

基于自适应神经网络的一类不确定 非线性系统的鲁棒 H_∞ 控制

李钧涛, 贾英民

(北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083)

摘要:针对一类不确定非线性多输入时变系统,提出了一种新的鲁棒 H_∞ 控制方案.通过引入2个自适应神经网络逼近器,提出了一个简化的 Hamilton-Jacobi-like 不等式,并据此设计了非线性 H_∞ 控制器和匹配不确定项补偿控制器,消除了输入摄动项和估计器最优逼近误差的有界性假设.机器人系统的鲁棒跟踪控制仿真算例证实了所提出控制方案的有效性.

关键词: H_∞ 控制;自适应神经网络;非线性系统;机器人系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-4785(2007)06-0054-06

Robust H_∞ control for a class of uncertain nonlinear systems based on adaptive neural networks

LI Jun-tao, JIA Ying-min

(The Seventh Research Division, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper presents a novel robust H_∞ control scheme for a class of uncertain nonlinear multi-input time-varying systems. A simplified Hamilton-Jacobi-like inequality was proposed by introducing two adaptive neural network approximators. Then, a nonlinear H_∞ controller and a compensation controller for matched uncertainties were designed, thus eliminating the boundedness assumptions of the input perturbation term and the optimal approximation errors in the estimator. Finally, a simulation of the robust tracking control for robotic system was run that verified the research results.

Keywords: H_∞ control; adaptive neural network; nonlinear systems; robotic systems

近年来,非线性鲁棒控制受到了广泛关注,并取得了大量的研究成果^[1-9].基于 H_∞ 范数与 L_2 增益的等价关系,线性 H_∞ 控制理论被扩展到非线性系统中,从而形成了以 L_2 分析为核心的非线性 H_∞ 控制理论^[4,6,9-10].该控制理论要求系统模型必须是已知的或者仅允许一个小的摄动项,但是,在实际应用中,由于各种各样不确定性因素的存在,被控对象的准确数学模型往往是很难获得的.因此,不确定项的估计和放大处理就成为非线性 H_∞ 控制要解决的难点问题之一.由于智能控制方法能够很好地解决复杂的非线性、不确定系统的建模和控制问题,所以将

其结合到非线性 H_∞ 控制中来,为解决该问题提供了一个很好的思路.例如,文献[1-3]利用模糊逻辑系统或神经网络逼近系统未知的非线性函数,针对单输入-单输出不确定非线性系统分别提出了3种自适应 H_∞ 跟踪控制方案,然而,这3种设计方案均不能推广到具有输入摄动项的多输入系统.文献[5]利用不等式放大技术,针对一类多输入不确定非线性系统设计了一个鲁棒 H_∞ 控制器,然而,该设计方案要求输入摄动项、最优逼近误差和输入摄动估计器影响项的上界函数均是已知的.一般来说,这些上界函数在实际应用中是不易获得的.为了解决该问题,本文针对一类同时含有系统摄动、输入摄动和外界干扰的非线性多输入时变系统,通过利用2个自适应神经网络分别逼近输入摄动项和匹配不确定项的上界函数,提出了一种新的鲁棒 H_∞ 控制方案,消

收稿日期:2007-05-14.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60374001);教育部博士点基金资助项目(200330006003);国防基础研究资助项目(A2120061303).

除了输入摄动项和估计器最优逼近误差的有界性假设.

1 问题陈述

考虑下面一类不确定非线性多输入时变系统:

$$\dot{x} = A(x, t) + A(x, t) + B(x, t) [(I + B(x, t)) u + H(x, t)] + D(x, t) d(t), \tag{1}$$

式中: $x \in R^n, u \in R^m$ 和 $d(t) \in R$ 分别表示系统状态、控制输入和外界干扰; $A(x, t) \in R^{n \times n}, B(x, t) \in R^{n \times m}$ 和 $D(x, t) \in R^{n \times w}$ 是具有适当维数的已知时变矩阵, $H(x, t) \in R^m$ 和 $A(x, t) \in R^{n \times m}$ 分别表示匹配的和非匹配的系统摄动, $B(x, t)$ 表示控制输入摄动.

