

采样点个数对 T-S 模糊建模精度的影响

刘福才, 陈超, 张彦柳

(燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

摘要:在模糊建模中所取的采样点个数会对辨识出的模型精度产生影响,在只给出有限个数据采样点且数据分布不能人为控制的情况下怎样选取最优的采样点个数是模糊辨识中要解决的问题之一.通过采样点个数变化的模糊辨识算法来研究模糊建模中采样点个数对模型描述性能的影响.基于 T-S 模糊模型,采用对称三角形模糊划分和“网格对角线法”提取模糊规则,通过对 DISO 系统和 Mackey-Glass 无序时间序列进行建模,给出模糊模型训练性能指标和检验性能指标随采样点个数增加的变化趋势曲线.

关键词:模糊辨识;样本点个数;三角形隶属函数;网格对角线法;T-S 模糊模型

中图分类号:TP15 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-4785(2008)06-0541-07

The influence of sampling points on the descriptive performance of T-S fuzzy modeling

LIU Fu-cai, CHEN Chao, ZHANG Yan-liu

(Key Lab. of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: The number of sampling points in fuzzy modeling has a substantial influence on the accuracy of models. If the sampled data is limited and its distribution not properly controlled, choice of the optimal number of sampling points creates significant problems in fuzzy identification. The author proposed a fuzzy identification algorithm with varied sampling points to investigate the influence of the number of sampling points on descriptive performance. Based on the T-S fuzzy model, we extracted the fuzzy rules by using the symmetrical triangular fuzzy division and the net-diagonal method. By modeling the DISO system and the Mackey-Glass chaotic time-series, we concluded that training and testing performance indexes in fuzzy models will increase with increased numbers of sampling points.

Keywords: fuzzy identification; number of sampling points; triangular membership function; net-diagonal method; T-S fuzzy model

自 Zadeh 创立模糊理论以来,已经成功应用于许多控制领域. Zadeh 提出了一种有效的方法来描述不能用精确数学模型表达的复杂或病态系统.由于非线性系统的复杂动态特性,并且模糊系统是一个年轻的领域,在应用模糊模型对非线性系统进行建模时仍有很多尚待解决的问题.如模糊系统的不同学习算法的提出,算法的收敛性分析,及学习完成后模糊系统的性能分析等^[14]. 本文主要研究了只

给出有限个数据采样点且数据的分布不能人为控制的情况下怎样选取最优的采样点个数这一问题^[1]. 模糊辨识是根据系统的输入输出数据对模型进行建模的,模糊模型的辨识分为结构辨识和参数辨识.长期以来,人们对模糊辨识的研究多集中于采用何种方法进行结构和参数的辨识才能提高辨识精度和缩短辨识时间^[5-7]. 本文将从输入输出采样点出发,讨论只给出有限个数据采样点且数据分布随机的情况下能达到所需精度的最小采样点个数和采样点个数对模型精度的影响,即围绕着基于 T-S (Takagi-Sugeno) 模型对非线性系统进行模糊建模时,所取采样

点的个数对模型描述性能的影响进行研究与分析。

1 模糊辨识

1.1 T-S 模糊模型

模糊模型的辨识由结构辨识和参数辨识两部分组成。其中,结构辨识又分为前提结构和结论结构的辨识;参数辨识也分为前提参数和结论参数的辨识。

在本文中模糊模型采用 T-S 模型,模糊划分(可完成前提结构及前提参数辨识)采用三角形划分方法,结论参数辨识采用递推最小二乘算法。Takagi 和 Sugeno 于 1985 年提出了著名的 T-S 模糊模型,其形式如下^[8]:

R^i : if x_1 is A_{i1} and x_2 is A_{i2} and \cdots and x_r is A_{ir}

then $y_i = p_0^i + p_1^i x_1 + p_2^i x_2 + \cdots + p_r^i x_r$.

