

含有障碍物环境下多智能体系统的聚集行为

王建春, 谢广明

(北京大学 工学院, 北京 100871)

摘要:研究多动态智能体系统在含有障碍物环境下的聚集行为. 首先建立一类多智能体系统在有障碍物的环境下的数学模型, 以描述个体在遇到障碍物时的行为特点. 其次从理论上证明了整个多智能体系统聚集行为的稳定性, 指出在有障碍物环境下仍然能够涌现系统的聚集行为. 最后, 通过数值模拟验证了有关结论的有效性.

关键词:多智能体系统; 聚集行为; 障碍物; 稳定性分析

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-4785(2007)05-0078-06

Aggregation behaviors of multi-Agent systems in an environment with obstacles

WANG Jian-chun, XIE Guang-ming

(College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: To study aggregation behaviors of multiple dynamic Agent systems in an environment with obstacles, a mathematical model was established. It describes the behavioral characteristics of each Agent when meeting an obstacle. Next, the stability of aggregation behavior in an overall system was proved, showing that there is still the emergence of aggregation behavior of a whole system in an environment with obstacles. Finally, simulation data is given to prove the efficiency of the theory.

Key words: multi-Agent systems; aggregation behavior; obstacle; stability analysis

在自然界中, 各种生物, 如鸟、鱼、细菌等, 无时无刻不在运动, 而且运动往往以群体的形式出现. 在一群同类生物的运动中, 个体运动极为复杂, 但整体上往往体现出一些规律. 生物学家很早就开始观察这些运动, 认识到了一些特定的规律^[1-4]. 他们进行了理论分析, 建立各种数学模型, 并将这些模型用于实际的预测, 得到了一些结果^[5-8]. 在大多数情况下, 群体的运动可看作是两两个体间相互作用的结果, 几乎所有的模型都建立在此假设之上. 实践证明这样做的合理性与简洁性^[11-21]. 于是, 用几个简单的微分方程来表示一群生物的复杂运动, 从理论上定性和定量地分析看似繁杂的、无处入手的生物群体运动. 其中稳定性分析最为普遍^[9-10]. 随着硬件水平的提高、仿生技术的发展, 出现了以群体形式出现的大量的机器智能体活动. 关于群体运动的数学模

型不仅对理解自然界有用, 也有助于机器智能体的实际应用. 文献[11]中给出了一个特殊的智能体运动模型, 分析了运动的稳定性. 文献[12]对文献[11]所给模型下描述智能体运动的函数作了很大的推广, 得到了该类形式下非常一般的运动模型, 证明了聚集行为的稳定性. 考虑到在实际环境中常常存在智能体运动的障碍, 本文建立了智能体在有障碍物环境下的一种运动模型. 模型对描述运动的函数选择允许有相当大的任意性, 并证明了群体行为的稳定性, 可视为文献[12]的运动模型的推广.

1 模 型

如图1所示, M 个智能体在有障碍物的平面上运动, 用 x_1, x_2, \dots, x_M 表示这 M 个智能体的位置. 对于二智能体 x_i, x_j , 在不穿越障碍物的情况下, 连接 x_i, x_j 的最短路径称为 x_i, x_j 之间的最短路径, 记作 $r(x_i, x_j)$. $r(x_i, x_j)$ 的长度叫 x_i, x_j 之间的有效

距离,记作 (x_i, x_j) . 并用 (x_i, x_j) 表示 $r(x_i, x_j)$ 在 x_i 处的单位切向量,用 (x_j, x_i) 表示 $r(x_i, x_j)$ 在 x_j 处的单位切向量.

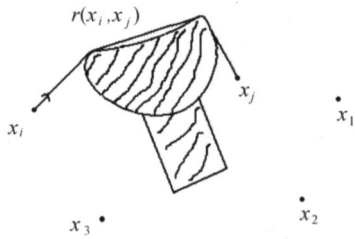


图 1 有障碍物的环境下多智能体系统

Fig. 1 Multi-Agent systems in an obstacle environment

当智能体 x_i 不在任何障碍物边缘时, x_i 具有速度:
$$x_i = \sum_{j=1}^M g((x_i, x_j)) (x_i, x_j),$$
 $g(\cdot)$ 是一个定义在 $(0, +\infty)$ 上的连续函数, 满足: 存在 $0 < r_0 < R_0$, 当 $0 < r < r_0$ 时, $g(r) > 0$, 当 $R_0 < r$ 时, $g(r) < 0$. 其物理意义是, 2 个智能体足够近时相互排斥, 足够远时相互吸引.