对上述非线性系统,作以下假设:

假设 1 $A(x, t) = E(x, t) E(x, t)$ 成立,其中 $E(x, t)$ 和 $E(x, t)$ 分别是已知的和未知的时变矩阵.此外,存在已知矩阵 $M_E(x, t) > 0$,使得 $E^T(x, t) E(x, t) = M_E^T(x, t) M_E(x, t)$ 成立.

假设 2 存在未知连续函数 $0 < k_b(x) < 1$,使得 $B(x, t) = k_b(x)$.

假设 3 存在未知连续函数 $k_h(x) > 0$,使得 $H(x, t) = k_h(x)$.

定义 1 如果非线性系统(1)满足:

1) 当 $d(t) = 0$ 时,系统的平衡点对于满足假设 1~3 的不确定性是渐近稳定的.

2) 对于任意给定的 $\epsilon > 0$ 和正定对称阵 Q ,则

$$\int_0^T x^T(t) Q x(t) dt \leq W_0 + \epsilon \int_0^T d(t)^2 dt.$$

对 $\forall d(t) \in L_2[0, T]$ 都成立.那么称系统(1)满足鲁棒 H 性能.

本文结合智能化手段研究不确定非线性系统(1)的鲁棒 H 控制问题,即设计基于自适应神经网络的控制器,确保闭环系统满足鲁棒 H 性能.

利用 2 个自适应神经网络 $\hat{k}_h(x) = \hat{h}^T(x) h$ 和 $\hat{k}_b(x) = \hat{b}^T(x) b$ 分别逼近上界函数 $k_h(x)$ 和 $k_b(x)$,根据一致逼近定理可得

$$k_h(x) = \hat{k}_h(x, \hat{h}^*) + h(x) = \hat{h}^T(x) \hat{h}^* + h(x), \tag{2}$$

$$k_b(x) = \hat{k}_b(x, \hat{b}^*) + b(x) = \hat{b}^T(x) \hat{b}^* + b(x). \tag{3}$$

式中: \hat{h}^* 和 \hat{b}^* 表示最优参数向量, $h(x)$ 和 $b(x)$ 表示最优逼近误差,神经网络的构造见文献[7].在实际应用中,由于 $h(x)$ 和 $b(x)$ 的准确值是不易获得的,因此,采用文献[8]中提出的如下假设:

假设 4 在给定紧集 U_c 上,最优逼近误差满足

$|h(x)| \leq h_0, |b(x)| \leq b_0$. 其中 \hat{h}^* 和 \hat{b}^* 是未知的有界常数, h_0 和 b_0 是已知的光滑函数,特殊情况下,可以取常值函数 1.

定义 $k_{gh} = [h_0, \hat{h}^T]^T, k_{gb} = [b_0, \hat{b}^T]^T, \hat{k}_{gh} = [\hat{h}^*, \hat{h}^{*T}]^T, \hat{k}_{gb} = [\hat{b}^*, \hat{b}^{*T}]^T$. 根据假设 4,式(2)、(3)能被放大为

$$k_h(x) = \hat{k}_{gh}^T \hat{k}_{gh} = k_{gh}(x), \tag{4}$$

$$k_b(x) = \hat{k}_{gb}^T \hat{k}_{gb} = k_{gb}(x). \tag{5}$$

相应地,2 个自适应神经网络估计器也分别转化为 $\hat{k}_{gh}(x) = \hat{k}_{gh}^T \hat{k}_{gh}, \hat{k}_{gb}(x) = \hat{k}_{gb}^T \hat{k}_{gb}$. 此外,为了确保控制器在实际应用中是可行的,本文使用参数投影算法来确保可调参数的有界性和控制器的可控性,即 $\hat{k}_{gb}(x) = \hat{k}_{gb}^T \hat{k}_{gb} < 1$.

取 $\alpha > 0, \beta > 0$,定义关于 x 光滑的投影算子:

$$P(\cdot) = \begin{cases} -\frac{\alpha}{\beta} \frac{\partial V(x, t)}{\partial x}, & \text{若 } \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} > 0, \\ \text{其他.} & \end{cases}$$

令 $\hat{k}_{gb} = \{ \hat{k}_{gb} | \hat{k}_{gb}^T \hat{k}_{gb} + \alpha \} / \beta, \hat{k}_{gb} = 1$. 如果取 $\alpha < 0.5$,那么显然有 $\hat{k}_{gb}(x) < 1$ 成立.