其中: R^i 是第 i 条模糊规则, x_k 是模糊模型的第 k 个输入变量, A_{jk} 是变量 x_k 的第 j 个模糊子集, y_i 是第 i 条规则的输出, p_j^i 是实系数。

1.2 模糊划分

可将一些隶属函数的形式(三角形、梯形和钟形)应用在前提模糊集合中。三角形型隶属函数是模糊控制中常用的一种隶属函数,由于它的形状仅与直线斜率有关,属于直线型隶属函数,在应用软件实现模糊控制器时,直线型隶属函数比较简单,并耗费较少的计算时间,控制系统的实时性比曲线形隶属函数要好;因此适合于有隶属函数在线调整的自适应模糊辨识与控制。

在本文中的隶属函数采用对称三角形模糊集合,每一个输入空间取相等的划分。每一个输入空间 x_j 的间隔区间 $[M_j^-, M_j^+]$ 是通过不同的 K (见图 1)划分获得的,其中

$$\begin{aligned} M_j^- &= \min\{x_{jp} \mid p = 1, 2, \cdots, m\}, \\ M_j^+ &= \max\{x_{jp} \mid p = 1, 2, \cdots, m\}. \end{aligned} \quad (1)$$

其隶属函数可简单按下式计算:

$$\begin{aligned} \mu_{ij}^p &= (x_{jp} - M_j^-) / (M_j^+ - M_j^-), \\ \mu_{2j}^p &= 1 - \mu_{1j}^p, \\ j &= 1, 2, \cdots, r; p = 1, 2, \cdots, m. \end{aligned} \quad (2)$$

为了简化模糊模型,本文在提取模糊规则时采用“模糊网格对角线方法”^[3]。所有的模糊系统都遇到维数灾难:规则爆炸。对于大多数函数来说,都需要模糊系统提供相当多的规则去逼近。规则的数目随着输入输出变量数目的增多呈指数型增长,而不是按一定的比例增大。“模糊网格对角线法”是在输入空间网格划分的基础上提出的一种提取模糊规则

的简单方法,该方法使得描述非线性系统的模糊规则数只与输入变量的模糊划分数有关,而与输入变量数目无关。即规则的数目随输入空间模糊划分数按一定的比例增大,而不是呈指数型增长,避免了规则爆炸。

图 1 中给出了一模糊系统(输入为 x_1, x_2 , 输出为 y)在 $K=2$ 时的模糊划分情形。

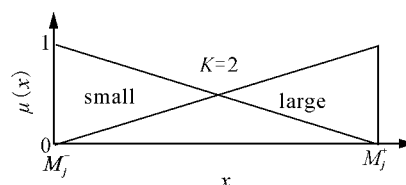


图 1 输入空间的不同划分

Fig. 1 Different division of the input space

每一个输入变量划分为两个模糊集合。若按传统的模糊概念,模糊规则数将为 $2^2 = 4$;然而这里采用“模糊网格对角线法”,只有两个模糊规则被使用并具有如下形式:

R^1 : if x_1 is $small_1$ and x_2 is $small_2$.

then $y_1 = p_0^1 + p_1^1 x_1 + p_2^1 x_2$;

R^2 : if x_1 is $large_1$ and x_2 is $large_2$.

then $y_2 = p_0^2 + p_1^2 x_1 + p_2^2 x_2$.

1.3 结论参数辨识算法

系统的输出可表示为

$$y = \sum_{i=1}^c \omega_i y_i / \sum_{i=1}^c \omega_i, \quad \omega_i = \prod_{k=1}^r \mu_{A_{ik}}(x_k),$$

$$I = \{1, 2, \cdots, r\}, i = 1, 2, \cdots, c.$$

这里: $\mu_{A_{ik}}$ 是由前面的模糊划分得出的, Π 为模糊化算子,通常采用取小运算。

定义

$$\bar{\omega}_i = \omega_i / \sum_{i=1}^c \omega_i.$$

于是模糊系统输出为

$$\begin{aligned} y &= \sum_{i=1}^c \bar{\omega}_i y_i = \\ &= \sum_{i=1}^c \bar{\omega}_i (p_0^i + p_1^i x_1 + p_2^i x_2 + \cdots + p_r^i x_r) = \\ &= [\bar{\omega}_1 \bar{\omega}_1 x_1 \cdots \bar{\omega}_1 x_r \cdots \bar{\omega}_c \bar{\omega}_c x_1 \cdots \bar{\omega}_c x_r] \times \\ &\quad [p_0^1 p_1^1 \cdots p_r^1 \cdots p_0^c p_1^c \cdots p_r^c]^T \end{aligned} \quad (3)$$

