

多场耦合载荷下的骨重建行为模拟

曲传咏, 秦庆华

(天津大学 机械工程学院, 天津 300072)

摘要:在适应性弹性理论的基础上,建立了关于多场耦合作用下骨的适应性重建行为的数学模型,用来研究骨组织的智能化重建问题.给出了压电骨质材料在受到轴向和径向力、电载荷和磁载荷作用下智能化重建的控制方程,分别用来分析骨组织的内部重建和表面重建问题.采用基于状态空间法得到的半解析解来分析复杂的非均匀骨质材料.并且首次将骨的内部重建和表面重建联合起来考虑,从而可以更好的模拟骨的重建行为.给出了不同载荷下,骨的智能化重建行为的具体算例,并且分析了径向压力、电场和磁场对骨的重建行为的影响.结果表明,电磁场等外界载荷对骨的重建行为有着显著的影响,这些效应可以被利用来更好地控制骨的重建行为.

关键词:骨重建;多场;智能材料;生物材料

中图分类号:R318.01,Q64 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-4785(2007)03-0052-07

Bone remodeling under multi-field coupled loading

QU Chuan-yong, QIN Qing-hua

(School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The bone remodeling process is investigated theoretically and experimentally within the framework of extended adaptive elasticity. Coupling between internal and surface remodeling is considered to better simulate the bone remodeling process. The interactions of multi-field loading, including transverse pressure, electrical fields, and magnetic fields, are taken into account when simulating bone remodeling. A semi-analytical solution based on the state-space method was used to analyze the remodeling process of inhomogeneous bone materials subjected to multi-field loading. Numerical examples are presented to verify the proposed theoretical model for coupled internal and surface bone remodeling under mechanical and electromagnetic loading. The results are in contrast to former work which did not consider coupling between internal and surface remodeling. The magnitude of electrical field changes is found to be lower and the remodeling time is significantly shorter. This implies that the coupling between internal and surface remodeling plays an important role in the bone remodeling process. On the other hand, the results show that environmental loading can change the structure and properties of bone tissues.

Keywords: bone remodeling; multi-field; intelligent materials; biomaterials

生物医学工程研究是21世纪的热点,随着现代计算技术飞速发展的同时,它整合了生物学、数学、力学和计算科学等于一体,是多学科领域相结合的产物.随着现代医学工程与康复技术的迅速发展,智能生物材料尤其是压电生物材料已成为学术界和医学工程界所关注的前沿领域之一.它的发展将促进医学工程及机器人工程的科学技术和产业革命,特

别是促进生物医学及康复技术朝着智能化迅速发展.骨材料作为人体中的支护器官,具有很强的智能性,它能随着外界环境的变化而不断的改变自己的结构以适应外界环境的变化,这个智能化的过程就是骨的重建.骨的重建现象最早是在19世纪末, Wolff^[1]在发现骨的结构和外力之间有关系之后,首先描述了骨组织的适应能力. Wolff 法则是这样描述的:骨小梁的分布结构必须使其能最有效的承担外载荷所产生的应力.随着骨的智能化重建现象的

收稿日期:2006-10-18.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10472082).

发现,这一领域吸引了越来越多的科学工作者的注意.各种各样的理论模型也相继被提出用来解释骨细胞感知力学刺激的机理和模拟力学载荷作用下骨的适应性重建现象^[2-9].这其中 Cowin 等提出的适应性弹性理论由于其简单和易用性而应用得比较广泛.但是,该理论仅局限于模拟力学刺激对骨重建的影响,而没有涉及电磁场的影响.近几十年来,极低频电磁场在临床中被广泛的用来治疗一些骨骼疾病,如,骨质疏松、骨坏死、骨折和骨不连等.现在,越来越多的研究者发现磁场对骨细胞存在着一定的影响.研究骨细胞在极低频电磁场作用下的生物学响应的工作也越来越丰富^[10-12].细胞培养^[13-14]和动物活体^[15-16]实验结果表明,极低频的电磁刺激可以促进骨生成.而且在应用电磁场治疗骨不连的临床研究显示电磁场可以加速骨的愈合^[17-18].以上证据表明电磁场确实可以激活并刺激骨的重建.但是关于智能生物材料的力—电—磁多场耦合理论的研究目前尚不成熟.例如,电磁场如何作用于骨细胞,骨细胞如何感应这些刺激并做出响应,这些深层机理迄今为止还是未知的.这表明压电智能生物材料在生物医学和康复工程中得到真正应用前,仍需针对力—电—磁多场耦合机理进行一系列基础性的力学研究.文中基于传统的适应性弹性理论,将其扩展以包括电磁场的影响,建立可以模拟多场耦合作用下骨智能化重建的理论模型.有研究表明,均匀的骨组织会在径向载荷的作用下变得非均匀,因而为了可以模拟非均匀骨质材料的重建过程,文中引入了状态空间法来计算非均匀骨质材料的应力应变分布.在此基础上,该模型可以将骨的内部重建和表面重建联合起来考虑,从而可以更好地模拟骨的智能化重建过程.而以前的研究中,二者都是分开研究的,也就是说,在研究表面重建时,通常会忽略内部重建的影响,反之亦然.而在现实中,二者其实是相互影响、相互耦合的.在此模型基础上,文中将模拟多场耦合作用下骨的重建行为,并且分析各种外加载荷,包括力学载荷、电载荷和磁载荷对骨适应性重建行为的影响.

