidemic spreading behavior on local-world evolving networks[J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(6): 653-658.
- [18] 夏承遗, 刘忠信, 陈增强, 等. 复杂网络上带有直接免疫的SIRS类传染模型研究[J]. 控制与决策, 2008, 23(4): 468-472.  
XIA Chengyi, LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang, et al. SIRS epidemic model with direct immunization on complex networks[J]. Control and Decision, 2008, 23(4): 468-472.
- [19] XIA Chengyi, LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang, et al. A new multistage epidemiological model on complex networks [J]. Dynamics of Continuous, Discrete, and Impulsive Systems-Series B, 2007, 14(S6): 160-165.
- [20] EGUILUZ V M, KLEMM K. Epidemic threshold in structured scale-free networks [J]. Physical Review Letters, 2002, 89: 108701.
- [21] YAN G, ZHOU T, WANG J, et al. Epidemic spread in weighted scale-free networks[J]. Chinese Physics Letters, 2005, 22(2): 510-513.
- [22] BARRAT A, BARTHÉLEMY M, VESPIGNANI V. Weighted evolving networks: coupling topology and weighted dy-

- namics[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92: 228701.
- [23] LIU Z H, HU B. Epidemic spreading in community networks[J]. *Euro-Physics Letters*, 2005, 72(2): 315-321.
- [24] HUANG W, LI C G. Epidemic spreading in scale-free networks with community structure[J]. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008(1): P01014.
- [25] ZHENG D F, HU P M, TRIMPER S. Epidemics and dimensionality in hierarchical networks[J]. *Physica A*, 2005, 352: 659-668.
- [26] WATTS D J, DODDS P S. Identity and search in social networks[J]. *Science*, 2002, 296: 1302-1305.
- [27] LI X, WANG X F. Controlling the spreading in small-world evolving networks: stability, oscillation, and topology[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 534-540.
- [28] ZHOU Y Z, LIU Z H, ZHOU J. Periodic wave of epidemic spreading in community networks[J]. *Chinese Physics Letters*, 2007, 24(2): 581-584.
- [29] GROSS T, D' LIMA C J D, BLASIUS B. Epidemic dynamics on an adaptive networks[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96: 208701.
- [30] XU X J, ZHANG X, MENDES J F F. Impacts of preference and geography on epidemic spreading[J]. *Physical Review E*, 2007, 76: 056109.
- [31] JOO J, LEBOWITZ J L. Behavior of susceptible-infected-susceptible epidemics on heterogeneous networks with saturation[J]. *Physical Review*, 2004, 69: 066105.
- [32] OLINKY R, STONE L. Unexpected epidemic threshold in heterogeneous networks: the role of disease transmission[J]. *Physical Review E*, 2004, 70: 030902.
- [33] ZHOU T, LIU J G, BAI W J, et al. Behaviors of susceptible-infected epidemics on scale-free networks with identical infectivity[J]. *Physical Review*, 2006, 74: 056109.
- [34] YANG R, WANG B H, REN J, et al. Epidemic spreading on heterogeneous networks with identical infectivity[J]. *Physica Letters A*, 2007, 364: 189-193.
- [35] WANG J Z, LIU Z R, XU J H. Epidemic spreading on uncorrelated heterogeneous networks with non-uniform transmission[J]. *Physica A*, 2007, 382: 715-721.
- [36] XIA C Y, LIU Z X, CHEN Z Q, et al. Spreading behavior of SIS model with non-uniform transmission on scale-free networks[J]. *The Journal of China University of Posts and Telecommunication*, 2009, 16(1): 27-31.
- [37] XIA C Y, LIU Z X, CHEN Z Q, et al. Epidemics of SIRS model with non-uniform transmission on scale-free networks[J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2009, 23(9): 2203-2213.
- [38] FU X C, SMALL M, WALKER D M, et al. Epidemic dynamics on scale-free networks with piecewise linear infectivity and immunization[J]. *Physical Review E*, 2008, 77: 036113.
- [39] LIU Z R, YAN J R, ZHANG J G, et al. Dynamics with feedback mechanism in exponential networks[J]. *Chinese Physics Letters*, 2006, 23(5): 1343-1346.
- [40] SHI H G, DUAN Z S, CHEN G R. An SIS model with infective medium on complex networks[J]. *Physica A*, 2008, 387: 2133-2144.
- [41] DUAN W Q, CHEN Z, LIU Z R. Epidemic spreading in contact networks based on exposure level[J]. *Chinese Physics Letters*, 2006, 23(5): 1347-1350.
- [42] PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Immunization of complex networks[J]. *Physical Review E*, 2002, 65: 036104.
- [43] AHMED E, ELGAZZAR A S, YOUSSEF A S. An epidemic model on small-world networks and ring vaccination[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2002, 13: 189-198.
- [44] COHEN R, HAVLIN S, BEN-AVRAHAM D. Efficient immunization strategies for computer networks and populations[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91: 247901.
- [45] GALLOS L K, LIJEROS F, ARGYRAKIS P, et al. Improving immunization strategies[J]. *Physical Review E*, 2007, 75: 045104.
- [46] 许丹, 李翔, 汪小帆. 复杂网络病毒传播的局域控制研究[J]. *物理学报*, 2007, 56(7): 1313-1317.
- XU Dan, LI Xiang, WANG Xiaofan. An investigation on local area control of virus spreading in complex networks[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(7): 1313-1317.

#### 作者简介:



夏承遗,男,1976年生,博士,副教授.主要研究方向为复杂网络与传播动力学.



刘忠信,男,1975年生,博士,副教授.主要研究方向为复杂网络与多智能体系统.获得省部级科技进步奖1项,发表学术论文30余篇.



陈增强,男,1964年生,教授,博士生导师.教育部新世纪人才,中国系统仿真学会理事,中国自动化学会控制理论专业委员会委员,中国自动化学会过程控制专业委员会委员,中国优选法统筹法与经济数学研究会复杂系统专业委员会理事.主要研究方向为智能预测控制、非线性鲁棒控制、混沌系统与复杂网络.获得省部级科技进步奖4次,发表学术论文80余篇.