2 主要结果

定理 1 如果不确定非线性系统(1)满足 $d(t) \in L_2[0, \infty)$ 和假设 1~4,并且存在标量函数 $V(x, t) > 0, r(x, t) > 0$ 和正定光滑径向无界函数 $V(x, t) > 0$,使得 Hamilton-Jacobi-like 不等式

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial V(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} A(x, t) + \\ & \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} \left(\frac{1}{4} D(x, t) D^T(x, t) + \right. \\ & \left. \frac{1}{4} E(x, t) E^T(x, t) - \right. \\ & \left. \frac{1}{r(x, t)} B(x, t) B^T(x, t) \right) \frac{\partial V^T(x, t)}{\partial x} + \\ & \frac{1}{2} (x, t) M_E^T(x, t) M_E(x, t) + x^T(t) Q x(t) \end{aligned} \tag{6}$$

对所有的 $x \in R^n$ 和 $t > 0$ 都成立;那么下面的控制器能够确保系统(1)满足鲁棒 H 性能.控制律和参数自适应律分别为

$$u = u_h + u_{s1} + u_{s2}, \tag{7}$$

$$u_h = -\frac{1}{r(x, t)} B^T(x, t) \frac{\partial V^T(x, t)}{\partial x}, \tag{8}$$

$$u_{s1} = -\frac{1}{r(x, t)} \frac{\hat{k}_{gb}^T \hat{k}_{gb}}{1 - \hat{k}_{gb}^T \hat{k}_{gb}} B^T(x, t) \frac{\partial V^T(x, t)}{\partial x}, \tag{9}$$

$$u_{s2} = -\left[\frac{\hat{k}_{gh}^T \hat{k}_{gh}}{1 - \hat{k}_{gh}^T \hat{k}_{gh}} \right]^2 \cdot$$

$$\frac{B^T(x, t) \frac{\partial V^T(x, t)}{\partial x}}{e^{-\nu t} + \frac{\hat{k}_{gh}^T \hat{k}_{gh}}{1 - \hat{k}_{gh}^T \hat{k}_{gh}} \left\| B^T(x, t) \frac{\partial V^T(x, t)}{\partial x} \right\|}, \tag{10}$$

$$\dot{g}_h = -1 P \left[g_h, \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\|_{g_h} \right], \quad (11)$$

$$\dot{g}_b = -2 P \left[g_b, \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\|_{g_b} \right]. \quad (12)$$

式中: ν 、 γ_1 和 γ_2 是正的设计常数, 定义为

$$\gamma_1 = \frac{\tau_{gh}}{1 - \tau_{gb}} + \frac{1}{r(x,t)(1 - \tau_{gb})} \cdot \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\|.$$

证明 令 $\tilde{g}_h = g_h^* - g_h$, $\tilde{g}_b = g_b^* - g_b$, 如果不等式(6)是可解的, 那么利用解得的正定光滑函数 $V(x,t)$, 定义如下的 Lyapunov 函数:

$$U = V(x,t) + \frac{1}{2\gamma_1} \tau_{gh} \tilde{g}_h + \frac{1}{2\gamma_2} \tau_{gb} \tilde{g}_b.$$

由符合函数求导的链式法则可得

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} A(x,t) + \\ &\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} A(x,t) + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) u + \\ &\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) Bu + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} D(x,t) d(t) + \\ &\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) H(x,t) - \frac{1}{\gamma_1} \tau_{gh} \dot{g}_h - \frac{1}{\gamma_2} \tau_{gb} \dot{g}_b. \end{aligned} \quad (13)$$

由式(7)~(10)易得

$$u = \frac{\tau_{gh}}{1 - \tau_{gb}} + \frac{1}{r(x,t)(1 - \tau_{gb})} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\|. \quad (14)$$