1 骨重建模型的建立

在研究骨的适应性重建行为之前,首先要建立骨重建的模型.文中选取的是扩展后的适应性弹性理论^[19-20]来分析骨的内部和表面的重建过程,并且在原来的基础上,将原有的模型扩展到可以研究的磁场影响.骨材料结构的复杂性往往和非均匀性使求解问题变得极端困难,为了更好地分析问题,在理

想状况下,通常先研究简单情况下的骨的重建问题,一般选取的材料认为是均匀的,并且形状规则.考虑一个受到轴对称载荷的由热压电骨质材料构成的中空圆柱体,采用柱状坐标系.其轴向、径向和垂直于轴线的坐标值分别用 z 、 r 和 θ 表示.

1.1 骨内部重建的控制方程

为了研究电磁场对骨重建过程的影响,将原有的适应性弹性理论进行了扩充,使它能涵盖电磁效应,得到的新的方程如下:

$$\begin{aligned} \dot{e} = & A^*(e) + A_r^E(e) E_r + A_z^E(e) E_z + \\ & F_r^E(e) H_r + F_z^E(e) H_z + \\ & A_{rr}^s(e) (s_{rr} + s) + A_{zz}^s(e) s_{zz} + A_{\theta\theta}^s(e) s_{\theta\theta}. \end{aligned} \quad (1)$$

式中: e 代表骨组织体积分数相对于其参考值 e_0 的变化值; s_{ij} 、 E_i 和 H_i 是应变场、电场和磁场的各个分量; $A^*(e)$ 、 $A_i^E(e)$ 、 $F_i^E(e)$ 和 $A_{ij}^s(e)$ 是只与 e 有关的材料参数^[21],其表达式如下:

$$\begin{aligned} A^*(e) &= C_0 + C_1 e + C_3 e^2, & (2) \\ A_{ij}^s(e) &= A_{ij}^{s0} + e A_{ij}^{s1}, & (3) \\ A_i^E(e) &= A_i^{E0} + e A_i^{E1}, & (4) \\ F_i^E(e) &= F_i^{E0} + e F_i^{E1}. & (5) \end{aligned}$$

式中: C_0 、 C_1 、 C_2 、 A_i^{E0} 、 A_i^{E1} 、 A_{ij}^{s0} 、 A_{ij}^{s1} 、 F_i^{E0} 、 F_i^{E1} 是与材料有关的常数;下标 $i, j = r, z, \theta$;上标 E 和 s 分别表示该系数与电场和应变场有关.

1.2 骨表面重建的控制方程

考虑电磁效应的骨材料的表面重建方程可以表示为如下形式^[20]:

$$\begin{aligned} U = & C_{ij} [s_{ij} - s_{ij}^0] + C_i [E_i - E_i^0] + G_i [H_i - H_i^0] = \\ & C_{rr} s_{rr} + C_s s + C_{zz} s_{zz} + C_{\theta\theta} s_{\theta\theta} + C_r E_r + \\ & C_z E_z + G_r H_r + G_z H_z - C_0. \end{aligned} \quad (6)$$

式中:

$$\begin{aligned} C_0 = & C_{rr} s_{rr}^0 + C_{zz} s_{zz}^0 + C_s s^0 + C_{\theta\theta} s_{\theta\theta}^0 + C_r E_r^0 + \\ & C_z E_z^0 + G_r H_r^0 + G_z H_z^0. \end{aligned} \quad (7)$$

式中: U 表示垂直于表面骨材料表面重建的速率. C_{ij} 、 C_i 和 G_i 代表表面重建系数.定义 U_e 和 U_p 分别为垂直于内表面和外表面的表面重建速率.它们还可以表示成如下形式:

$$U_e = - \frac{\partial a}{\partial t}, U_p = \frac{\partial b}{\partial t}. \quad (8)$$