将 N 对输入输出数据代入上式可得到一矩阵等式

$$Y = XP.$$

其中: P 是 $L = (r + I)c$ 维结论参数向量; Y, X 是

$N \times I, N \times L$ 的矩阵. P 的最小二乘估计为 $P^* = (X^T \times X)^{-1} X^T Y$. 为了迭代优化结论参数矩阵 P 以及避免矩阵求逆, 这里采用递推最小二乘算法. 令 X 的第 i 个行向量为 x_i^T , Y 的第 i 个分量为 y_i , 则递推算法为

$$P_{i+1} = P_i + \frac{S_{i+1} x_{i+1}^T (y_{i+1} - x_{i+1}^T \cdot P_i)}{1 + x_{i+1} S_i x_{i+1}^T},$$

$$S_{i+1} = S_i - \frac{S_i x_{i+1}^T x_{i+1} S_i}{1 + x_{i+1} S_i x_{i+1}^T},$$

$$i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (4)$$

初始条件为: $P = 0, S_0 = \alpha I$. α 一般取大于 10 000 的实数. I 是 $L \times L$ 的单位阵. 利用式(1~4)求取了误差平方意义下的最优结论参数, 递推终止后输出结论参数和最小的均方误差 MSE (mean square error) (本文中所提到的误差均为均方误差).

2 采样点个数变化的模糊辨识算法

为了研究模糊建模中样本点个数对模糊模型描述性能(逼近精度)的影响, 本文在原有完整的非线性系统模糊模型辨识算法基础上进行了改进^[3]. 以往模糊辨识算法每运行一次只能得到固定采样点个数时的最小均方误差. 经过改进, 程序每运行一次可以得出采样点个数递增(步长自定)的情况下均方误差的相应值; 从而可以看出随着采样点的变化模型均方误差的变化趋势. 算法总结如下:

1) 采用随机输入作用于非线性系统, 计算相应的输出, 得到一组系统辨识用的训练样本及检验样本.

2) 确定采用的样本组数 $N = t$ (t 为初值), N 即为采样点个数.

3) 确定模糊模型输入变量个数 r , 并对每一个输入空间进行模糊划分(确定 c).

4) 根据式(1)和式(2)计算前提参数 $\mu_{A_{kj}}(x_j)$.

5) 根据式(3)形成 X .

6) 利用式(4)求得 P . 为了迭代优化结论参数矩阵 P 以及避免矩阵求逆, 采用递推最小二乘算法.

7) 计算性能指标 J (本文的性能指标 $J = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 / N$). 如果 J 小于阈值或相邻两次不变, 则转步骤 8), 否则转步骤 6).

8) 如果 J 满足辨识精度, 则转步骤 9); 否则增加 c , 转步骤 3).

9) 若此时 N 达到终值则算法结束; 否则赋值 $N = t + l$ (l 为步长), 转步骤 3).

3 仿真实例

在以下仿真研究中选取 DISO (double input single output) 数据和无序时间序列作为建模对象. 应用本文提出的辨识算法对这两种非线性系统进行建模.

3.1 DISO 数据

DISO 系统的数据通过下面方程获得:

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, 1 \leq x_1, x_2 \leq 5.$$

选取模糊模型的输入变量为 x_1, x_2 , 输出变量为 y .

3.1.1 100 组采样点数辨识

首先研究采样点个数取在 100 以内时模糊模型的收敛性(采用 50 组数据进行检验).

通过 Matlab 仿真, 得到当样本点个数取 100 组时, 对 DISO 系统进行建模时模型输出值与真实值的比较图(见图 2, 采用 100 组数据建模, 训练性能指标 MSE 为 0.253 6)和检验时模型输出值与真实值的比较图(见图 3, 采用 50 组数据进行泛化性检验, 检验性能指标 MSE 为 0.222 5).