把式(7)和(8)代入式(13), 利用假设 1~4, 以及式(4)、(5)和(14)放大不等式, 可得

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &\leq \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} A(x,t) + \nu(x,t) M_E^T(x,t) M_E(x,t) + \\ &\frac{\partial V(x,t)}{\partial t} + \frac{1}{\gamma_2(x,t)} \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} E(x,t) E^T(x,t) \frac{\partial V^T(x,t)}{\partial x} + \\ &\frac{1}{4\gamma_2^2} \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} D(x,t) D^T(x,t) \frac{\partial V^T(x,t)}{\partial x} - \\ &\frac{1}{r(x,t)} \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) B^T(x,t) \frac{\partial V^T(x,t)}{\partial x} + \\ &\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) (u_{s1} + u_{s2}) + \nu d^T(t) d(t) + \\ &k_{gb} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| - \frac{1}{\gamma_2} \tau_{gb} \dot{g}_b + \\ &k_{gh} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| - \frac{1}{\gamma_1} \tau_{gh} \dot{g}_h. \end{aligned} \quad (15)$$

把式(6)代入式(15)得

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &\leq -x^T(t) Qx(t) + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) (u_{s1} + u_{s2}) + \\ &\tau_{gb} \left[\left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| - \frac{1}{\gamma_2} \dot{g}_b \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\tau_{gb} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| + \\ &\tau_{gh} \left[\left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| - \frac{1}{\gamma_1} \dot{g}_h \right] + \\ &\tau_{gh} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| + \nu d^T(t) d(t). \end{aligned} \quad (16)$$

由式(14)、(9)和(10), 易知

$$\begin{aligned} &\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) (u_{s1} + u_{s2}) + \tau_{gh} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| + \\ &\tau_{gb} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| = \\ &\frac{1}{r(x,t)} \frac{\tau_{gh}}{1 - \tau_{gb}} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\|^2 + \\ &\tau_{gh} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| + \\ &\frac{\tau_{gb}}{1 - \tau_{gb}} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| + \\ &\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) (u_{s1} + u_{s2}) = \\ &\frac{\tau_{gh}}{1 - \tau_{gb}} \left\| \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \right\| + \\ &\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) u_{s2} e^{-\nu t}. \end{aligned} \quad (17)$$

把式(17)、(11)和(12)代入式(16)得

$$\frac{dU}{dt} \leq -x^T(t) Qx(t) + \nu d^T(t) d(t) + e^{-\nu t}.$$

对任意的 $T \in [0, \infty)$, 对上式积分得:

$$\begin{aligned} &\int_0^T x^T(t) Qx(t) dt - U(x(T), \tilde{g}_h(T), \tilde{g}_b(T)) + \\ &\nu \int_0^T d^T(t) d(t) dt + \frac{1}{\nu} (1 - e^{-\nu T}). \end{aligned}$$

根据文献[5]的结果可知, 系统(1)满足鲁棒 H 性能.

注1: 本文获得的 Hamilton-Jacobi-like 不等式与控制输入摄动项的上界函数 $k_b(x)$ 无关, 不需要权衡 H 增益 $\frac{1}{r(x,t)}$ 与 $k_b(x)$ 的大小. 考虑到当 $0 < k_b(x) < 1$ 时, 不等式

$$\begin{aligned} &-\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \frac{1}{r(x,t)} B^T(x,t) \frac{\partial V^T(x,t)}{\partial x} \\ &-\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} B(x,t) \frac{1 - k_b(x)}{r(x,t)} B^T(x,t) \frac{\partial V^T(x,t)}{\partial x} \end{aligned}$$

成立, 所以, 本文提出的非线性 H 控制方法与文献[5]相比, 减少了保守性.

注2: 本文所提方法不需要知道输入摄动项、最优逼近误差和输入摄动对逼近器影响项的上界函数, 定理1中的补偿控制项(9)和(10), 成功地补偿了匹配不确定项对系统的影响, 削弱了文献[3]中假设2和文献[5]中假设2、3的条件.

下面考虑不确定非线性系统(1)的部分项可线

性化的情况,此外,假设 1 也可以转化为假设 5.

假设 5 $A(x, t) = E(x, t) E(x, t)$ 成立,其中 $E(x, t)$ 和 $E(x, t)$ 分别是已知的和未知的时变矩阵.此外,存在已知矩阵 $m_e(x, t) > 0$,使得 $E^T(x, t) E(x, t) - x^T(t) m_e^T(x, t) m_e(x, t) x(t)$ 成立.