式中: t 表示时间, $a(t, e, b)$ 表示骨内表面的半径, $b(t, e, a)$ 表示骨外表面半径.表达式 U_e 前的负号表示骨重建速率的方向与坐标系的正方向相反.这样,表达式(6)就可以表示为

$$\begin{cases} - \frac{\partial a}{\partial t} = C_{rr}^e s_{rr}^e + C^e s^e + C_{zz}^e s_{zz}^e + C_{\theta\theta}^e s_{\theta\theta}^e + \\ \quad C_r^e E_r^e + C_z^e E_z^e + G_r^e H_r^e + G_z^e H_z^e - C_0^e, \\ \frac{\partial b}{\partial t} = C_{rr}^p s_{rr}^p + C^p s^p + C_{zz}^p s_{zz}^p + C_{\theta\theta}^p s_{\theta\theta}^p + \\ \quad C_r^p E_r^p + C_z^p E_z^p + G_r^p H_r^p + G_z^p H_z^p - C_0^p. \end{cases} \quad (9)$$

上标 e 和 p 分别代表内表面和外表面。

2 骨重建控制方程的解

考虑一个受轴向压力 P , 径向压力 p , 电荷载荷 a (and/or b) 和磁载荷 (or/and b) 的中空的圆柱状骨。柱状坐标系下压电电磁固体的本构方程如下:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = c_{11} \varepsilon_{rr} + c_{12} \varepsilon_{\theta\theta} + c_{13} \varepsilon_{zz} - e_{31} E_z - \beta_{31} H_z, \\ \sigma_{\theta\theta} = c_{12} \varepsilon_{rr} + c_{11} \varepsilon_{\theta\theta} + c_{13} \varepsilon_{zz} - e_{31} E_z - \beta_{31} H_z, \\ \sigma_{zz} = c_{13} \varepsilon_{rr} + c_{13} \varepsilon_{\theta\theta} + c_{33} \varepsilon_{zz} - e_{33} E_z - \beta_{33} H_z, \\ \sigma_{zr} = c_{44} \varepsilon_{zr} - e_{15} E_r - \beta_{15} H_r, \\ D_r = e_{15} \varepsilon_{zr} + \varepsilon_{11} E_r + d_{11} H_r, \\ D_z = e_{31} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + e_{33} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{22} E_z + d_{33} H_z, \\ B_r = \beta_{15} \varepsilon_{zr} + d_{11} E_r + \mu_{11} H_r, \\ B_z = \beta_{31} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + \beta_{33} \varepsilon_{zz} + d_{33} E_z + \mu_{33} H_z. \end{cases} \quad (10)$$

式中: σ_{ij} 、 D_i 和 B_i 分别是应力、电位移和磁感应强度; c_{ij} 是弹性模量; e_{ij} 是压电常数; β_{ij} 是压磁常数; ε_{ij} 是介电常数; d_i 是磁电常数; μ_i 是磁渗透系数。而应变、电场和磁场分别与变形 u_i 、电势 ϕ 和磁势 ψ 一一对应相联系, 关系如下:

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr} = u_{r,r}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \varepsilon_{zz} = u_{z,z}, \varepsilon_{zr} = u_{z,r} + u_{r,z}, \\ E_r = -\phi_{,r}, E_z = -\phi_{,z}, H_r = -\psi_{,r}, H_z = -\psi_{,z}. \end{cases} \quad (11)$$

对于准静态状态, 在没有体力、外加电势、磁势以及电流、磁场的情况下, 式(10)可以通过式(12)应力、电位移和磁感应强度的平衡方程求解:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} = 0, \\ \frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{\partial D_z}{\partial z} + \frac{D_r}{r} = 0, \\ \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{B_r}{r} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

求得相应的应力、电场和磁场之后, 将其代入骨重建的控制方程, 发现除了骨重建的系数, 其他的都是已知的或者可求的。为了求解骨重建的控制方程, 需要将这些与 e 有关的系数处理一下。在这里引入 e 变化很小的情况下的, 这些系数的近似值^[22]。

$$c_{ij}(e) = c_{ij}^0 + \frac{e}{e_0} (c_{ij}^1 - c_{ij}^0), \quad (13)$$

$$e_{ij}(e) = e_{ij}^0 + \frac{e}{e_0} (e_{ij}^1 - e_{ij}^0), \quad (14)$$

$$\beta_{ij}(e) = \beta_{ij}^0 + \frac{e}{e_0} (\beta_{ij}^1 - \beta_{ij}^0), \quad (15)$$