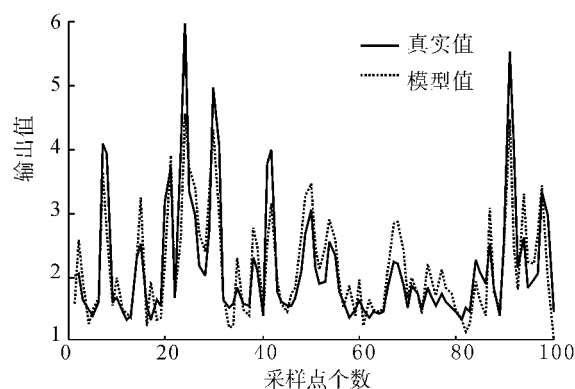


图2 DISO 系统建模时模型值与真实值比较($N=100$)

Fig. 2 The comparison of output and true value in training of the DISO system ($N=100$)

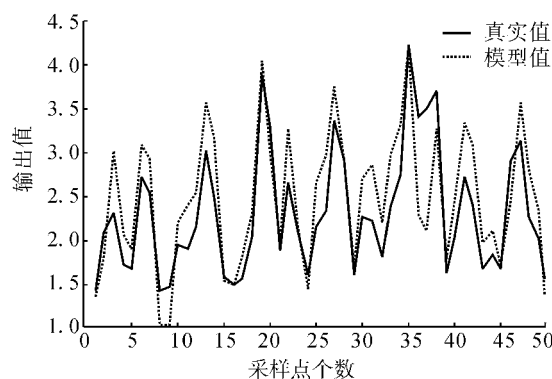


图3 DISO 系统检验时模型值与真实值比较($N=20$)

Fig. 3 The comparison of output and true value in test of the DISO system ($N=20$)

为了研究采样点个数对模糊模型描述性能的影响,采样点个数从2取到100(步长为1),得到模糊模型训练误差随采样点个数增加的变化趋势曲线(见图4)和检验误差随采样点个数增加的变化趋势曲线(见图5).由图4可见,当采样点个数从2增加到30时,训练误差逐渐增加;当采样点个数从31增加到100时,训练误差逐渐减小.由图5可见,当采样点个数取到20时模糊模型的检验均方误差MSE趋于收敛.

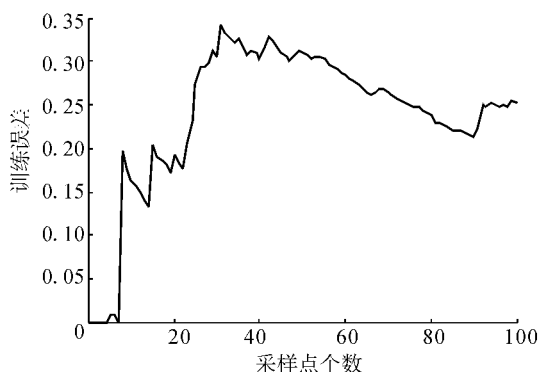


图4 DISO 系统训练误差变化趋势($N=2 \sim 100$)

Fig. 4 The changing tendency curve of the training error in the DISO system ($N=2 \sim 100$)

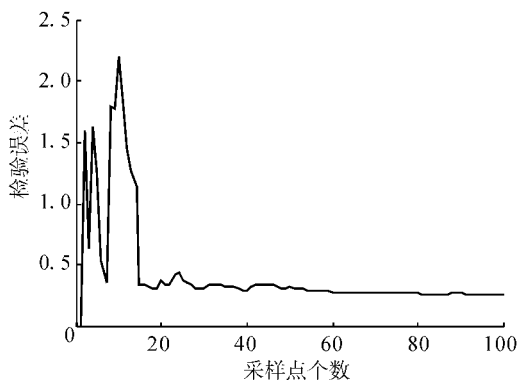


图5 DISO 系统检验误差变化趋势($N=2 \sim 100$)

Fig. 5 The changing tendency curve of the test error in the DISO system ($N=2 \sim 100$)

3.1.2 500 组采样点数辨识

在 $[1,5]$ 区间中随机取550组数据,前500组数赋值给输入.采样点个数从50递增到500(步长为50),用于训练模型.后50组用于对辨识出的T-S模糊模型进行检验.得到模糊模型训练误差随采样点个数增加的变化趋势曲线(见图6)和检验误差随采样点个数增加的变化趋势曲线(见图7).其对比结果如表1所示.