推论 1 如果不确定非线性系统(1)满足 $A(x, t) = A_r(x, t) x(t)$, $d(t) \in L_2[0, \infty)$ 和假设 2~5,并且存在标量函数 $r(x, t) > 0$ 和正定光滑矩阵 $P(x, t) > 0$,使得微分 Riccati-Like 不等式

$$-\frac{1}{2} \dot{P}(x, t) - \frac{1}{2} (P(x, t) A_r(x, t) + A_r^T(x, t) P(x, t)) + P(x, t) \left[\frac{1}{4} \frac{1}{x^2(x, t)} E(x, t) E^T(x, t) + \frac{1}{4} D(x, t) D^T(x, t) - \frac{1}{R(x, t)} B(x, t) B^T(x, t) \right] P(x, t) + Q + r^2(x, t) m_e^T(x, t) m_e(x, t) \quad (18)$$

对所有的 $x \in R^n$ 和 $t > 0$ 都成立,那么下面的控制器能够确保系统(1)满足鲁棒 H 性能.控制律和参数自适应律分别为

$$u = u_h + u_{s1} + u_{s2},$$

$$u_h = - \frac{1}{r(x, t)} B^T(x, t) P(x, t) x(t),$$

$$u_{s1} = - \frac{1}{r(x, t)} \frac{1}{1 - \frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T}} B^T(x, t) P(x, t) x(t),$$

$$u_{s2} = - \left[\frac{\frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T}}{1 - \frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T}} \right]^2 \cdot \frac{B^T(x, t) P(x, t) x(t)}{e^{-vt} + \frac{\frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T}}{1 - \frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T}} B^T(x, t) P(x, t) x(t)},$$

$$\dot{v}_{gh} = \frac{1}{2} P(x, t) P(x, t) x(t) x(t) \quad (gh),$$

$$\dot{v}_{gb} = \frac{1}{2} P(x, t) P(x, t) x(t) x(t) \quad (gb).$$

式中: v, v_1 和 v_2 是正的设计常数, 定义为

$$v = \frac{\frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T}}{1 - \frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T}} + \frac{1}{r(x, t) (1 - \frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T})} \cdot B^T(x, t) P(x, t) x(t).$$

证明 如果微分 Riccati-like 不等式(18)是可解的,那么令 $V(x, t) = \frac{1}{2} x^T(t) P(x, t) x(t)$,采用定理 1 中定义的 Lyapunov 函数,用 $x^T(t) P(x, t) x(t)$ 代替 $\frac{\partial V(x, t)}{\partial x}$,用 $x^T(t) \dot{P}(x, t) x(t)$ 代替 $\frac{\partial V(x, t)}{\partial x}$,该推论很容易被证明,该过程被省略.

考虑机器人系统:

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + N(t, q, \dot{q}) = \tau + d(t). \quad (19)$$

式中: $q \in R^p$, 和 $d(t)$ 分别表示节点位置,驱动力和外界干扰, $G(q)$ 表示重力项, $N(t, q, \dot{q})$ 表示摩擦力

和未建模动态.该模型满足 $M(q) \in R^{p \times p}$ 是对称的和一致正定的,合适地选择 $C(q, \dot{q})$,可以使得矩阵 $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 是反对称的.

现在研究机器人系统(19)跟踪给定轨迹 $q_r(t)$ 的鲁棒控制问题.假设 $q_r(t)$, $\dot{q}_r(t)$ 和 $\ddot{q}_r(t)$ 是有界的,对于 $k > 0$,定义位置跟踪误差为 $\bar{x}_1 = q(t) - q_r(t)$ 和滤波后的连接跟踪误差为 $\bar{x}_2 = k(q(t) - q_r(t)) + \dot{q}(t) - \dot{q}_r(t)$,那么跟踪误差方程可写为

$$\dot{\bar{x}} = A(\bar{x}, t) \bar{x} + D(\bar{x}, t) d(t) + B(\bar{x}, t) (\dot{q}_r + H(\bar{x}, t)), \quad (20)$$