式中: c_{ij}^0 、 c_{ij}^1 、 e_{ij}^0 、 e_{ij}^1 、 β_{ij}^0 、 β_{ij}^1 都是与材料有关的常数。

从式(1)和(8)中可以看到, 骨内部重建的控制方程和表面重建的控制方程都可以表示为应变、电场和磁场的方程。一旦外界载荷确定了, 从式(1)和(8)就可以求得变量 $e(t, a, b)$ 、 $a(t, e, b)$ 和 $b(t, e, a)$ 的值。均匀骨材料的适应性重建的解析解已经得到^[19-20], 但是这一解析解并不适用于非均匀的骨质材料。因为解析解不能用于求解非均匀骨质材料的应变、电场和磁场。有研究表明, 外加径向载荷会使骨组织变得非均匀。因而, 采用基于状态空间法的半解析解^[19-20]来求解骨重建的控制方程。

注意到, 外加载荷产生的应变场、电场和磁场都是与 $e(t, a, b)$ 、 $a(t, e, b)$ 和 $b(t, e, a)$ 相关的。因而, 式(1)和式(8)都是 $e(t, a, b)$ 、 $a(t, e, b)$ 和 $b(t, e, a)$ 的函数, 它们之间是高度耦合的。其中一个变化都会引起另外一个量的改变。但是在先前的研究中, 骨的内部重建和表面重建是相互独立的。也就是说, 在研究骨内部重建时忽略表面重建的影响, 反之亦然。在文中, 首次将二者联合起来考虑, 将着重考察二者相互影响的程度。

在数值模拟的时候, 首先通过半解析解求得外载荷作用产生的应变场、电场和磁场, 然后把这些量代入骨重建的控制方程中, 得到某一时刻骨重建的速率。然后利用前进式的欧拉方法, 得到下一时刻的 e 、 a 和 b 的值:

$$e^{t+\Delta t} = e^t + \frac{\partial e}{\partial t} \times \Delta t, \quad (16)$$

$$a^{t+\Delta t} = a^t + \frac{\partial a}{\partial t} \times \Delta t, \quad (17)$$

$$b^{t+\Delta t} = b^t + \frac{\partial b}{\partial t} \times \Delta t. \quad (18)$$

同时, 为了表示方便, 文中引入如下无量纲变量来表示骨内外表面半径的变化量:

$$\bar{a} = \frac{a}{a_0} - 1, \quad \bar{b} = \frac{b}{b_0} - 1. \quad (19)$$

3 算例

考虑一个 $a = 25 \text{ mm}$, $b = 35 \text{ mm}$ 的腿骨作为上面骨重建的算例。为了计算方便, 事先知道一些材料参数, 鉴于生物材料的复杂特点以及这方面研究的缺乏, 在研究骨力学时, 只能做一些定性的研究。在本文中除了一些已知的材料参数以外, 其他的某些材料参数都是假设的或者选定的。虽然这样在分析问题时结果与现实存在一定的差异, 由于数学模型和现实中的骨组织有很大的区别, 也只是研究各种因素对骨重建的影响方式和趋势, 所以这并不影响对结果的分析和文中研究目的的实现。前面提到, 这

些解都是在一定的范围内成立的,所以,在参数选取时,可能会出现不同问题间的材料参数不一样的情况,这是为了能更好的研究问题,同样不会影响文中的结果的有效性.文中选用的材料参数如下:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 15(1+e) \text{ GPa}, \\ c_{12} &= c_{13} = 6.6(1+e) \text{ GPa}, \\ c_{33} &= 12(1+e) \text{ GPa}, c_{44} = 4.4(1+e) \text{ GPa}, \\ e_{15} &= 1.14(1+e) \text{ C/m}^2, \quad \nu = 550(1+e) \text{ N/A}\cdot\text{m}. \end{aligned}$$

骨重建速率系数如下:

$$\begin{aligned} G_0 &= 0.002 \text{ d}^{-1}, C_1 = -0.05 \text{ d}^{-1}, \\ C_2 &= 10^{-6} \text{ d}^{-1}, \\ A_{rr}^{s0} &= A_{rr}^{s1} = A_{zz}^{s0} = A_{zz}^{s1} = A_{rz}^{s0} = A_{rz}^{s1} = 4.4 \text{ d}^{-1}, \\ A_r^{E0} &= A_r^{E1} = 10^{-7} \text{ m/(V}\cdot\text{d)}, \\ F_r^{E0} &= F_r^{E1} = 1.5 \times 10^{-8} \text{ m/(A}\cdot\text{d)} \end{aligned}$$

骨表面重建速率系数如下:

$$\begin{aligned} C_{rr}^e &= -96 \text{ m/d}, C_r^e = -72 \text{ m/d}, \\ C_{zz}^e &= -54 \text{ m/d}, C_{zr}^e = -84 \text{ m/d}, \\ C_{rr}^p &= -126 \text{ m/d}, C_r^p = -108 \text{ m/d}, \\ C_{zz}^p &= -96 \text{ m/d}, C_{zr}^p = -120 \text{ m/d}, \\ C_r &= 10^{-9} \text{ m/d}, G_r = 10^{-10} \text{ m/d}, \\ C_0^e &= 0.0008373 \text{ m/d}, \\ C_0^p &= 0.00015843 \text{ m/d} \end{aligned}$$