表1 DISO 系统采样点个数和训练及检验误差关系

Table 1 The relationship between the number of sampling points and the training and test error in DISO system

采样点个数	训练误差	检验误差
50	0.310 7	0.338 8
100	0.253 6	0.222 5
150	0.232 2	0.196 5
200	0.256 8	0.254 0
250	0.262 7	0.250 2
300	0.236 8	0.246 3
350	0.222 7	0.245 8
400	0.216 0	0.234 7
450	0.211 4	0.227 9
500	0.208 6	0.226 7

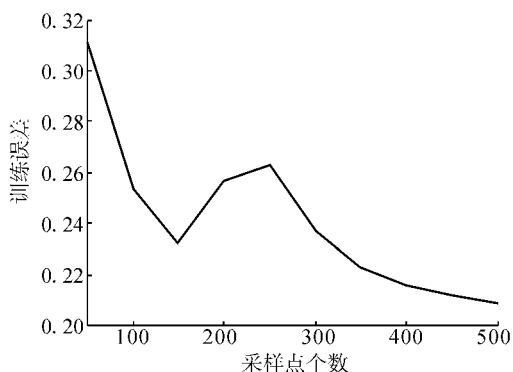


图6 DISO 系统训练误差变化趋势($N=50 \sim 500$)

Fig. 6 The changing tendency curve of the training error in the DISO system ($N=50 \sim 500$)

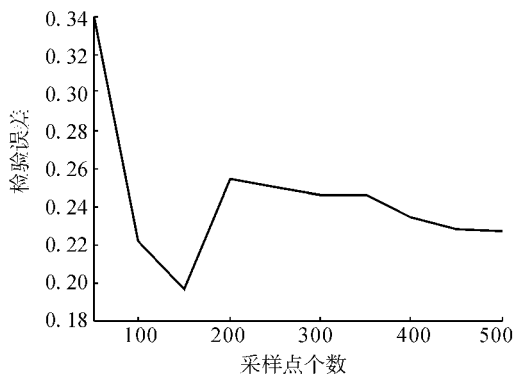


图7 DISO 系统检验误差变化趋势($N=50 \sim 500$)

Fig. 7 The changing tendency curve of the test error in the DISO system ($N=50 \sim 500$)

通过分析图6、图7和表1得出以下结论:运用模糊模型对DISO系统进行建模时,模糊模型的训练误差随着采样点个数的增多总体上是减小的,但是中间存在震荡.模型的检验误差随着采样点个数

的增多总体上也趋减小且中间出现振荡,其中采样点个数为 150 组时模型的检验误差最小,模糊模型描述性能最好。

3.2 Mackey-Glass 无序时间序列

Mackey-Glass 无序时间序列是通过下面的时滞差分等式得到的^[9]:

$$x(t+1) = 0.9x(t) + \frac{0.2x(t-17)}{1+x^{10}(t-17)}.$$

选取模糊模型的输入变量为 $x(t-1), x(t-2), x(t-3), x(t-4)$, 输出变量为 $x(t+1)$. $x(0) - x(17)$, 初始值为 1.2.

3.2.1 100 组采样点数辨识

首先研究采样点个数取在 100 以内时均方误差的收敛性(采用 50 组数据进行检验).