式中: $A(\bar{x}, t) = M_e^{-1}(q) \begin{bmatrix} -kI & 0 \\ 0 & -C(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \bar{x}(t)$,

$$A(\bar{x}, t) = M_e^{-1}(q) \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}(t),$$

$$H(\bar{x}, t) = M(q) (\ddot{q}_r - k \dot{\bar{x}}_1) + C(q, \dot{q}) (\dot{q}_r - k \bar{x}_1) + G(q) + N(t, q, \dot{q}),$$

$$M_e(q) = \text{diag}[I, M(q)], B_e = [0, I]^T,$$

$$B(\bar{x}, t) = D(\bar{x}, t) = M_e^{-1}(q) B_e.$$

因为参数矩阵 $M(q)$, $C(q, \dot{q})$ 和 $G(q)$ 是未知的,所以矩阵 $A(\bar{x}, t)$, $B(\bar{x}, t)$ 和 $D(\bar{x}, t)$ 无法被直接用来构造控制器.然而,通过适当地选择 Lyapunov 函数,根据推论 1 的结果,可以获得简单的线性矩阵不等式条件来构造控制器.

推论 2 对于机器人系统(19)和给定的理想轨迹 $q_r(t)$,如果存在常数 $k > 0, r > 0$ 使得下面的线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \left[-k + \frac{1}{r} \right] I & 0 \\ 0 & \left[-\frac{1}{r} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right] I \end{bmatrix} + Q > 0 \quad (21)$$

对于给定的常数 $v > 0, v_1 > 0$ 和正定对称矩阵 $Q > 0$ 成立,那么控制律和参数自适应律

$$u = u_h + u_{s1}, u_h = - \frac{1}{r} \bar{x}_2(t), \quad (22)$$

$$u_{s1} = - \left(\frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T} \right)^2 \frac{\bar{x}_2(t)}{e^{-vt} + \frac{T_{gh}^T}{T_{gb}^T} \bar{x}_2(t)}, \quad (23)$$

$$\dot{v}_{gh} = \frac{1}{2} P(x, t) P(x, t) \bar{x}_2(t) \bar{x}_2(t). \quad (24)$$

能够确保:

- 1) 如果 $d \in L_2[0, \infty)$, 那么闭环系统满足鲁棒 H 性能.
- 2) 如果 $d \in L[0, \infty)$, 那么跟踪误差是最终一致有界的.
- 3) 如果 $d \in L_2[0, \infty) \cap L[0, \infty)$, 那么所有的变量都是有界的,并且满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

证明 取 Lyapunov 函数:



$$U = \frac{1}{2} \dot{x}^T(t) M(q) \dot{x}(t) + \frac{1}{2} \tilde{g}_{gh}^T \tilde{g}_{gh}$$

根据推论 1 和文献[5]中定理 3 的证明,推论 2 很容易被证明,该过程被省略。

3 仿真

考虑文献[7]中的具有 2 个节点的机械臂,质量 m_1, m_2 , 长度 l_1, l_2 , 角位置 q_1, q_2 和驱动力 u_1, u_2 。其中 $c_1 = \cos q_1, s_1 = \sin q_1, c_2 = \cos q_2, s_2 = \sin q_2, d = [d_1, d_2]^T, N(q, \dot{q}) = [f_1, f_2]^T, G(q) = [- (m_1 + m_2) l_1 g s_1 - m_2 l_2 g s_2]^T,$

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) l_1^2 & m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) \\ m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = m_2 l_1 l_2 (c_1 s_2 - s_1 c_2) \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

给定轨迹 $q_{r1} = \cos t$ 和 $q_{r2} = -\cos t$, 标称参数 $m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 10 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, l_1 = 0.6 \text{ m}, l_2 = 0.8 \text{ m}$, 设参数摄动、未建模动态和外界干扰分别为 $m_1(t) = 0.1 \sin(2t), m_2(t) = 0.15 \cos(2t), f_1 = 0.2 \dot{q}_1 + 0.25 \text{sgn}(\dot{q}_1), f_2 = 0.2 \dot{q}_2 + 0.25 \text{sgn}(\dot{q}_2), d_1 = e^{-0.2t} \sin t = -d_2.$