骨重建控制方程的求解过程如下:

- 1) 初始状态下,体积分数变化率 $e(t, a, b)$ 为零,当 $t=0$ 时, $a=a_0, b=b_0$.
- 2) 从式(10)~(12)中用状态空间法求得应变场、电场和磁场.
- 3) 把这些值代入式(1)和式(8)中得到时间 t 时刻骨重建的速率: $\frac{\partial e}{\partial t}, \frac{\partial a}{\partial t}, \frac{\partial b}{\partial t}$.
- 4) 通过式(16)、(17)和(18)求得下一时刻 $t + t$ 的 $e(t, a, b), a(t, e, b)$ 和 $b(t, a, e)$.
- 5) 用牛顿迭代法来减少上述解的误差.当误差 $= \left| \frac{x_i^{k+1}}{x_i^k} - 1 \right| \times 10^{-4}$ 时,迭代终止.这里 x_i 表示 e, a 和 b 并且 $i=1, 2$ 和 3 .
- 6) 重复 2)~6) 步直到求得任一时刻 $e(t, a, b), a(t, e, b)$ 和 $b(t, a, e)$ 的值.

4 结 果

为了研究各种外加载荷对骨重建的影响,选用了如下 3 种工况来模拟骨的重建行为.

4.1 电场作用下骨的表面重建

首先,考查电场对骨表面重建的影响:1) 内部重建和表面重建联合起来考虑;2) 忽略内部重建的影

响. 载荷情况如下: $P=1500 \text{ kN}, \quad \sigma_b - \sigma_a = -2, -1, 1, 2 \text{ V}$.

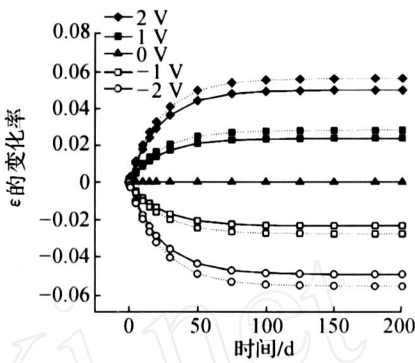


图 1 不同电场作用下 ϵ 的变化率

Fig. 1 Variation for several electrical field changes

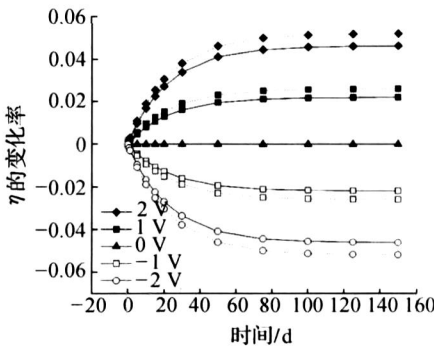


图 2 不同电场作用下 η 的变化率

Fig. 2 Variation for several electrical field changes

图 1 和图 2 是内外表面半径的变化率与时间 t 的关系图. 实线表示将内部重建和表面重建联合考虑,虚线表示忽略内部重建的影响.二者联合考虑与忽略内部重建后得到的结果相似,加正电场会使骨内外表面的半径同时增大,而且,二者的变化率几乎相同.因而,骨的横截面积变大.这意味着,骨组织变得更厚,更强壮.而负电场却正好相反.随着时间的增加,骨重建速率趋近于零,骨重建达到平衡状态.还可以看到,骨内外表面半径的变化率与电场强度成正比.同时,电场强度越大,骨重建的速率越快,越能刺激骨的愈合速度.

另外,从图 1 和图 2 中还可以看到,考虑内部重建的影响得到的结果与忽略其影响得到的结果相比具有很大的差异.后者在数量上来说,普遍比前者要大.但是骨重建达到平衡所消耗的时间却普遍较长.原因如下:骨重建的任务是消除外载荷引起的骨内部应变和电磁场的变化,使骨内的应变和电磁场等恢复到正常的水平.在人体中,骨内部重建和表面重建是同时存在的,二者相互影响,相互促进.如果忽

略其中的一个因素,另外一个所承担的任务和消耗的时间就会增大,反之亦然.很显然,二者结合考虑的方法更适合模拟骨的重建过程.这也是文中研究的一大意义.

4.2 磁场作用下骨的内部重建

为了研究磁场效应,模拟磁场作用下骨的内部重建过程.载荷情况如下: $P=1\ 500\ \text{kN}$, $\rho_b=1\ \text{g/cm}^3$, $\rho_a=-2,-1,1,2\ \text{A}$.结果如图 3 和图 4 所示.