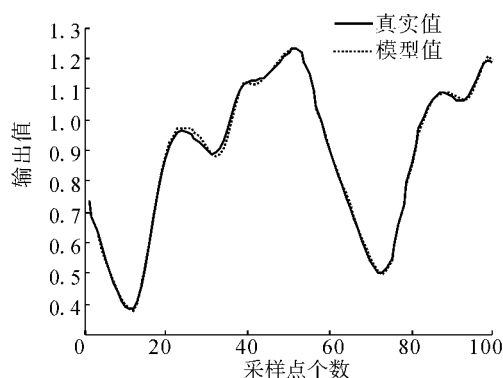


图8 无序时间序列建模时模型值与真实值比较($N=100$)

Fig.8 The comparison of output and true value in training of the chaotic time series system ($N=100$)

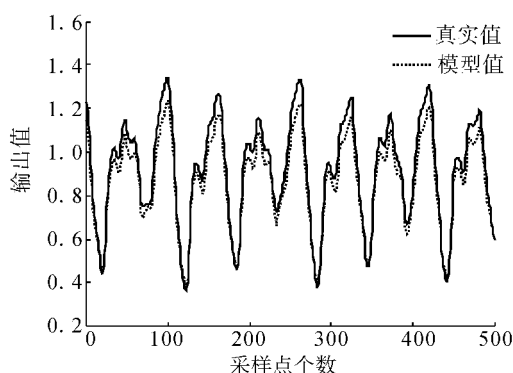


图9 无序时间序列检验时模型值与真实值比较($N=50$)

Fig.9 The comparison of output and true value in test of the chaotic time series system ($N=50$)

通过 Matlab 仿真,得到当样本点个数取 100 组时,对 Mackey-Glass 无序时间序列进行建模时模型输出值与真实值的比较图(见图 8,采用 100 组数据建模,训练性能指标 MSE 为 2.2405×10^{-4})和检验

时输出值与真实值的比较图(见图 9,采用 50 组数据进行泛化性检验,检验性能指标 MSE 为 4.2138×10^{-3}).

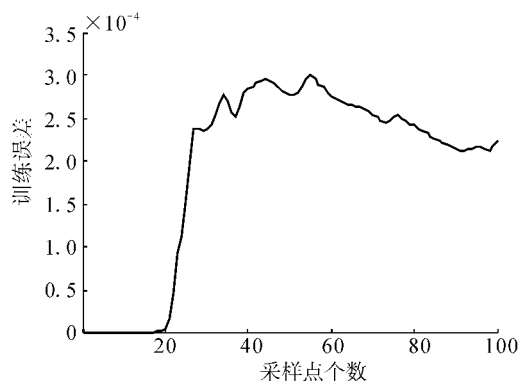


图10 无序时间序列训练误差变化趋势($N=2 \sim 100$)

Fig.10 The changing tendency curve of the training error in the chaotic time series system ($N=2 \sim 100$)

为了研究采样点个数对模糊模型描述性能的影响,采样点个数从 2 取到 100(步长为 1),得到模糊模型训练误差随采样点个数增加的变化趋势曲线(见图 10)和检验误差随采样点个数增加的变化趋势曲线(见图 11).由图 10 可见,当采样点个数从 2 增加到 55 时,训练误差逐渐增加;当采样点个数从 56 增加到 100 时,训练误差逐渐减小.由图 11 可见,当采样点个数取到 50 时模糊模型的检验均方误差 MSE 趋于收敛.

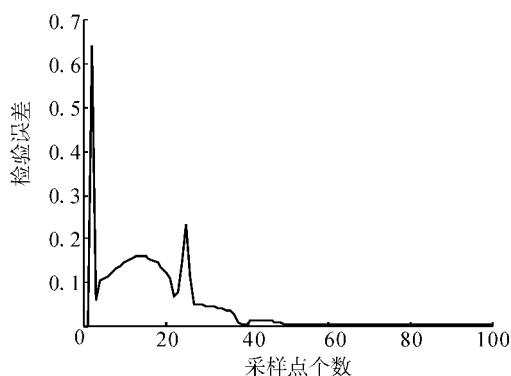


图11 混沌序列检验误差变化趋势($N=2 \sim 100$)

Fig.11 The changing tendency curve of the test error in the chaotic time series system ($N=2 \sim 100$)

3.2.2 10 000 组采样点数辨识

在 $[1,5]$ 区间中随机取 10 550 组数据,前 10 000 组数赋值给输入.采样点个数从 1 000 递增到 10 000(步长为 1 000)用于训练模型.后 500 组用于对辨识出的 T-S 模糊模型进行检验.得到模糊模型训练误差随采样点个数增加的变化趋势曲线(见图 12)和检验误差随采样点个数增加的变化趋势曲线(见

图 13). 其对比结果如表 2 所示.