利用自适应神经网络逼近不确定项 $H(\bar{x}, t)$ 的上界函数 $k_h(x)$, 取文献[5]中所用的激励函数, 则模糊神经网络的输出可以表示为 $\kappa_{gh} = \tilde{g}_{gh}^T Q$. 取 $Q = I_{4 \times 4}, \sigma = 0.5$, 解线性矩阵不等式 (21), 当 $k=3, r=0.0809$ 和 $r=0.0248$ 时对应的干扰抑制度分别为 $\rho = 0.15$ 和 $\rho = 0.08$. 取 $\beta = 6, v = -0.5, \gamma_1 = 6$, 在最优逼近误差未知的情况下, 根据式 (22) ~ (24) 设计控制器和参数自适应律, 系统仿真结果如图 1 ~ 6 所示. 图 1 ~ 2 表明第 1 个角位置可以很好地跟踪理想轨迹 $q_{r1} = \cos t$, 图 3 ~ 4 表明第 2 个角位置可以很好地跟踪理想轨迹 $q_{r2} = -\cos t$, 2 种轨线的跟踪都表明 ρ 越小, 跟踪效果越好. 图 5 ~ 6 表明控制作用是平稳的, 有效地抑制了控制器的抖振现象。

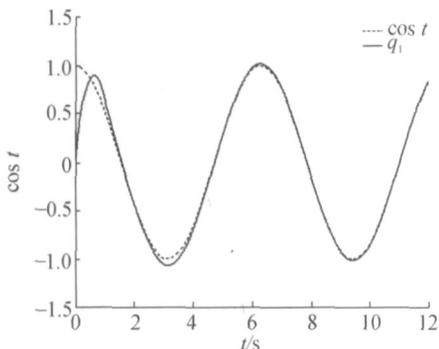


图 1 $\rho = 0.15$ 时第 1 个角位置的跟踪轨迹和理想轨迹
Fig. 1 The tracking trajectory of the first angular position with $\rho = 0.15$ and the desired trajectory

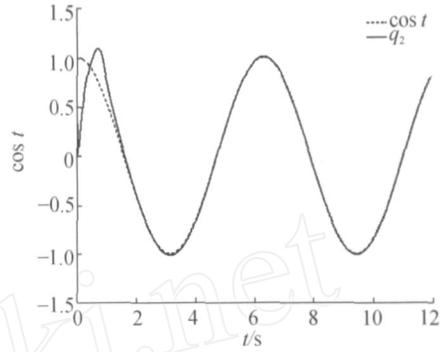


图 2 $\rho = 0.08$ 时第 1 个角位置的跟踪轨迹和理想轨迹
Fig. 2 The tracking trajectory of the first angular position with $\rho = 0.08$ and the desired trajectory

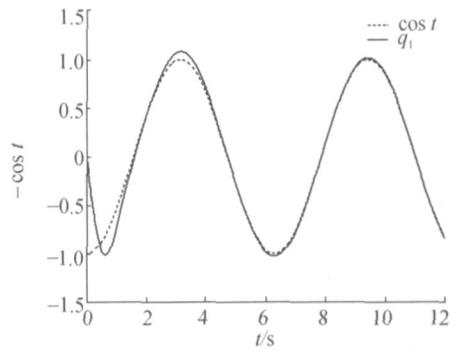


图 3 $\rho = 0.15$ 时第 2 个位置的跟踪轨迹和理想轨迹
Fig. 3 The tracking trajectory of the second angular position with $\rho = 0.15$ and the desired trajectory

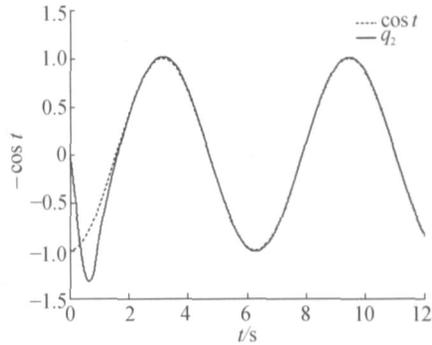


图 4 $\rho = 0.08$ 时第 2 个角位置的跟踪轨迹和理想轨迹
Fig. 4 The tracking trajectory of the second angular position with $\rho = 0.08$ and the desired trajectory