当智能体 x_i 在某个障碍物边上时, 设 x_i 的应有速度为
$$v_i = \sum_{j=1}^M g((x_i, x_j)) (x_i, x_j),$$
 设该点处障碍物的单位外法向量为 n , 则当 $v_i \cdot n = 0$ 时, 障碍物对智能体的运动不产生影响, 于是取 $x_i = v_i$. 但当 $v_i \cdot n < 0$ 时, 障碍物 $v_i \cdot n$ 会使智能体法向方向的速度分量变为零, 从而导致智能体沿障碍物切向方向运动或停止. 因此, x_i 的速度 x_i 取 v_i 在切向方向的投影, 也即 $x_i = v_i - (v_i \cdot n)n$, 则 $x_i \cdot n = 0$.

若记
$$v_i = \sum_{j=1}^M g((x_i, x_j)) (x_i, x_j),$$
 则对任何情况都有: $v_i \cdot x_i = |x_i|^2$, 这是因为: 当 $x_i = v_i$ 时, 显然 $v_i \cdot x_i = |x_i|^2$, 而当 $x_i = v_i - (v_i \cdot n)n$ 时, $x_i \cdot n = 0$, $v_i = x_i + (v_i \cdot n)n$, 从而, $v_i \cdot x_i = (x_i + (v_i \cdot n)n) \cdot x_i = |x_i|^2 + (v_i \cdot n)n \cdot x_i = |x_i|^2$.

对于连接 x_i, x_j 的最短路径, 若存在障碍物, 可能是 2 种绕行障碍物方式中的某一种. 将每种绕法下的最短的路径均称为有效极短路径, 简称极短路径, 分别记为 $L_1(x_i, x_j)$ 、 $L_2(x_i, x_j)$. 记 $L_k(x_i, x_j)$ 的长度为 $s_k(x_i, x_j)$, 记 $L_k(x_i, x_j)$ 在点 x_i 处的单位切向量为 $t_k(x_i, x_j)$, $k = 1, 2$.

2 极短路径分析

下面分析两点之间对障碍物绕行的极短路径. 如图 2 所示, 在 x_i, x_j 两点之间有一个障碍物, 直线 $x_i x_j$ 将障碍物切下一块, 记作区域 D .

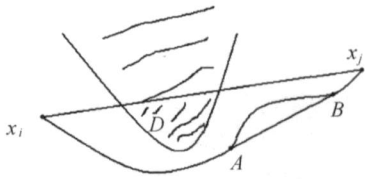


图 2 x_i, x_j 之间的极短路径

Fig. 2 The shortest path between x_i and x_j

设 $L(x_i, x_j)$ 是 x_i, x_j 两点间从障碍物下方绕行的极短路径, 则直线 $x_i x_j$ 同曲线 $L(x_i, x_j)$ 所围成的区域 E 覆盖了区域 D .

首先有: 区域 E 是凸形. 否则, 如图 2 所示, 曲线 $L(x_i, x_j)$ 上的一段 AB 凹进去, 则当直线 AB 代替那段曲线 AB 时所得的 $L(x_i, x_j)$ 比原先的 $L(x_i, x_j)$ 要短, 矛盾.

引理 1 最短路径 $L(x_i, x_j)$ 除去在障碍物边上的部分, 其余部分是一些直线段, 即: $L(x_i, x_j)$ 在障碍物之外的部分必是直线.

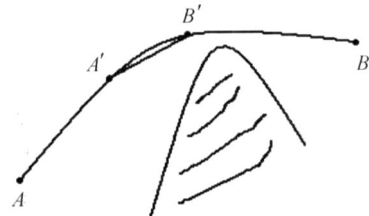


图 3 引理 1 示意图

Fig. 3 A sketch for Lemma 1

证明 如图 3 所示, 由两点之间直线最短可知, 当 $L(x_i, x_j)$ 的某一段 AB 在障碍物之外且不是直线时, 可以找到 AB 上足够近的两点 A, B , 使 $L(x_i, x_j)$ 的 AB 段不是直线, 且连接 A 和 B 2 点的线段与障碍物不相交, 则用直线 AB 替代原先的 AB 段后, 可得在该种绕行方式下更短的路径, 矛盾.

一般地, 绕行多个障碍物的极短路径是由一些线段和障碍物的边界线组成, 这些线段与障碍物相切或相接(即障碍物在直线一侧).