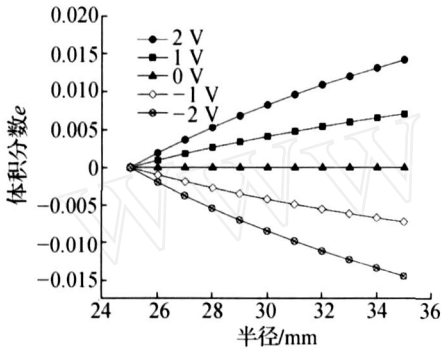


图 3 不同磁场作用下,半径方向上体积分数的变化情况
Fig. 3 Variation of volume fraction in radial direction for several magnetic field changes

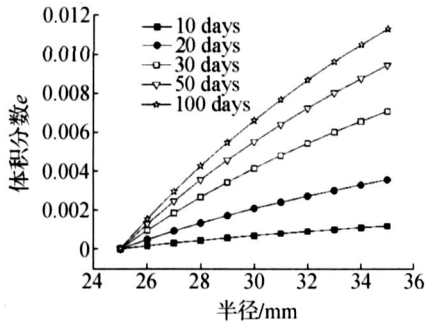


图 4 当 $\rho_b=1\ \text{A}$ 不同时刻半径方向上体积分数的变化情况
Fig. 4 Variation of volume fraction in radial direction for several time intervals when

图 3 和图 4 显示的是磁场作用下骨的体积分数的变化率沿着半径方向的变化.结果表明:磁场作用可以使原本均匀的骨材料变得非均匀.原因如下:当骨受到径向载荷作用时,其产生的应力场和磁场都是非均匀的,他们沿着半径方向是变化的.而根据适应性弹性理论,骨重建的结果最终会使骨内呈现一个均匀的应变场和磁场.这样,为了达到这一目标,骨内的材料性质会发生改变.应力或者磁场大的地方,骨组织会变得相对更致密;相反,应力或者磁场小的地方,骨组织会变得相对疏松.最后,骨重建的结果就会导致骨组织变得不均匀.并且从图 3 和图

4 中可以看出,随着磁场强度的增大,骨的非均匀程度也在增加.

另外,图 3 说明,正磁场(外表面磁势比内表面高)会使骨沉积量增大,从而使骨变得更加致密,并且增加量与磁场强度成正比.而负磁场(外表面磁势比内表面低)则会使骨沉积量减少,骨骼变得更加疏松,而且这种改变量也与磁场强度成正比.从图 4 则可以看出,随着时间的增长,某一时刻骨体积分数的改变量相对前一个时刻的越来越小,这意味着骨重建越来越趋近一个平衡状态.这个状态就是骨重建平衡状态.这时,骨形成和骨吸收处于动态平衡,骨的质量不再改变.

4.3 径向力作用下的骨重建

为了研究径向压力的效应,模拟径向压力作用下骨的重建过程.载荷情况如下: $P=1\ 500\ \text{kN}$, $p=0.1,0.2,0.3,0.4,0.5\ \text{MPa}$.结果如图 5 所示.

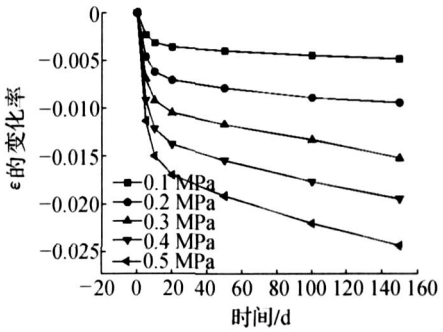


图 5 不同径向力作用下 ϵ 的变化率
Fig. 5 Variation of ϵ under different transverse pressures

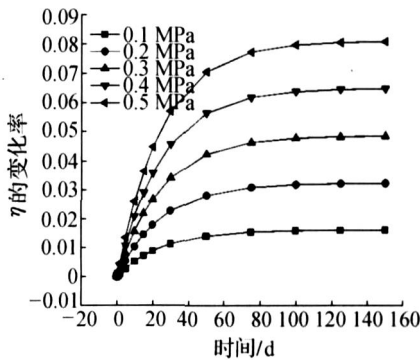


图 6 不同径向压力作用下 η 的变化率
fig. 6 Variation of η under different transverse pressures

图 5 和图 6 显示的是径向压力作用下骨内外表面半径的变化.从图中可以看出,与磁场对骨表面重建的影响不同,径向压力会使骨的内表面半径变小.但是在对外表面半径的影响方面,二者是相同的,都会使外表面半径增大.这样,径向压力同样会使骨的横截面积增大,从而使骨更加强壮.并且,随着径向

压力的增大,这种变化也就越大,骨就会变得可以承受更大的载荷.这体现了骨组织的智能化的一面.另外,骨的重建速率也随着径向压力的增大而增大,从而更快的促进骨的愈合.