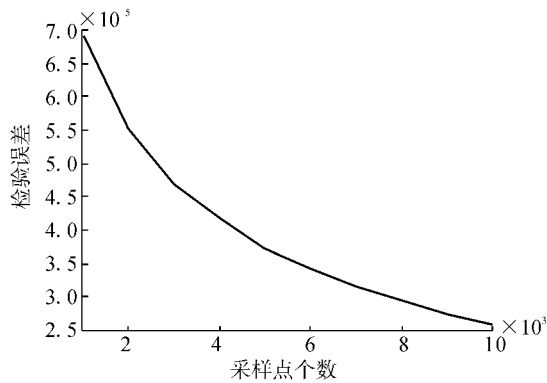


图 12 无序时间序列训练误差变化趋势 ($N = 1\ 000 \sim 10\ 000$)

Fig. 12 The changing tendency curve of the training error in the chaotic time series system ($N = 1\ 000 \sim 10\ 000$)

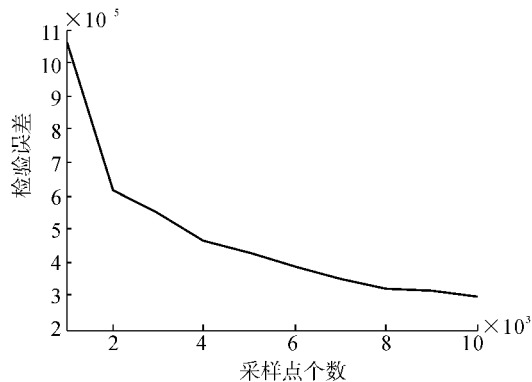


图 13 无序时间序列检验误差变化趋势 ($N = 1\ 000 \sim 10\ 000$)

Fig. 13 The changing tendency curve of the test error in the chaotic time series system ($N = 1\ 000 \sim 10\ 000$)

表 2 Mackey-Glass 混沌时间序列采样点个数和训练及检验误差关系图

Table 2 The relationship between the number of sampling points and the training and test error in the Mackey-Glass chaotic time series system

采样点个数	训练误差 ($\times 10^{-5}$)	检验误差 ($\times 10^{-5}$)
1 000	6.925 2	10.62 90
2 000	5.539 8	6.171 2
3 000	4.695 7	5.487 2
4 000	4.181 2	4.674 8
5 000	3.738 4	4.262 3
6 000	3.414 1	3.839 7
7 000	3.161 7	3.543 2
8 000	2.932 5	3.325 6
9 000	2.743 8	3.133 0
10 000	2.579 4	2.977 2

通过分析图 12、图 13 和表 2 得出以下结论:运用模糊模型对 Mackey-Glass 无序时间序列进行建模时,模糊模型的训练误差及检验误差均随着采样点个数的增多而减小.从而可以看出样本点个数从 1 000 递增到 10 000 时,采样点的个数越大模型的逼近性能越好.

4 结束语

随着模糊辨识理论的发展,在只给出有限个数据采样点且数据的分布不能人为控制的情况下怎样选取最优的采样点个数是模糊辨识中急待解决的问题之一.本文针对采样点的个数对模型描述性能的影响进行研究,给出了模糊模型训练性能指标和检验性能指标随采样点个数增加的变化趋势曲线.通过仿真结果可以看出:当采样点个数较少时,模糊模型的训练性能指标和检验性能指标随着样本点个数的增加而变大,即描述性能变差;当样本点个数达到一定数量时,模糊模型的训练性能指标和检验性能指标的总趋势是随着样本点个数的增加而逐渐变小,即描述性能变好.当然,上述研究只是基于 T-S 模糊模型,在规则数较少的情况下,针对两个国际标准例题进行的定量研究,且没有考虑噪声的干扰.下一步的研究工作是在考虑其他形式的模糊模型(如模糊关系模型、语言模糊模型等),规则数较多时的定性研究,在实际应用时还应考虑噪声的影响.