引理 2 如图 4 所示, $M_1 M_2$ 是一段凸可微曲线, $N_1 N_2$ 是 $M_1 M_2$ 的渐伸线, 即: 取 $M_1 M_2$ 上任意一点 P , 过 P 作 $M_1 M_2$ 的切线交 $N_1 N_2$ 于 Q 点, 则 $M_1 P$ 的长度与直线 PQ 的长度之和为定值. 设过 Q 点的曲线 $N_1 N_2$ 的切线为 L , 则有 $PQ \perp L$.

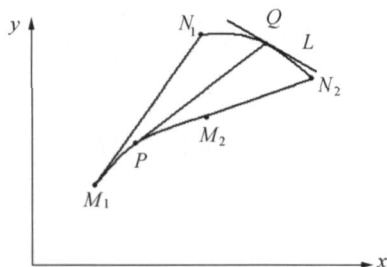


图 4 渐伸线

Fig. 4 Asymptote

证明 见附录 A.

设 $L(x_i, x_j)$ 是 x_i, x_j 两点之间对障碍物的某种绕行方式下的极短路径, 记 $L(x_i, x_j)$ 的长度为 $s(x_i, x_j)$, 设 $L(x_i, x_j)$ 在 x_i 点处的单位切向量为 (x_i, x_j) , $L(x_i, x_j)$ 在 x_j 点处的单位切向量为 (x_i, x_j) , 则关于 $s(x_i, x_j)$ 有以下的重要性质:

引理 3 $ds(x_i, x_j) = - (x_i, x_j) dx_i - (x_j, x_i) dx_j$.

证明 见附录 B.

3 运动的收敛性

前面讨论了两点间任意一种绕行障碍物方式下的极短路径的性质, 而有效最短路径就是某种绕行方式下的极短路径. 根据引理 3, 可以得出引理 4.

引理 4 $d(x_i, x_j) = - (x_i, x_j) dx_i - (x_j, x_i) dx_j$.

下面建立一个比较普遍的收敛性定理:

定理 1 对于 $i = 1, 2, \dots, M, \lim_t x_i(t)$ 存在.

证明 设 $G(\cdot) = \int_0^{\cdot} g(\cdot) d\cdot$, 其在 $[r_0, R_0]$ 这一有界闭区间上必有最小值, 设为 G_{\min} , 由条件知: 当 $0 < \cdot < r_0$ 时, $G(\cdot) = g(\cdot) = 0$, 从而 $G(\cdot)$ 递减; 当 $R_0 < \cdot$ 时, $G(\cdot) = g(\cdot) = 0$, 从而 $G(\cdot)$ 递增. 因此, G_{\min} 是 $G(\cdot)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的最小值.

令 $U(t) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M G((x_i, x_j))$, 则 $U(t) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M G((x_i, x_j)) - M(M-1)G_{\min}$, 即 $U(t)$ 有最

小值.

另一方面, 由引理 4 知:

$$d(x_i, x_j) = - (x_i, x_j) dx_i + (x_i, x_j) dx_j,$$

于是:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} U(t) &= \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M g((x_i, x_j)) \frac{d}{dt} (x_i, x_j) = \\ &= \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M g((x_i, x_j)) ((x_i, x_j) x_i + (x_j, x_i) x_j) = \\ &= \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M g((x_i, x_j)) ((x_i, x_j) x_i + (x_j, x_i) x_j) = \\ &= - 2 \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M g((x_i, x_j)) (x_i, x_j) x_i = \\ &= - 2 \sum_{i=1}^M v_i x_i^2 = - 2 \sum_{i=1}^M x_i^2. \end{aligned}$$

下面用反证法证明 $\lim_t x_i(t)$ 存在 ($i = 1, 2, \dots, M$).

证明 设对于某个 $k, \lim_t x_k(t)$ 不存在, 则存在 $\epsilon > 0$, 对任何 $T > 0$, 存在 $t_0 > t_0 > T$, 使得 $x_k(t_0) - x_k(t_0) > \epsilon$, 于是, 可找到一系列 $0 < t_1 < t_1 < t_2 < t_2 < \dots$, 使得 $x_k(t_j) - x_k(t_j) > \epsilon, (j = 1, 2, \dots)$.