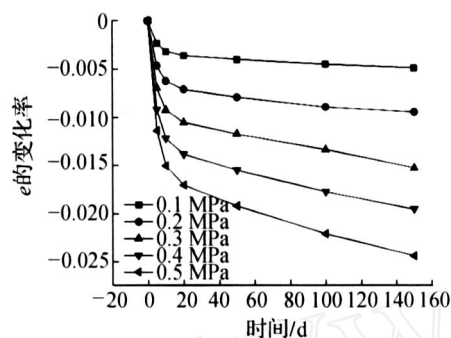


图7 在半径 30 mm 处,不同径向压力作用下,体积分数 e 的变化率

Fig. 7 Variation of e under different transverse pressures at $r = 30$ mm

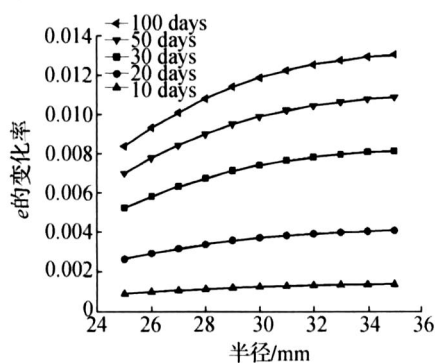


图8 当 $p = 0.3$ MPa 时,径向方向上体积分数 e 的变化率

Fig. 8 Variation of e in radial direction when $p = 0.3$ MPa

图7和图8显示的是径向压力作用下骨内体积分数的变化情况.结果表明,径向压力和磁场一样,都可以使骨材料变得非均匀,并且非均匀程度同样与力的大小有关.具体原因如上所述.另外,径向压力可以使骨变得更加致密,压力越大,骨骼越致密.以上结果表明,适当的压力可以更快的促进骨的愈合,但是压力过大,可能会导致骨折部位的再骨折.骨折初愈者也应适度锻炼来使骨变得更强壮.

5 结束语

文中在适应性弹性理论的基础上,推导出多场耦合作用下,骨质材料的智能化重建方程,并在此基础上利用状态空间法求出了可以用来分析中空的圆柱形骨材料重建的解,并借助算例对多场耦合作用下骨的重建行为进行了模拟,分析了各种载荷对骨

重建行为的影响,揭示了骨骼组织如何对外界载荷的激励产生智能化的响应.结果表明,骨组织在各种外载荷作用下确实可以通过智能化的重建来改变自身的结果和力学性质,从而抵消或者减少这些改变带来的影响,使其内部的应变场和电磁场维持在一个相对稳定的水平.

前面已经提到过,文中的工作主要是建立在适应性弹性理论为基础的数学模型的基础上的,因而,所得到的结果也是以此为基础的.鉴于骨力学的复杂性,目前尚无一种被广为接受的骨重建理论,所有的理论都停留在假说阶段.当前的研究多集中在研究骨重建的机理和可能的刺激因子方面,并且向着多因素的复杂化方向发展.在研究具体问题时,各种问题所依据的数学模型也是五花八门,还没有一种理论可以涵盖整个骨重建理论.文中所依据的适应性弹性理论是其中较为成熟的一种假说.加之文中在研究具体问题时,为了求解的需要,引入不少假设,所以,这些解都是在一定的范围内成立的.另外,文中在求解时,假设骨是中空的弹性圆柱体,简化了骨模型.事实上,由于骨是液、固、气三相共同组成的极度各向异性的介质,具有一定的粘弹性.在研究具体算例时,限于骨材料参数的缺乏以及数学模型的限制,其中应用的数值都是在一定范围内选取的,与实际参数无法进行比较验证.以上的这些都表明:文中的模型与实际的骨材料存在很大的差异,文中的研究只是处在很基础的研究阶段,距离实际应用还有很长的一段路要走.

但是,文中的目的是研究各种外载荷对骨重建的影响,寻找一种利用数学模型研究骨重建的方法,所以上述的各种因素并不影响研究目的.而以上的缺点并不能妨碍利用理论模型研究生物学问题的努力.在适应性弹性理论的基础上,引入了电磁场的作用,从而使其模型更加完善.通过对智能生物材料的研究加深人们就力—电—磁作用对材料进化与演变的影响的理解,从而用以指导生物组织疗伤过程,达到恢复或改善软组织和生物器官功能,将压电生物智能材料与生物医学和康复工程连结起来,具有重要的意义.