参考文献:

- [1] 王立新. 模糊系统: 挑战与机遇并存——十年研究之感悟[J]. 自动化学报, 2001, 27(4): 585-590.
WANG Lixin. Fuzzy systems: Challenges and chance—my experiences and perspectives[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(4): 585-590.
- [2] 汤兵勇. 模糊模型的辨识及应用[M]. 北京: 中国环境科学出版社, 1994: 38-45.
- [3] 刘福才. 非线性系统的模糊模型辨识及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [4] 刘福才, 陈超, 邵慧, 等. 模糊系统万能逼近理论研究综述[J]. 智能系统学报, 2007, 2(1): 25-34.
LIU Fucui, CHEN Chao, SHAO Hui, et al. The researches for universal approximation of fuzzy systems: A survey[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2007, 2(1): 25-34.
- [5] NOZAKI K, TANAKA H. A simple but powerful heuristic

method for generating fuzzy rules from numerical data[J].

Fuzzy Sets Syst, 1997, 86(2): 251-270.

- [6] 岳玉芳, 毛剑琴. 一种基于 T-S 模型的快速自适应建模方法[J]. 控制与决策, 2002, 17(2): 155-158.

YUE Yufang, MAO Jianqin. Fast adaptive modeling based on T-S model[J]. Control and Decision, 2002, 17(2): 155-158.

- [7] 刘福才, 关新平, 裴 润. 基于一种新模糊模型的非线性系统模糊辨识[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 113-116.

LIU Fucui, GUAN Xinping, PEI Run. Fuzzy identification based on a new fuzzy model for nonlinear systems[J]. Control Theory & Application, 2003, 20(1): 113-116.

- [8] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control[J]. IEEE Trans Syst, Man, Cybern, 1985, 15(1): 116-132.

- [9] LO J C, YANG C H. A heuristic error-feedback learning algorithm for fuzzy modeling[J]. IEEE Trans Syst, Man, Cybern, 1999, 29(6): 686-691.

作者简介:



刘福才, 男, 1966 年生, 教授, 博士生导师. 主要研究方向为模糊辨识与预测控制、军事测控技术、电力拖动及其计算机控制等. 发表学术论文 120 余篇, 出版专著 1 部.



陈 超, 女, 1982 年生, 硕士研究生. 主要研究方向为模糊辨识与模糊控制.



张彦柳, 女, 1984 年生, 硕士研究生. 主要研究方向为模糊建模与图像处理技术.

The Seventh IEEE International Conference on Control & Automation 第 7 届 IEEE 控制与自动化国际会议

The 7th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA09) will be held on December 9 - 11, 2009, in Christchurch, New Zealand. The conference is jointly organized by the IEEE Control Systems Chapter, Singapore and IEEE South New Zealand Section, and technically sponsored by IEEE Control Systems Society and University of Canterbury, New Zealand. It is to create a forum for scientists and practicing engineers throughout the world to present the latest research findings and ideas in the areas of control and automation.

ICCA Proceedings are included in EI Compendex, IEEE Xplore and ISI Proceedings (ISTP).

Topics of interest include but not limited to

Modeling of Complex Systems	Smart Structures	Learning Systems
Discrete Event Systems	Optimal Control	Linear Systems
Nonlinear Systems and Control	Robust and Control	Adaptive Control
Fuzzy and Neural Systems	Intelligent and AI Based Control	
Estimation and Identification	Real-time Systems	Fault Detection
Process Control & Instrumentation	Robotics	Motion Control
Integrated Manufacturing	Automated Guided Vehicles	
Flexible Manufacturing Systems	Control Education	Sensor/data fusion
Factory Modeling and Automation	Process Automation	Control Applications
Petri-Nets and Applications	Man-machine Interactions	Multi-agent systems
Micro and Nano Systems	Sensor networks and networked control	

Important Dates

Deadline for Manuscript Submissions: April 1, 2009

Notification of Acceptance: July 1, 2009

Submission of Final Papers: September 1, 2009

Website: <http://www.ieee-icca.org> <http://hdd.ece.nus.edu.sg/~icca09/>

E-mail: icca2009@ntu.edu.sg