从而

$$\begin{aligned} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{d}{dt} U(t) dt &= - 2 \int_{t_j}^{t_{j+1}} \sum_{i=1}^M x_i^2 dt \\ &= - 2 \int_{t_j}^{t_{j+1}} x_k^2 dt - 2 \int_{t_j}^{t_{j+1}} \sum_{i \neq k} x_i^2 dt \\ &= - 2 \int_{t_j}^{t_{j+1}} x_k^2 dt - 2 \int_{t_j}^{t_{j+1}} \sum_{i \neq k} x_i^2 dt < - 2 \epsilon^2. \end{aligned}$$

即: $\int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{d}{dt} U(t) dt < - 2 \epsilon^2$.

从而

$$\begin{aligned} \int_0^{\cdot} \frac{d}{dt} U(t) dt &= \sum_{j=1}^M \int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{d}{dt} U(t) dt \\ &= - 2 \epsilon^2 = - \dots. \end{aligned}$$

于是, $\lim_t U(t) = -\infty$,

这与 $U(t) \geq M(M-1)G_{\min}$ 矛盾.

于是, 对于 $i = 1, 2, \dots, M, \lim_t x_i(t)$ 存在.

证毕.

4 数值模拟

这里参考文献 [11] 中的函数, 取 $g(\cdot) = \left[a - b \exp\left(-\frac{2}{c}\right) \right]$, 在程序中, 进一步令 $a = 0.01$,

$b=0.2, c=0.2$. 采用 C 语言编程,数值模拟实验结果如下:

1) 智能体个数 = 100, 迭代次数 = 300 (图 5 中矩形框表示障碍物).

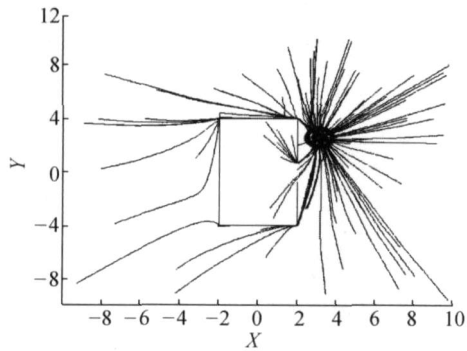


图 5 100 个智能体仿真结果
Fig. 5 The simulation results for 100 agents

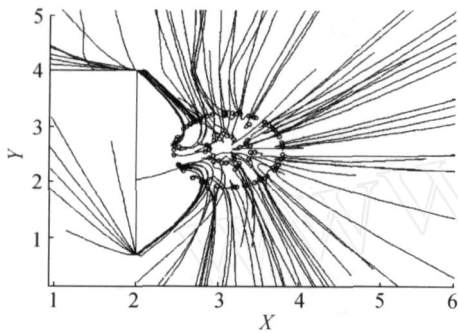


图 6 图 5 的放大的局部图
Fig. 6 The let out of partial Fig. 5

2) 智能体个数 = 200, 迭代次数 = 300,

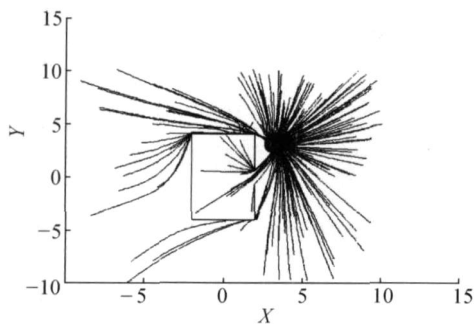


图 7 200 个智能体仿真结果
Fig. 7 The simulation results for 200 agents

由数值模拟实验结果的图可知,在有障碍物的环境下多智能体可绕行障碍物运动,并最终在某处聚集,这与理论分析一致.

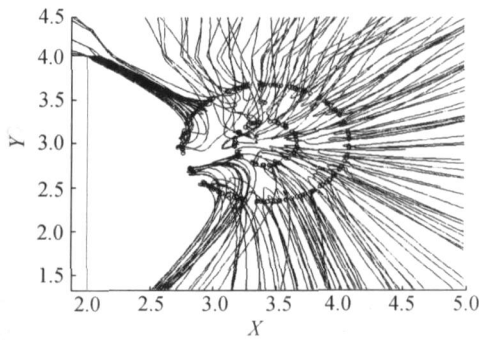


图 8 图 7 的放大的局部图
Fig. 8 The let out of partial Fig. 7

5 结束语

本文建立了智能体在有障碍物的环境下的一类运动模型.一方面从理论上证明了每个智能体运动的稳定性.另一方面,通过数值模拟,直观地显示了多智能体运动的轨迹,并以实例说明了理论分析的准确性.理论分析和数值模拟都表明,所有智能体在遇障碍物的情况下,都能以最优的方式绕行,并最终在一个地方聚集.这为一群机器人在迷宫似的恶劣环境下能引导某个被困的个体回到群体中提供了可靠的依据.相对于文献[11 - 12]中的模型,本文的这类运动模型考虑到了障碍物对智能体运动的影响,更符合实际情况.另外这类运动模型对描述运动的函数选择允许有相当大的任意性,可根据实际情况选取合适的函数,灵活性高.