参考文献:

- [1]WOLFF J. Das Gesetz der Transformation der Knochen [M]. Berlin: Hirschwald, 1892.
- [2]COWIN S C, HEGEDUS D M. Bone remodeling I: Theory of adaptive elasticity [J]. Journal of Elasticity, 1976 (6): 313 - 326.
- [3]HEGEDUS D M, COWIN S C. Bone remodeling II:

- small strain adaptive elasticity [J]. Journal of Elasticity, 1976(6): 337 - 352.
- [4] COWIN S C, NACHLINGER R R. Bone remodeling III: Uniqueness and stability in adaptive elasticity theory [J]. Journal of Elasticity, 1978, 8: 285 - 295.
- [5] GELSVIK A. Bone remodeling and piezoelectricity — [J]. Journal of Biomechanics, 1973(6): 69 - 77.
- [6] GELSVIK A. Bone remodeling and piezoelectricity — [J]. Journal of Biomechanics, 1973(6): 187 - 197.
- [7] MARTIN R B, BURR B B. A hypothetical mechanism for simulation of osteonal remodeling by fatigue damage [J]. Journal of Biomechanics, 1982, 15: 37 - 147.
- [8] BEAUPREA G S, ORR T E, CARTER D R. An approach for time-dependent bone modeling and remodeling: theoretical development [J]. Journal of Orthopaedic Research, 1990(8): 651 - 661.
- [9] BEAUPREA G S, ORR T E, CARTER D R. An approach for time-dependent bone modeling and remodeling: application: a preliminary remodeling simulation [J]. Journal of Orthopaedic Research, 1990, 8: 662 - 670.
- [10] BESSETT C A, VALDES M G, HERNANDEZ E. Modification of fracture repair with selected pulsing electromagnetic fields [J]. Journal of Bone and Joint Surgery—American Volume, 1982, 64: 888 - 895.
- [11] MCLEOD K J, RUBIN C T. The effect of low-frequency electrical field on osteogenesis [J]. Journal of Bone and Joint Surgery—American Volume, 1992, 74: 920 - 929.
- [12] GIORDANO N, BATTISTI E. Effect of electromagnetic fields on bone mineral density and biochemical markers of bone turnover in osteoporosis: a single-blind, randomized pilot study [J]. Current Therapeutic Research, 2001, 62: 187 - 193.
- [13] KORENSTEIN R, SOMJEN D, FISCHLER H, et al. Capacitative pulsed electric stimulation of bone cells. Induction of cyclic-AMP and DNA synthesis [J]. Biochem Biophys Acta, 1984, 803: 302 - 307.
- [14] LUBEN R A, CAIN C D, CHEN M C Y, et al. Effects of electromagnetic stimuli on bone and bone cells in vitro: Inhibition of responses to parathyroid hormone by low-energy low-frequency fields [J]. Proc Natl Acad Sci, 1982, 79: 4180 - 4184.
- [15] FRIEDENBERG Z B, ZEMSKY L M, POLLIS R P, et al. The response of non-traumatized bone to direct current [J]. J Bone Jt Surg, 1974, 56A: 1023 - 1030.
- [16] LAVINE L S, LUSTRIAN I, SHAMOS M H, et al. The influence of electric current on bone regeneration in vivo [J]. Acta Orthop Scand, 1971, 42: 305 - 314.
- [17] BRIGHTON C T, FRIEDENBERG Z B, ZEMSKY L M, et al. Direct-current stimulation of nonunion and congenital pseudarthrosis: Exploration of its clinical application [J]. J Bone Jt Surg, 1975, 57A: 368 - 377.
- [18] SHARRARD W J, SUTELIFFE M L, ROBSON M J, et al. The treatment of fibrous nonunion of fracture by pulsing electromagnetic stimulation [J]. J Bone Jt Surg, 1982, 64B: 189 - 193.
- [19] QIN Q H, YE J Q. Thermoelectroelastic solutions for internal bone remodeling under axial and transverse loads [J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41: 2447 - 60.
- [20] QIN Q H, QU C Y, YE J Q. Thermoelectro-elastic solutions for surface bone remodeling under axial and transverse loads [J]. Biomaterials, 2005, 26: 6798 - 6810.
- [21] QU C Y, QIN Q H. Evolution of bone structure under axial and transverse loads [J]. Structural Engineering and Mechanics, 2005, 24(1): 19 - 29.
- [22] COWIN S C, VAN BUSKIRK W C. Internal bone remodeling induced by a medullary pin [J]. Journal of Biomechanics, 1978, 11: 269 - 75.

作者简介:



曲传咏,男,1980年生,博士研究生,主要研究方向为生物力学。

E-mail: qu_chuanyong@hotmail.com.



秦庆华,男,1958年生,教授,博士生导师,主要研究方向为智能生物材料力学、计算力学,主持各类课题9项,其中获省部级奖项2项,发表论文120余篇,其中被SCI/EI/ISTP收录70余篇。

E-mail: qhqin@tju.edu.cn.