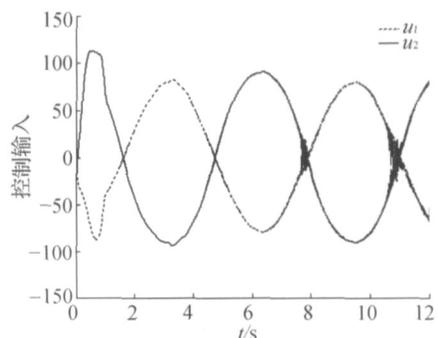


图 5 $\rho = 0.15$ 时的驱动力轨迹
Fig. 5 The tracking trajectory of the applied torque with $\rho = 0.15$

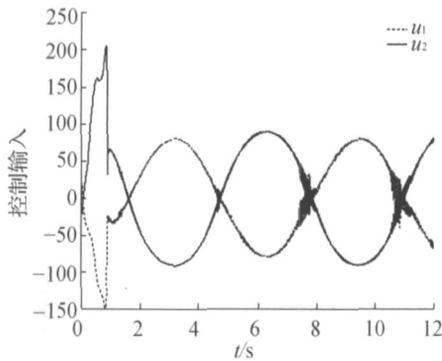


图 6 $\gamma = 0.08$ 时的驱动力轨迹

Fig 6 The tracking trajectory of the applied torque with $\gamma = 0.08$

4 结束语

本文针对一类同时含有系统摄动、输入摄动和外界干扰的非线性多输入时变系统,通过把自适应神经网络方法引入到非线性 H 控制技术中,提出了一种新的鲁棒 H 控制方案.该方案的一个主要优点是消除了输入摄动项和估计器最优逼近误差的有界性假设.与文献[5]相比,该方案不仅削弱了假设条件,而且也降低了控制器设计的保守性.

参考文献:

[1] WANG W Y, CHAN M L, HSU C C J, et al. H Tracking based sliding mode control for uncertain nonlinear systems via an adaptive fuzzy-neural approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2002, 32(3): 483 - 492.

[2] CHEN B S, LEE C H, CHANG Y C. Tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach [J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 1996(4): 32 - 43.

[3] LIN T C, WANG C H, LIU H L. Observer-based indirect adaptive fuzzy-neural tracking control for nonlinear SISO systems using VSS and approach [J]. Fuzzy Sets Syst, 2004, 143: 211 - 232.

[4] ISIDORI A, ASTOLFI A. Disturbance attenuation and control via measurement feedback in nonlinear systems [J]. IEEE Trans Autom Contr, 1992, 37(11): 1283 - 1293.

[5] CHANG Y C. Intelligent robust control for uncertain nonlinear time-varying systems and its application to robotic systems [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2005, 35(6): 1108 - 1119.

[6] SHEN T L, TAMURA K. Robust control of uncertain nonlinear system via state feedback [J]. IEEE Trans Robot Autom, 2004, 40(4): 766 - 768.

[7] LEU Y G, WANG W Y, LEE T T. Robust adaptive fuzzy-neural controllers for uncertain nonlinear systems [J]. IEEE Trans Robot Autom, 1999, 15: 805 - 817.

[8] PARK J H, SEO S J, PARK G T. Robust adaptive fuzzy controller for nonlinear systems using estimation of bounds for approximation errors [J]. Fuzzy Sets Syst, 2003, 133(1): 19 - 36.

[9] LIN W. Global robust stabilization of minimum-phase nonlinear systems with uncertainty [J]. Automatica, 1997, 33(3): 453 - 462.

[10] KHALIL H K. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models [J]. IEEE Trans Autom Contr, 1996, 41(2): 177 - 178.

作者简介:



李钧涛,男,1978年生,博士研究生.主要研究方向为智能控制.

E-mail: Juntao@mail @ yahoo. com. cn.



贾英民,男,1958年生,教授,博士生导师,教育部“长江学者”特聘教授,国家杰出青年科学基金获得者,国家“百千万人才工程”第一、二层次人选,主要研究方向为鲁棒控制、自适应控制、智能控制及其在车辆系统和工业过程中的应用.

E-mail: ymjia @ buaa. edu. cn.