附录 A

引理 2 的证明:

设 $M_1 M_2$ 的参数形式为 $(x(t), y(t))$, (t_1, t_2) , 渐伸线 $N_1 N_2$ 的参数形式为 $(u(t), v(t))$, 满足:

$$(u(t), v(t)) = (x(t), y(t)) + l \left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x^2(t) + y^2(t)}}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x^2(t) + y^2(t)}} \right),$$

式中: l 就是直线 PQ 的长度,而 $M_1 P$ 的长度为 $\int_{t_1}^t \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} dt$, 于是存在常数 l_0 , 使得 $\int_{t_1}^t \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} dt + l = l_0$, 从而有 $\frac{d}{dt} l = -\sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$.

切线 PQ 的方向:

$$\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x^2(t) + y^2(t)}}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x^2(t) + y^2(t)}} \right),$$

切线 L 的方向:

$$\frac{d}{dt}(u(t), v(t)) = (u'(t), v'(t)) = (x'(t), y'(t)) +$$
$$\frac{d}{dt}\left(l\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}\right)\right) =$$
$$(x'(t), y'(t)) - \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)} \cdot$$
$$\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}\right) +$$
$$l \frac{d}{dt}\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}\right) =$$
$$l \frac{d}{dt}\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}\right)$$

又因为 $\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}\right)$ 是单

位向量,从而 $\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}\right)$ 与 $\frac{d}{dt}\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}, \frac{y'(t)}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}\right)$ 垂直,即得:
 $PQ \perp L$.
证毕.

附录 B

引理 3 的证明:

1) 当 $L(x_i, x_j)$ 为远离障碍物的直线时,

$$s(x_i, x_j) = x_i - x_j, \quad (x_i, x_j) = \frac{x_j - x_i}{x_i - x_j},$$

$$(x_j, x_i) = \frac{x_i - x_j}{x_i - x_j}. \text{ 于是, 有}$$

$$ds(x_i, x_j) = d(x_i - x_j) =$$
$$-\left(\frac{x_j - x_i}{x_i - x_j} dx_i + \frac{x_i - x_j}{x_i - x_j} dx_j\right) =$$
$$-(x_i, x_j) dx_i + (x_j, x_i) dx_j)$$

2) 一般情况下, $L(x_i, x_j)$ 可能不是一条直线.



图 9 最短路径的微小变化

Fig. 9 Shortest path's tiny change

如图 9 所示, $L(x_i, x_j)$ 是由一些与障碍物相切或相接的线段和障碍物边界曲线组成的. x_i 改变微元 dx_i 变为 x_i' , $x_i' = x_i + dx_i$. 过 x_i' 向 $L(x_i, x_j)$ 作垂线,垂足为 z ,则 z 将 $L(x_i, x_j)$ 截成直线 $x_i'z$ 和 $L(z, x_j)$.

由引理 2 知, x_i 和 z 同在障碍物边界的一条渐近线上,从而, $|s(x_i, x_j) - s(z, x_j)| = o(dx_i)$.

于是

$$s(x_i, x_j) = x_i - z + s(z, x_j) =$$
$$x_i - z + s(x_i, x_j) + o(dx_i)$$

而又 $x_i - z = x_i - x_i'$,

$$[-\cos(x_i - x_i', (x_i, x_j))] =$$
$$-(x_i - x_i')(x_i, x_j) = -(x_i, x_j) dx_i$$

于是,

$$s(x_i, x_j) = s(x_i, x_j) - (x_i, x_j) dx_i + o(dx_i),$$

略去高阶小量得:

$$s(x_i + dx_i, x_j) - s(x_i, x_j) = -(x_i, x_j) dx_i.$$

同理,

$$s(x_i, x_j + dx_j) - s(x_i, x_j) = -(x_j, x_i) dx_j,$$

从而,

$$ds(x_i, x_j) = -(x_i, x_j) dx_i + (x_j, x_i) dx_j).$$

3) 对于(2)的退化情况或(1)与(2)的过渡阶段(如图 10),也有

$$ds(x_i, x_j) = -(x_i, x_j) dx_i + (x_j, x_i) dx_j).$$

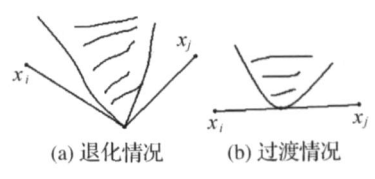


图 10 退化情况和过渡情况

Fig. 10 Deterioration and intermediation

参考文献:

[1] BREDER C M. Equations descriptive of fish schools and other animal aggregations [J]. Ecology, 1954, 35 (3): 361 - 370.

[2] WARBURTON K, LAZARUS J. Tendency-distance models of social cohesion in animal groups [J]. Theoretic Biology, 1991, 150: 473 - 488.

[3] OKUBO A. Dynamical aspects of animal grouping: swarms [J]. Schools, Flocks and Herds, 1986, 22: 1 - 94.

[4] GRUNBAUM D, OKUBO A. Modeling social animal aggregations [A]. Frontiers in Theoretical Biology [C]. New York, 1994.

[5] PARRISH J K, HAMNER W M E. Animal groups in three dimensions [M]. Cambridge: Cambridge Univ Press, 1997.

[6] VICSEK T, CZIROK A, JACOB E, et al. Novel type of

- phase transition in a system of self-driven particles[J]. Physical Review Letters, 1995, 675(6):1226 - 1229.
- [7]CZIROK A, JACOB E B, COHEN I, et al. Formation of complex bacterial colonies via self-generated vortices[J]. Phys Rev E, 1996, 54(2):1791 - 1801.
- [8]CZIROK A, STANLEY H E, VICSEK T. Spontaneously ordered motion of self-propelled particles [J]. Phys A: Math, Nucl, 1997, 30: 1375 - 1385.
- [9]JIN K, LIANG P, BENI G. Stability of synchronized distributed control of discrete swarm structures [A]. In Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation [C]. San Diego, CA, 1994.
- [10]BENI G, LIANG P. Pattern reconfiguration in swarms: convergence of a distributed asynchronous and bounded iterative algorithm [J]. IEEE Trans Robot Automat, 1996, 12: 485 - 490.
- [11]GAZI V, PASSINO K M. Stability analysis of swarms [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48 (4):692 - 697.

- [12]GAZI V, PASSINO K M. A class of attraction/repulsion functions for stable swarm aggregations [A]. IEEE Conference on Decision and Control [C]. New York, 2002.

作者简介:



王建春,男,1985年生,硕士研究生,主要研究方向为流体力学、多智能体等。



谢广明,男,1972年生,副教授。已发表学术论文百余篇,其中30余篇被SCI收录,目前主持参与包括国家重大基础研究发展规划(973)、国防科工委十一五计划及国家自然科学基金等多个基金项目。

E-mail: guang mingxie 2007 @126.com.

第二届中国 Agent 学术会议 The 2nd Chinese Conference on Agent

中国计算机学会人工智能与模式识别专业委员会主办、南京大学承办、苏州大学协办的第二届中国 Agent 理论与应用学术会议定于 2008 年 4 月中下旬在江苏南京举行。本次会议将聚集国内从事 Agent 理论与应用的研究人员和工程技术人员,广泛开展学术交流,研究发展战略,共同促进 Agent 理论与技术的发展和应用。

一、征文范围(包括但不限于)

Agent 和多 Agent 结构
Agent 和多 Agent 系统的形式模型
基于 Agent 的软件工程与方法学
Agent 协商与协调
Agent 拍卖与电子市场
Agent 组织与联盟
Agent 通信和语言
Agent 学习与规划
Agent 系统的计算复杂性

多 Agent 系统环境与性能评价

Agent 仿真

人工社会系统

移动 Agent

Agent 与网格计算

Agent 与数据挖掘

Agent 和多 Agent 系统应用

其他 Agent 理论与技术方面的内容

二、投稿要求

论文未在其他会议或期刊发表过;论文应包括题目、中英文摘要、关键词、正文、参考文献等,参照《计算机研究与发展》的格式;投稿时发送电子邮件至 agent2008 @nju. edu. cn,并注明作者姓名、单位、通信地址、邮政编码、联系电话、电子邮件地址。全文截稿日期为:2007 - 10 - 31。详情请见会议网站 <http://cs.nju.edu.cn/agent2008>。